

Проблема отбора корней некоторых типов уравнений повышенной сложности

Холтобина Н.И.

Белорусский национальный технический университет

Современные требования к подготовке абитуриентов к централизованному тестированию предполагают не только умение решать тригонометрические уравнения, но и отбирать их корни по заданным условиям или принадлежащие какому-нибудь промежутку. Методика решения тригонометрических уравнений и методы отбора корней достаточно широко освещены в методической литературе. Реже встречаются комбинированные уравнения, содержащие не только тригонометрические, но и показательные, и логарифмические функции. Рассмотрим следующее уравнение $\log_4(4\lg^2 x) + 1 - \log_2(-8\sin 2x) = 0$.

Преобразуем его: $1 + \log_4 \lg^2 x + 1 - (3 + \log_2(-\sin 2x)) = 0$.

Областью допустимых значений переменной x является множество, удовлетворяющее следующим условиям:
$$\begin{cases} \lg x \neq 0 \\ \cos \neq 0 \\ \sin \cdot \cos < 0 \end{cases},$$

которые можно записать в виде одного неравенства $\lg x < 0$.

Несложные преобразования уравнения приводят к следующему:

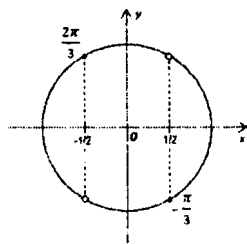
$\log_2 |\cos x| = -1$. Откуда

$$|\cos x| = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad \cos x = \pm \frac{1}{2}.$$

Перейдем теперь к самой сложной для учащихся части решения уравнений. А именно, к отбору корней. Их можно отбирать с помощью перебора, графиков, тригонометрической окружности.

Главное здесь – научить учеников использовать рациональные методы отбора по заданным условиям. Таким образом, при решении данного уравнения, исходя из условия, что, $\lg x < 0$ наиболее рациональным является отбор корней с помощью тригонометрической окружности.

Ответ: $x = -\pi/2 + \pi l, l \in Z$.



В заключение отметим, что включение сложных задач в процесс обучения способствует развитию памяти, логического мышления, активности, самостоятельности учащихся, а также учит их использовать при решении задач все имеющиеся знания, интуицию, воображение, догадку.