

Решение задач по геометрии с применением тригонометрии

Коваленок Н.В., Шмерко Л.М.

Белорусский национальный технический университет

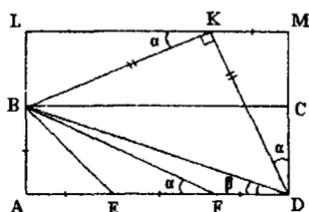
Задачи по геометрии с применением тригонометрии можно разделить на несколько видов:

- 1) задачи на применение определения тригонометрических функций в прямоугольном треугольнике;
- 2) задачи на применение формул зависимости тригонометрических функций одного аргумента для нахождения промежуточных величин;
- 3) задачи на применение формул тригонометрии для упрощения нахождения результата.

Наиболее интересен третий вид задач. Решим следующую задачу двумя способами.

Задача. В прямоугольнике ABCD (AB:AD=1:3) точки E и F делят AD на равные отрезки. Найдите сумму углов BEA, BFA и BDA.

Решение(1 способ, без применения тригонометрии). На стороне BC построим прямоугольник BLMC, равный данному. Отложим отрезок KM=AE. Пусть $\angle BFA = \alpha$, $\angle BDA = \beta$.



$$1) \Delta KMD = \Delta BAF = \Delta BLK \text{ (по двум катетам)} \\ \Rightarrow \angle BFA = \angle MDK = \angle BKL = \alpha, \\ BK = KD.$$

$$2) \angle BKD = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - \alpha = 90^\circ \\ \Rightarrow \Delta BKD - \text{прямоугольный и равнобедренный} \\ \Rightarrow \angle KDB = 45^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 45^\circ.$$

$$3) \angle BEA = 45^\circ (\Delta BAE - \text{равнобедренный})$$

$$4) \angle BEA + \angle BFA + \angle BDA = 90^\circ.$$

(2 способ, с применением тригонометрии)

$$1) \angle BEA = 45^\circ (\Delta BAE - \text{равнобедренный}).$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}, \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}, \text{ тогда } \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 45^\circ. 3) \angle BEA + \angle BFA + \angle BDA = 90^\circ. \text{ Ответ. } 90^\circ$$

Как видим, применение тригонометрии упрощает решение некоторых задач.