УДК 517.968

О построении интегрального преобразования Меллина и его приложениях

Гахович А.С.
Белорусский национальный технический университет

Из общей схемы построения интегральных преобразований, предло женной автором в ранее опубликованной работе, для случая диффере циального оператора частного вида $T = t\dfrac{d}{dt}$ получена интегральная пара известного преобразования Меллина:

$$F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)t^{s-1}dt, \quad s = \delta_0 + i\tau,\ \delta_0, \tau \in R; \tag{1}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\delta_0 - i\infty}^{\delta_0 + i\infty} F(s)t^{-s}ds, \tag{2}$$

для $f(t)$, удовлетворяющих условию

$$f(t)t^{\delta_0 - 1} \in L(0;+\infty)\ . \tag{3}$$

В зависимости от конкретной области приложений полученного преоб разования различают две его модификации.

В теории специальных функций используют, как правило, интеграль ную пару (1), (2) и соответствующие функции $f(t)$, удовлетворяющие условие (3), называют оригиналами в широком смысле.

В приложениях к ДУ рассматривают оригиналы $\tilde{f}(t)$ в узком смысле определяемые формулой $\tilde{f}(t) = f(t)\cdot 1(t)$, где $1(t)$ - единичная функция Меллина, заданная следующим образом $1(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } 0 \le t \le 1, \\ 0 \text{ при t} > 1. \end{cases}$

В зависимости от специфики решаемых задач могут быть использова ны оригиналы обоих типов.

Преобразование Меллина – более универсальный математический ап парат, чем преобразование Лапласа. Аналогом последнего является преоб разование (1) для оригиналов в узком смысле

$$F(s) = \int_0^1 \tilde{f}(t)t^{s-1}dt\ ,$$

которое формально можно получить из преобразования Лапласа с помо щью соответствующей замены переменной.