

**Аналитические решения пространственных краевых задач  
математической теории пластичности**

Нифагин В.А.

Белорусский национальный технический университет

Получение аналитических решений трехмерных задач теории пластичности представляет огромные математические трудности. Эти сложности связаны с нелинейностью и неголономностью системы основных уравнений в частных производных теории течения с упрочнением, которые решались, как правило, прямыми, численными методами в рамках пошаговых процедур, предполагающих решение задачи на каждом этапе последовательного наращивания параметра нагружения. Приближенные аналитические решения строились на базе различных вариантов метода возмущений упругих свойств, когда задача редуцировалась к последовательности линейных задач, решение каждой из которых находилось методами интегральных преобразований, обобщенным методом Фурье и другими методами, основанными на том, что граничные поверхности пространственных тел соответствовали координатным поверхностям в системах координат, допускающих разделение переменных в трехмерном бигармоническом уравнении, что существенно снижало общность таких подходов. Нами разрабатывается подход, предполагающий решение пространственных упругопластических задач для трехмерных областей, которые конформно отображаются на трехмерные области канонической формы. Построено решение задачи для пространства с сфероидальной и эллипсоидальной полостью при всестороннем растяжении (сжатии). Использовались специальные представления теории функций нескольких комплексных переменных в пространстве  $S^2$ , когда комплексные комбинации перемещений и напряжений выражены через три обобщенные аналитические функции отыскиваемые из граничных условий. Зависимость напряженного состояния материала от интенсивности внешнего усилия и удаления от концентратора наиболее полно представляется в виде поверхностей распределения радиальных и тангенциальных напряжений.

Причем различие результатов возрастает с увеличением уровня усилий и достигает 12–15 %. При последующих приближениях члены разложения нелинейно зависят от параметра нагружения  $\lambda$  и пластических постоянных  $A_2$ , т.е. величина коэффициента концентрации напряжений будет больше отличаться для материалов с ярко выраженными пластическими свойствами. Такой же эффект будет наблюдаться при увеличении контактных усилий.