УДК 593.9

Подбор операторов для построения общих решений движения анизотропных тел

Гончарова С.В.
Белорусский национальный технический университет

Для анизотропных тел с единых позиций применим тот же операторный подход, что и ранее для температурной задачи. Представим дифференциальные уравнения движения в виде

$$L_{ij}(u_j)=0\ .$$

Здесь введены обозначения, которые для удобства запишем в виде таблицы, составленной из операторов:

	u_1	u_2	u_3
I	$\Box_1^2$	$a\partial_1\partial_2$	$b\partial_1\partial_3$
II	$a\partial_2\partial_1$	$\Box_2^2$	$c\partial_2\partial_3$
III	$b\partial_3\partial_1$	$c\partial_3\partial_2$	$\Box_3^2$

$L_{11}=\Box_1^2=A_{11}\partial_1^2+A_{66}\partial_2^2+A_{44}\partial_3^2-\rho\partial_t^2$, $L_{12}=(A_{11}-A_{66})\partial_1\partial_2=a\partial_1\partial_2$,

$L_{13}=(A_{13}+A_{44})\partial_1\partial_3=b\partial_1\partial_3$, $L_{21}=a\partial_2\partial_1$,

$L_{22}=\Box_2^2=A_{66}\partial_1^2+A_{11}\partial_2^2+A_{44}\partial_3^2-\rho\partial_t^2$, $\quad L_{23}=(A_{13}+A_{44})\partial_2\partial_3=c\partial_2\partial_3$,

$L_{31}=b\partial_3\partial_1$, $L_{32}=c\partial_3\partial_2$, $L_{22}=\Box_2^2=A_{66}\partial_1^2+A_{11}\partial_2^2+A_{44}\partial_3^2-\rho\partial_t^2$,

$L_{33}=\Box_3^2=A_{44}\partial_1^2+A_{44}\partial_2^2+A_{33}\partial_3^2-\rho\partial_t^2$, $\partial_1=\partial/\partial x$, $\partial_2=\partial/\partial y$, $\partial_3=\partial/\partial z$, $\partial_t=\partial/\partial t$.

Введем три функции, связанные с перемещениями следующим образом:

$$u_1=\begin{vmatrix}\chi_1 L_{12} L_{13}\\ \chi_2 L_{22} L_{23}\\ \chi_3 L_{32} L_{33}\end{vmatrix},\quad u_2=\begin{vmatrix}L_{11}\chi_1 L_{13}\\ L_{21}\chi_2 L_{23}\\ L_{31}\chi_3 L_{33}\end{vmatrix},\quad u_3=\begin{vmatrix}L_{11}L_{12}\chi_1\\ L_{21}L_{22}\chi_2\\ L_{31}L_{32}\chi_3\end{vmatrix}.$$

Далее следует найти эти определители, рассматривая эти операторы, как числа.

Так, например, перемещение U_1 будет иметь вид

$$u_1=\begin{vmatrix}L_{22}L_{23}\\ L_{32}L_{33}\end{vmatrix}\chi_1-\begin{vmatrix}L_{12}L_{13}\\ L_{32}L_{33}\end{vmatrix}\chi_2+\begin{vmatrix}L_{12}L_{13}\\ L_{22}L_{23}\end{vmatrix}\chi_3\ .$$

Аналогично по правилам теории определителей находятся перемещения u_2 и u_3.