

**Решение второй основной динамической задачи теории
упругости операторно-символическим методом**

Кожушко В.В., Довнар С.В., Куриленко А.В.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим вторую основную задачу динамической теории упругости для области, ограниченной двумя параллельными плоскостями. Решение системы уравнений поставленной задачи запишем в виде

$$u_1 = \gamma \Delta_1^2 \varphi_1 - (\gamma - 1) \partial_1 (\partial_1 \varphi_1 + \partial_2 \varphi_2 + \partial_3 \varphi_3),$$

$$u_2 = \gamma \Delta_1^2 \varphi_2 - (\gamma - 1) \partial_1 (\partial_1 \varphi_1 + \partial_2 \varphi_2 + \partial_3 \varphi_3),$$

$$u_3 = \gamma \Delta_1^2 \varphi_3 - (\gamma - 1) \partial_1 (\partial_1 \varphi_1 + \partial_2 \varphi_2 + \partial_3 \varphi_3),$$

где $\Delta_1^2 = \Delta^2 - c_1^{-2} \partial_1^2$, c_1 – скорость распространения в упругом теле продольной волны.

Как и в первой основной динамической задаче теории упругости для задачи А полагаем

$$\varphi_1 = [A_1 \cos(z\nabla_1) \cos^{-1}(h\nabla_1) + B_1 \cos(z\nabla_2) \cos^{-1}(h\nabla_2)] * f(x, y, t),$$

$$\varphi_2 = [A_2 \cos(z\nabla_1) \sin^{-1}(h\nabla_1) + B_2 \cos(z\nabla_2) \cos^{-1}(h\nabla_2)] * f(x, y, t),$$

$$\varphi_3 = [A_3 \sin(z\nabla_1) \cos^{-1}(h\nabla_1) + B_3 \sin(z\nabla_2) \cos^{-1}(h\nabla_2)] * f(x, y, t).$$

Полагая в задаче В

$$\varphi_1 = [D_1 \sin(z\nabla_1) \sin^{-1}(h\nabla_1) + E_1 \sin(z\nabla_2) \sin^{-1}(h\nabla_2)] * g(x, y, t),$$

$$\varphi_2 = [D_2 \sin(z\nabla_1) \sin^{-1}(h\nabla_1) + E_2 \sin(z\nabla_2) \sin^{-1}(h\nabla_2)] * g(x, y, t),$$

$$\varphi_3 = [D_3 \sin(z\nabla_1) \sin^{-1}(h\nabla_1) + E_3 \sin(z\nabla_2) \sin^{-1}(h\nabla_2)] * g(x, y, t),$$

Полное перемещение равно сумме перемещений задач А и В. В результате построено операторное решение второй основной динамической задачи теории упругости, удовлетворяющее условию и $u_{1|z=zh} = u_{2|z=zh} = 0$ содержащее две произвольные аналитические функции. Уравнения равновесия внутри области удовлетворяются тождественно.