УДК 539.3

Операторный метод нахождения коэффициентов в неортогональных рядах

Акимов В.А., Кожушко В.В.
Белорусский национальный технический университет.

Видное место среди известных методов решения задач уравнений математической физики и теории упругости занимает метод разделения переменных. Этим методом решены многие важнейшие с практической и теоретической точки зрения задачи. Их решение в частности, представляется в виде ортогональных рядов Фурье или Дини-Фурье. Однако, бигармоническая проблема математической теории упругости для краевых задач заключается в умении находить коэффициенты в неортогональных рядах. Разрабатываемый операторный подход позволяет расширить понятие о разложении функции в неортогональные ряды и получить новые виды разложений. Идею операторного метода для простоты объясним на примере хорошо известного ряда Фурье. Записываем ряд $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\delta_n x+b_n\sin b_n x)$ (1) Берем операторы $D_c=\frac{sh(id_x)}{id_x}$, $D_1=\frac{sh(id_x)}{1+d_x^2/\delta_n^2}$, $D_2=\frac{sh(id_x)}{1+d_x^2/\delta_n^2}$. Как и в классическом случае поочередно воздействуем или наряд (1) и полагая x=0, получаем искомые разложения.

Приведем примеры для разложения функции *sh(ax)*:

1. $sh\,(ax)=\frac{2sh\pi a}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n}{a^2+n^2}\sin(nx)$;
2. $sh(ax)=\frac{2sh\frac{\pi}{a}}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\sin\frac{x}{n}}{n(1+a^2n^2)}$;
3. $sh\,(ax)=\frac{a\,sh\pi a^2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}(a^2+n)}\sin(\sqrt{n}x)$;
4. $sh\,(ax)=\frac{2sh\pi a}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n^2}{a^2+n^4}\sin(n^2x)$.

Абсолютная сходимость записанных рядов очевидно. Для оценки характера сходимости к разлагаемой функции следует, провести дополнительные исследования. Сущность проблемы заключается еще и в том, что теория сходимости разработана лишь для первого ортогонального ряда Фурье. Остальные ряды являются неортогональными и теория сходимости для них в настоящее время не разработана. Здесь в первую очередь следует обратить внимание на то, что неортогональные ряды, по-видимому, не могут обеспечить равномерной сходимости к разлагаемой функции, как в случае ортогональных рядов. Для них существуют интервалы наилучшей сходимости, где заданная точность может быть достигнута наименьшим числом слагаемых.