УДК 517.91

Анализ симметрий нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

Самодуров А.А., Федорако Е.И.
Белорусский государственный университет

В работах [1,2] было показано, что решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f_3(x,y)y^3 + f_2(x,y)y^2 + f_1(x)y \qquad (1)$$

всегда может быть представлено в параметрическом виде

$$x = F(p),\ y = \frac{\exp\left(\int f_1(F(p))F_p^{/}(p)\right)dp}{F_p^{/}(p)}, \qquad (2)$$

где $F(p)$ - решение уравнения

$$\frac{d^2x}{dp^2} = K_3\left(x, \frac{dx}{dp}\right) + K_2\left(x, \frac{dx}{dp}\right)\frac{dx}{dp}. \qquad (3)$$

Если уравнение (3) инвариантно относительно замены

$$x^* = g(p,x),\ p^*(x) = f(p,x), \qquad (4)$$

то соотношение $g(p,x) = F(f(p,x))$ неявно определяет новое решение уравнения (3) и, следовательно, (1). Среди отмеченных в [1,2] двадцати важных уравнений, как, например,

$$\frac{d^2x}{dp^2} = \frac{1}{x}\left(\frac{dx}{dp}\right)^2 + \frac{1}{x}\frac{dx}{dp} + rx^2$$

есть уравнения, для которых в формулы (4) входит произвольная постоянная.

В этих случаях с помощью формул (4) можно построить общее решение уравнения (1).

Литература

1 Самодуров, А.А. О параметрическом представлении общего решения некоторых дифференциальных уравнений первого порядка. //ДАН БССР, 1984. – т. 28 № 1, с. 15-17.
2 Горбузов, В.Н., Самодуров, А.А. Уравнения Риккати и Абеля. – Гродно: ГрГУ, 1986.