УДК 512.552.4

Присоединенная группа ассоциативного кольца, нильпотентного, как кольцо Ли

Смирнов М.Б.
Белорусский национальный технический университет

Изучается взаимосвязь между некоторыми типами ассоциативных колец и их группами единиц (присоединенными группами). Вопрос о взаимном влиянии различных свойств колец и их присоединенных групп довольно часто встречается в литературе (Ч.Лански, К.Элдридж, А.Залесский, Н.Гупта и др.). В частности, для групповых алгебр конечных групп Элдридж устанавливает критерий нильпотентности их групп единиц. Для произвольных нильпотентных ассоциативных колец автором было доказано, что если ассоциативное кольцо нильпотентно как кольцо Ли класса n, то его группа единиц нильпотентна класса $f(n)$, где $f(n)=n$ при $n\leq 3$ и $f(n)\leq 2n-3$ при $n>3$.

Что касается обратной задачи о строении некоторых типов ассоциативных колец с нильпотентной присоединенной группой, то стоит отметить, что она решена для групповых алгебр конечных групп. Пример группового кольца нильпотентной группы без кручения показывает, что задача содержательна только для колец с относительно большой группой единиц. Подходящий с этой точки зрения класс колец – это радикальные кольца, нилькольца, локально нильпотентные кольца (здесь под группой единиц понимается присоединенная группа кольца). Для радикальных колец известно, что если присоединенная группа радикального кольца R нильпотентна класса n, то кольцо Ли R_L нильпотентно класса $f(n)\leq 2n-2$.

В данной работе улучшается эта оценка, а при дополнительном условии, что кольцо без 3-кручения, удалось получить ее окончательное значение $f(n)=n$. Другими словами, доказана следующая

Теорема. Пусть R – радикальное кольцо и его присоединенная группа нильпотентна класса n. Тогда

1) Кольцо Ли R_L нильпотентно класса $f(n)$, где

$$f(n)=\begin{cases}\frac{1}{2}(3n-2) & \text{при четном } n\\ \frac{1}{2}(3n-3) & \text{при нечетном } n.\end{cases}$$

2) Если кольцо R без 3-кручения, т.е. $3r=0$ влечет $r=0$, то $f(n)=n$.