2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. — М.: Высш. школа, 1983. — 463 с.

3. Яворский Б.М., Детлаф А.А Справочник по физике. — М.: Наука, 1990. — 624 с.

4. Гершензон Е.М., Малов Н.Н. Курс общей физики: Электричество и магнетизм. — М.: Просвещение, 1980. — 223 с.

5. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. — М.: Высш. шк., 1989. — 608 с.

6. Трофимова Т.И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов. — М.: ООО «Издательство Астрель», ООО «Издательство АСТ», 2001. — 399 с.

УДК 621.762

Божко Д.И.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРУЕМОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕССОВКИ ПРИ РАДИАЛЬНОМ ПРЕССОВАНИИ ТРУБ ИЗ ПОРОШКА

Белорусский национальный технический университет,
Минск, Республика Беларусь

Considered problem radial pressing a pipe on an arbor. Determined dependencies a component of stress tensor in fixed spot of porous pipe with source density $\varphi(\nu)$ and $\psi(\nu)$, internal radius R_1 and spatial location of considered spot r.

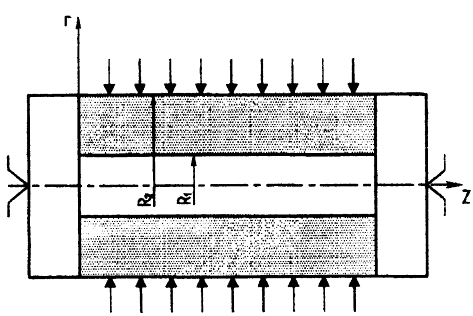

Рис. 1. Схема радиального прессования труб из порошков

Рассмотрим задачу о радиальном прессовании трубы на жесткую оправку.

Пусть внутренний диаметр трубы равен R_1, внешний R_2 (рисунок 1). Предполагается, что продольная деформация ограничена жесткими стенками, вдоль которых отсутствует внешнее трение. Такая схема приложения нагрузок соответствует состоянию плоской осесимметричной деформации.

В нашем случае компоненты тензора напряжений σ_r, σ_t и σ_z удовлетворяют следующим уравнениям [1,2]:
условию пластичности

$$\frac{3\left(\dfrac{\sigma_r+\sigma_t+\sigma_z}{3}\right)^2}{\psi^2}+\frac{\left[(\sigma_r-\sigma_t)^2+(\sigma_r-\sigma_z)^2+(\sigma_t-\sigma_z)^2\right]}{3\varphi^2}=1; \tag{1}$$

уравнению равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr}+\frac{\sigma_r-\sigma_t}{r}=0; \tag{2}$$

уравнению неразрывности

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_r}{r}=e. \tag{3}$$

Ввиду отсутствия внешнего трения и ограничения продольной деформации граничные и начальные условия выражаются уравнениями:

$$\tau_{rz}=0; \tag{4}$$

$$\varepsilon_z=0; \tag{5}$$

$$V_r\big|_{r=a}=0. \tag{6}$$

Для определения компонент деформаций воспользуемся уравнением (3). Оно может быть представлено в виде:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot V_r)=er. \tag{7}$$

После интегрирования получим:

$$V_r=\frac{1}{2}er+\frac{C_1}{r}. \tag{8}$$

где C_1 — постоянная интегрирования, определяемая при помощи граничного условия (6)

$$C_1=-\frac{1}{2}e\cdot\frac{R_1^2}{r}. \tag{9}$$

Окончательно

$$V_r=\frac{1}{2}er-\frac{1}{2}e\cdot\frac{R_1^2}{r}. \tag{10}$$

Из (10) найдем компоненты скоростей деформаций

$$e_r = \frac{\partial V_r}{\partial r} = \frac{1}{2} e \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right); \tag{11}$$

$$e_\tau = \frac{V_r}{r} = \frac{1}{2} e \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right). \tag{12}$$

Скорости деформаций согласно ассоциированному закону определяются формулами:

$$e_{ij} = \lambda \frac{\partial F(\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z)}{\partial \sigma_{ij}}. \tag{13}$$

