

Устойчивость стержней под действием силы тяжести

Тульев В.Д., Мышковец М.В.

Белорусский национальный технический университет

В различных отраслях промышленного производства находят применение изделия, для которых очень важным является фактор устойчивости под действием прилагаемой нагрузки. Характеры распределения внешних сил могут значительно отличаться. Однако во многих случаях нельзя не учитывать собственный вес такого изделия, а особенно для различного рода несущих колонн, устойчивость которых может зависеть от собственного веса.

Влияние собственного веса на устойчивость рассмотрим на примере вертикально расположенного стержня, один конец которого зашпелен, а на другой действует сосредоточенная сила F . Силу тяжести, приходящуюся на единицу длины стержня, обозначим через p . Тогда сила тяжести выделенного элемента длины dx будет равна pdx .

Применим вариационное уравнение для определения работы внутренних сил при переходе от одной искривленной формы к другой:

$$\delta A = M\delta \left(\frac{dv}{dx} \right) \Big|_0^l + \int_0^l \frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) \frac{d}{dx} (\delta v) dx. \quad (1)$$

Работу внешних сил определим из выражения:

$$\delta W = \int_0^l (F + R_{l-x}) \frac{dv}{dx} \frac{d}{dx} (\delta v) dx. \quad (2)$$

Учитывая, что полная работа равна сумме работ внешних и внутренних сил, получим следующее уравнение:

$$M\delta \left(\frac{dv}{dx} \right) \Big|_0^l + \int_0^l \left[\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) + (F + R_{l-x}) \frac{dv}{dx} \right] \frac{d}{dx} (\delta v) dx = 0. \quad (3)$$

Рассматривая лишь влияние собственного веса стержня, получим выражение для определения критической длины:

$$l_{\text{крит.}} = \sqrt[3]{\frac{2EI\pi^4}{4p(\pi^2 - 4)}}. \quad (4)$$

Используя уравнение (4) определим критическую длину сплошного круглого стержня для некоторых материалов в зависимости от радиуса. Результаты приведены в таблице.

	Сталь			Железо			Кирпич		
r (см)	0,5	1,0	2,0	0,5	1,0	2,0	0,5	1,0	2,0
Критическая длина, см	480	740	1200	380	600	880	400	620	940