

## О приложениях теории аналитических функций к задачам теплопроводности

Мелешко И.Н.

Белорусский национальный технический университет

Аналитическая теория теплопроводности основана на дифференциальном уравнении теплопроводности Фурье, к которому присоединяют начальные и граничные условия (условия теплового взаимодействия между окружающей средой и поверхностью тела).

Как известно, температура в плоском тепловом поле без источников тепла удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right),$$

где  $t$  – время, а  $a^2$  – некоторый постоянный коэффициент.

Различают установившиеся (стационарные) и неуставившиеся (нестационарные) температурные процессы.

Рассматривая установившиеся процессы, для которых температура не зависит от времени, приходим к уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0.$$

Действительная и мнимая части аналитической в некоторой области функции являются гармоническими функциями в этой области, т.е. удовлетворяют уравнению Лапласа. На этом основан один из самых мощных методов решения задач, связанных с уравнением Лапласа (метод конформных отображений), позволяющий решать ряд важных проблем в теории теплопроводности, теории упругости, в гидродинамике и в других задачах механики и математической физики.

В основе этого метода лежит отображение заданной сложной области помощью некоторой преобразующей функции на простейшую область (например, круг, плоскость), для которой решение задачи значительно упрощается. При этом уравнение Лапласа и граничные условия сохраняют свой вид. Поэтому, если для круга или полуплоскости мы найдем аналитическую функцию, удовлетворяющую заданным граничным условиям, то задача считается решенной.

Таким образом, с помощью методов теории аналитических функций можно получать различные представления комплексных тепловых потенциалов, позволяющих определять все основные элементы теплового поля.