УДК 530.12

Давление на батискаф – эллипсоид вращения, погруженный в жидкость

Вежновец В.В., Рябушко А.П.
Белорусский национальный технический университет

1. Исходные данные. Уравнение эллипсоида вращения с осью вращения Oz имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Будем считать, что его ось перпендикулярна поверхности жидкости, и ближайшая точка эллипсоида находится на глубине H. Бесконечно узкий поясок эллипсоида, параллельный поверхности жидкости, имеет площадь на глубине $h=H+c-z$, равную $dS=2\pi\frac{a}{c^2}\sqrt{c^4+(a^2-c^2)z^2}\,dz$, а сила давления на поясок равна по закону Паскаля $dF=\rho ghdS$, где g – ускорение силы тяжести. Сила давления на весь эллипсоид F равна:

$$F=2\pi\delta g\frac{a}{c^2}\int_{-c}^{c}(H+c-z)\cdot\sqrt{c^4+(a^2-c^2)z^2}\,dz. \qquad (1)$$

2. Вычисление интеграла (1). Рассмотрим три случая.

1. Сфера (a=c). Тогда

$$F=4\pi c^2\rho g(H+c). \qquad (2)$$

2. Вытянутый эллипсоид вращения (веретено, c>a).
Тогда

$$F=2\pi\rho ga\frac{c^2(H+c)}{\sqrt{c^2-a^2}}\arcsin\frac{\sqrt{c^2-a^2}}{c}+2\pi a^2(H+c)\rho g. \qquad (3)$$

3. Сплюснутый эллипсоид вращения (диск, c<a).
Тогда

$$F=2\pi\delta ga^2(H+c)+\frac{\pi ac^2\delta g}{\sqrt{a^2-c^2}}(H+c)\ln\frac{a+\sqrt{a^2-c^2}}{a-\sqrt{a^2-c^2}}. \qquad (4)$$

3. Числовые оценки. Вычислим, какое давление на 1 м^2 поверхности эллипсоидов будет, например, на глубине *H=100 м* и одинаковом их объёме *V=10 м^3* при погружении в воду (r=1000кг/м^3). Имеем: I. согласно (2) для сферы *P=9,93 атм*; II. согласно (3) для веретена *P=11,88 атм*; III. Согласно (4) для диска *P=9,69 атм*. Как видим, давление на 1 м^2 диска – наименьшее. При глубоком погружении давлением атмосферы Земли и выталкивающей силой Архимеда можно пренебречь из-за их малости.

УДК 511.348

Сильная и слабая гипотезы Гольдбаха

Каштанова М.С., МетельскийА.В.
Белорусский национальный технический университет

В докладе рассматриваются сильная и слабая гипотезы Гольдбаха. Сильная гипотеза: любое четное число, большее двух, равно сумме двух простых чисел. Слабая гипотеза: любое нечетное число, большее семи, представимо в виде суммы трех простых нечетных чисел. Сильную гипотезу прусский математик Кристиан Гольдбах сформулировал в 1742 году. В настоящее время она проверена с помощью вычислений на компьютере для чисел до $4 \cdot 10^{14}$, но строгое математическое доказательство этого простого предположения пока не получено. На июль 2008 года слабая гипотеза Гольдбаха была проверена для всех чётных чисел, не превышающих $1{,}2 \cdot 10^{18}$. В докладе исследуется история этой проблемы и некоторые подходы к её решению, а именно: анализируется количество пар простых чисел, суммой которых является четное число, с помощью арифметической прогрессии и таблицы простых чисел. Были получены следующие соотношения четных чисел и количества пар простых чисел для них: 80(4), 82(5), 84(7), 86(5), 88(3), 90(9), 120(11), 138(4), 150(12), 154(7), 180(14),184(8), 222(10), 226(7), 228(12), 336(19), 644(16), 1000(28), 1312(22) и т.д. Таким образом, не существует строгой зависимости между значениями четных чисел и количеством пар простых чисел, но прослеживается закономерность, в соответствии с которой с существенным увеличением числа увеличивается количество пар простых чисел для него. В докладе отмечается связь между слабой и сильной гипотезой. Из справедливости сильной гипотезы следует справедливость слабой гипотезы: если каждое четное число большее 2 есть сумма двух простых чисел, то, добавляя 3 к каждому чётному числу, можно получить все нечетные числа большие 7.

Актуальность гипотез Гольдбаха обусловлена тем, что простые числа порядка 10^{300} используется в криптографии с открытым ключом, в хеш-таблицах и для генерации псевдослучайных чисел.