Из условия пластичности (1) получим:

$$e_r = \lambda \left(\frac{2\left(\frac{\sigma_r + \sigma_\tau + \sigma_z}{3} \right)}{\psi^2} + \frac{2\sigma_r - \sigma_\tau - \sigma_z}{3\varphi^2} \right); \tag{14}$$

$$e_\tau = \lambda \left(\frac{2\left(\frac{\sigma_r + \sigma_\tau + \sigma_z}{3} \right)}{\psi^2} + \frac{2\sigma_\tau - \sigma_r - \sigma_z}{3\varphi^2} \right); \tag{15}$$

$$e_z = \lambda \left(\frac{2\left(\frac{\sigma_r + \sigma_\tau + \sigma_z}{3} \right)}{\psi^2} + \frac{2\sigma_z - \sigma_r - \sigma_\tau}{3\varphi^2} \right). \tag{16}$$

Из условия (5) следует:

$$e_z = 0. \tag{17}$$

Решая уравнение (16) с условием (17) определим σ_z:

$$\sigma_z = \frac{\psi^2 - \varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2} (\sigma_r + \sigma_t). \tag{18}$$

Компоненты скоростей деформаций связаны уравнением [2]:

$$e = e_r + e_\tau + e_z. \tag{19}$$

Подставляя (14), (15) и (16) в уравнение (19) найдем скорость относительного уплотнения:

$$e = \lambda \frac{6\left[\frac{\sigma_r + \sigma_t + \sigma_z}{3}\right]}{\psi^2}. \tag{20}$$

Определим деформируемое состояние. Для этого решим систему уравнений (11), (12), (14), (15), (20), которая позволяет определить зависимости компонент тензора напряжений от радиуса r при определенном граничном условии. Получим следующее соотношение:

$$\frac{e_r - e_\tau}{e} = \frac{\sigma_r - \sigma_\tau}{2\left(\sigma_r + \sigma_\tau + \sigma_z\right)} \cdot \frac{\psi^2}{\varphi^2} = \frac{R_1^2}{r^2}. \tag{21}$$

Введем обозначения:

$$K = \sigma_r - \sigma_t;\ \sigma_t = \sigma_r - K;\ \sigma_r + \sigma_\tau = 2\sigma_r - K. \tag{22}$$

С учетом (18) и (22) уравнение (21) примет вид:

$$K = \frac{2\sigma_r M}{r^2 + M}, \tag{23}$$

где

$$M = \frac{6\varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2} \cdot R_1^2. \tag{24}$$

Подставляя значение $K = \sigma_r - \sigma_t$ в уравнение (2), которое с учетом выбранных обозначений (24) принимает вид:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2\sigma_r M}{r(r^2 + M)} = 0. \tag{25}$$

Проинтегрируем уравнение (25):

$$\int \frac{d\sigma_r}{\sigma_r} = -\int \frac{2M}{r(r^2 + M)} dr,$$

$$\ln \sigma_r = -2\ln r + \ln\left(r^2 + M\right) - \ln C_2. \tag{26}$$

Условие жесткости матрицы позволяет считать, что

$$e_\tau \big|_{r=R_1} = 0. \tag{27}$$

Значение C_2 определим из граничного условия (27). Уравнение (15) примет вид:

$$\frac{2\left[\frac{\sigma_r + \sigma_t + \sigma_z}{3}\right]}{\psi^2} + \frac{2\left(2\sigma_t - \sigma_r - \sigma_z\right)}{3\varphi^2} = 0. \tag{28}$$

Откуда

$$\sigma_t = a(\sigma_r + \sigma_z). \tag{29}$$

Совместно решая уравнения (1), (16) и (29), определим значение σ_r при $r = R_1$:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2\varphi^2 + \psi^2}{3}}. \tag{30}$$

С учетом (30) из уравнения (26) получим:

$$C_2 = \sqrt{\frac{3}{2\varphi^2 + \psi^2}}\left(1 + \frac{6\varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2}\right). \tag{31}$$

