УДК 539.3

Операторный метод нахождения коэффициентов рядов Дирихле как обобщение интерполяционной формуле Лагранжа

Акимов А.А.
Белорусский национальный технический университет

С помощью оператора $D = \dfrac{sh(d_x) - d_x}{d_x^3(d_x - \lambda_k)}$ можно найти коэффициенты в случае разложения функции exp(ax) в ряд Дирихле $e^{ax} = \sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k e^{\lambda_k x}$,

где λ_k - корни уравнения $sh(\mu) - \mu = 0$.

В этом случае разрешающее уравнение принимает вид:

$$\left[\frac{(ch(a)-a)e^{ax}}{a^3(a-\lambda_k)}\right]_{x=0} = \left[c_k \frac{(ch(\lambda)_k - 1)e^{\lambda_k x}}{a_k^3}\right]_{x=0}$$

откуда следует, что $c_k = \dfrac{(sh(a)-a)\lambda_k^3}{a^3(a-\lambda_k)(ch(\lambda_k)-1)}$. Если положить $L(a) = \dfrac{sh(a)-a}{a^3}$, получим известное разложение, $\exp(ax) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{L(a)e^{\lambda_n x}}{(a-\lambda_k)L'(\lambda_k)}$, являющееся интерполяционной формулой Лагранжа.

Аналогично получим:

$$F(\mu x) = F(0)\frac{\varphi(\mu)}{\mu} + 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\varphi'(a_k)} \frac{\varphi(\mu)}{\mu^2 - a_k^2} \cdot \left[\mu F_ч(a_k x) + a_k F_н(a_k x)\right],$$

здесь введены обозначения: $F_ч(a_k x) = 0{,}5\left(F(a_k x) + F(-a_k x)\right)$ - четная часть функции $F_н(a_k x) = 0{,}5\left(F(a_k x) - F(-a_k x)\right)$ - нечетная часть функции

$$\varphi(\mu) = \mu \prod_{m=1}^{\infty}\left(1 - \frac{\mu^2}{a_k^2}\right).$$