УДК 519.210

Моменты произвольных порядков непрерывных распределений как решения рекуррентных соотношений

Волкович П.Ф.
Белорусский национальный технический университет

Вычисление моментов произвольных порядков непрерывных распределений сводится, как известно, к вычислению интегралов вида

$$I_n = \int_x \varphi_n(x) f(x) dx \quad (1)$$

по всему множеству значений x, где функция $f(x)$ определена; здесь $\varphi_n(x)$ - степенная функция или многочлен степени n; $f(x)$ - плотность распределения.

Практическое применение выражения (1) для вычисления моментов осложняется необходимостью многократного понижения степени n в подынтегральной функции $\varphi_n(x)$. В определённых случаях указанных осложнений удаётся избежать использованием при вычислении интегралов вида (1) известных свойств гамма-функции, в других - использованием в указанных целях характеристических функций [1]. Если же функция $f(x)$ такова, что интеграл (1) – рекуррентно вычислимый, то интегрирование выражения (1) по частям приводит к рекуррентному соотношению соответствующего порядка. Решение указанного рекуррентного соотношения, полученное методом математической индукции, всегда может быть представлено в виде комбинаторной суммы.

Сравнение этих комбинаторных сумм, представляющих собой значения соответствующих моментов распределения, с выражениями для этих же моментов распределения, полученными традиционно, порождает ряд комбинаторных тождеств.

Приведённый алгоритм использован для вычисления начальных, центральных, абсолютных начальных и абсолютных центральных моментов произвольных порядков непрерывных распределений: нормального, косинусоидального, экспоненциального, синусоидального, Рэлея, Максвелла, Лапласа и других.

Помимо прочего, изложенное выше можно рассматривать как определённый вклад в решение известной проблемы моментов [1].

Литература

1. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – М.: Наука, 1965. – 400 с.