Подставляем (31) в (26):

$$\sigma_r = \frac{1}{C_2}\left(1 + \frac{6\varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2} \cdot \frac{R_1^2}{r^2}\right). \tag{32}$$

Уравнение (32) позволяет рассчитать σ_r по радиусу трубы и определить рабочее давление прессования $p_{R_2} = \sigma_r \big|_{r=R_2}$:

$$p_{R_2} = \frac{1}{C_2}\left(1 + \frac{6\varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2}\right). \tag{33}$$

Значение σ_t определим с учетом (22):

$$\sigma_\tau = \sigma_r - K = \sigma_r\left(1 - \frac{2M}{r^2 + M}\right) = \frac{1}{C_2}\left(1 - \frac{6\varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2} \cdot \frac{R_1^2}{r^2}\right). \tag{34}$$

По известным σ_r и σ_t определим σ_z из уравнения (18):

$$\sigma_z = (\sigma_r + \sigma_t)\frac{\psi^2 + \varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2} = \frac{2}{C_2} \cdot \frac{\psi^2 + \varphi^2}{2\psi^2 + \varphi^2}. \tag{35}$$

Из анализа приведенных формул (32), (34) и (35) видно, что напряжения в фиксированной точке пористой трубы определяются исходной плотностью $\varphi(\upsilon)$ и $\psi(\upsilon)$, внутренним радиусом R_1 и пространственным расположением рассматриваемой точки r.

Для полученных зависимостей был проведен расчет для прессовки из титанового порошка ПТК. Изменение радиальных напряжений по радиусу трубы для трех значений исходной плотности (0.4, 0.55, 0.65) и различных значений текущей плотности при соотношении $K = \frac{R_2}{R_1}$ 0.5; 1.25; 3; 5 представлено на рисунке 2. Для того чтобы получить результаты, зависящие не от абсолютного значения текущего радиуса выбранной точки, а только от геометрии тела, величину $R_2 - R_1$ в каждый текущей момент деформирования разбивали на пять равных участков, где при $n = 0$ соответствует точке на внутренней поверхности трубы, а $n = 5$ — на внешней. Как видно из рисунка 2 σ_r уменьшается от внутренней поверхности к внешней, причем тем резче, чем больше $\frac{R_2}{R_1}$. Для случаев $\upsilon = \upsilon_0$ σ_r есть предел текучести пористого тела в соответствующей точке.

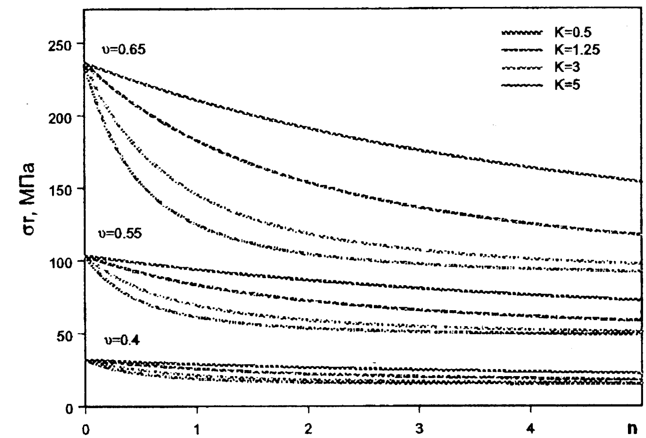

Рис. 2. Изменение рассчитанной компоненты напряжений по радиусу трубы из порошка титана ПТК с исходной плотностью 0.4, 0.55, 0.65 при разных значениях текущей плотности

ЛИТЕРАТУРА

1. Реут О.П., Богинский Л.С., Петюшик Е.Е. Сухое изостатическое прессование уплотняемых материалов. — Минск: «Дэбор», 1998, — 258 с.

2. Штерн М.Б. Определяющие уравнения для уплотняемых пластичных пористых тел // Порошковая металлургия. — 1981. — №4. — С.17–23.