

К вопросу построения производственных CES функций

Бубнов В.Ф., Шевченко Л.И.

Белорусский национальный технический университет

Рассматриваются однородные производственные функции с постоянным эффектом от расширения масштаба производства. В случае постоянной эластичности замены факторов справедливо соотношение

$$\sigma = \frac{d(\ln k)}{d(\ln(-n_K))} = \frac{dk}{k} : \frac{dn_K}{n_K} = \frac{dk}{k} \cdot \frac{n_K}{dn_K},$$

где σ - константа, k - фондовооруженность труда, n_K - предельная норма замены труда (L) основными фондами (K). Откуда получим

$$\frac{dn_K}{n_K} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{dk}{k}.$$

Проинтегрировав данное выражение, будем иметь

$$\ln|n_K| = \frac{1}{\sigma} \cdot \ln k + \ln|C|. \text{ Значит } n_K = C \cdot k^{\frac{1}{\sigma}}.$$

Используя зависимость предельной нормы замены от фондовооруженности, получим

$$k - \frac{f(k)}{f'(k)} = C \cdot k^{\frac{1}{\sigma}}, \text{ где } f(k) - \text{производительность труда.}$$

Следовательно,
$$\frac{df(k)}{f(k)} = \frac{dk}{k - C \cdot k^{\frac{1}{\sigma}}}.$$

Интегрируя данное выражение, получим

$$\ln|f(k)| = \int \frac{dk}{k - C \cdot k^{\frac{1}{\sigma}}} + C_1.$$