УДК 539.3

Построение общего операторного решения первой динамической задачи теории упругости для слоя

Акимов В.А.
Белорусский национальный технический университет

Решение системы дифференциальных уравнений данной задачи запишем в виде

$$u_1 = \gamma\Delta_1^2\varphi_1 - (\gamma-1)\partial_1(\partial_1\varphi_1 + \partial_2\varphi_2 + \partial_3\varphi_3);$$

$$u_2 = \gamma\Delta_1^2\varphi_2 - (\gamma-1)\partial_1(\partial_1\varphi_1 + \partial_2\varphi_2 + \partial_3\varphi_3);$$

$$u_3 = \gamma\Delta_1^2\varphi_3 - (\gamma-1)\partial_1(\partial_1\varphi_1 + \partial_2\varphi_2 + \partial_3\varphi_3),$$

где $\Delta_1^2 = \Delta^2 - c_1^{-2}\partial_t^2$, c1 – скорость распространения в упругом теле продольной волны.

Функции $\varphi_i(x,y,z,t)$ $i=1,2,3$ должны удовлетворять уравнению $\Delta_1^2\Delta_2^2\varphi_i = 0$. Для удобства анализа решения разобьем исходную задачу на симметричную по нормальным и кососимметричную по касательным напряжениям (Задача А) и на симметричную по касательным и кососимметричную по нормальным напряжениям (Задача В) относительно серединной плоскости.

В задаче А полагаем

$$\varphi_1 = [A_1\cos(z\nabla_1)\sin^{-1}(h\nabla_1) + B_1\cos(z\nabla_2)\sin^{-1}(h\nabla_2)] * \mathrm{f(x, y, t)},$$

$$\varphi_2 = [A_2\cos(z\nabla_1)\sin^{-1}(h\nabla_1) + B_2\cos(z\nabla_2)\sin^{-1}(h\nabla_2)] * \mathrm{f(x, y, t)},$$

$$\varphi_3 = [A_3\sin(z\nabla_1)\sin^{-1}(h\nabla_1) + B_3\sin(z\nabla_2)\sin^{-1}(h\nabla_2)] * \mathrm{f(x, y, t)},$$

В задаче В полагаем

$$\varphi_1 = [D_1\sin(z\nabla_1)\cos^{-1}(h\nabla_1) + E_1\sin(z\nabla_2)\cos^{-1}(h\nabla_2)] * \mathrm{g(x, y, t)},$$

$$\varphi_2 = [D_2\sin(z\nabla_1)\cos^{-1}(h\nabla_1) + E_2\sin(z\nabla_2)\cos^{-1}(h\nabla_2)] * \mathrm{g(x, y, t)},$$

$$\varphi_3 = [D_3\sin(z\nabla_1)\cos^{-1}(h\nabla_1) + E_3\sin(z\nabla_2)\cos^{-1}(h\nabla_2)] * \mathrm{g(x, y, t)}.$$

В результате построено операторное решение первой основной динамической задачи теории упругости, удовлетворяющее условию и $\sigma_{13|z=\pm h} = \sigma_{23|z=\pm h} = 0$ и содержащей две производные функции f(x,y,t) и g(x,y,t).