УДК 517.3

Метод рационализирующих подстановок во втузовском курсе математики

Бахмат Г.Л.
Белорусский национальный технический университет

Исторически сложилось так, что изучение студентами рационализирующих подстановок, как правило, проводится в курсе математического анализа в разделе «Интегрирование», а в других разделах, в частности, при вычислении пределов последовательностей и функций, не находит должного применения. Вместе с тем использование метода рационализации оказывается весьма эффективным при вычислении пределов. При этом в качестве рационализирующих постановок применяются либо аналогичные подстановки, рационализирующие подинтегральное выражение, либо их модификации. Это, например, подстановки, рационализирующие дробно-линейные иррациональные выражения, подстановки Эйлера, универсальная тригонометрическая подстановки и т.д. Ввиду многообразия рационализирующих подстановок ограничимся приведенными выше и рассмотрим три примера при вычислении пределов конкретных функций:

1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[m]{1+ax}-\sqrt[n]{1+ax}}{x}=\left|t=\sqrt[mn]{1+ax}\right|=\frac{1}{a}\lim_{t\to 1}\frac{t^n-t^m}{t^{mn}-1}=\frac{1}{a}\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right).$$

2. $$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)=\left|t=\sqrt{\frac{n+1}{n}}\right|=\lim_{t\to 1}\frac{1}{t+1}=\frac{1}{2}.$$

3. $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[m]{(1+x)^n}-1}{x}=\left|t=\sqrt[m]{1+x}\right|=\lim_{t\to 1}\frac{t^n-1}{t^m-1}=\frac{n}{m}$$

На кафедре «Высшая математика №3» БНТУ проведена систематизация рационализирующих подстановок, рекомендованных к использованию на практических занятиях по теме «Вычисление пределов». Применение этого метода достаточно просто усваивается студентами и подготавливает их к изучению аналогичных методов интегрирования.