

образцов за допустимые пределы. Суммарная доля связующих веществ при-
емлема на уровне 9–11%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хомич П.Д., Острогорова Л.О., Янюк Р.П. Кварцевые пески Беларуси, их использование в промышленности // Горный журнал. — 2003. — № 7. — С. 18-19.
2. Журба М.С. Очистка вод на зернистых фильтрах. — Львов: Высшая школа, 1980. — 200 с.
3. Реут О.П., Богинский Л.С., Петюшик Е.Е. Сухое изостатическое прес-
сование уплотняемых материалов. — Мн.: Дзэбор, 1998. — 258 с.
4. Эффективные фильтрующие элементы для патронных фильтров / Пе-
тюшик Е.Е., Азаров С.М., Якубовский А.Ч., Макарчук Д.В. // Современные
технологии, материалы, машины и оборудование: Материалы междунар. на-
учно-техн. конф. — Могилев: МГТУ, 2002. — С. 228-229.

УДК 621.762.4

Петюшик Е.Е., Реут О.П., Макарчук Д.В.

ВАРИАНТ УТОЧНЕНИЯ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СРЕД

*Белорусский национальный технический университет,
Минск, Республика Беларусь*

Refinement procedure of plasticity condition of discrete media for different loading conditions from simple tension up to hydrostatic compression has been proposed. Explicit shape of fluidity surface has been determined on accounting estimations of resistance to deformation of discrete media under different loading schemes taking into consideration the contact theory.

Технологические процессы изготовления изделий из порошков предпо-
лагают в качестве одной из основных операций прессование дискретной за-
готовки. Для расчета конфигурации рабочей полости прессформы с целью
обеспечения равномерности и заданной формы изделия, оценки его каче-
ственных параметров необходима информация о распределении напряжений
и деформаций в деформируемом дискретном теле.

Особенность расчета напряженно-деформированного состояния тела
сложной формы заключается в невозможности упростить определяющие

уравнения, как это делается при расчете тел вращения [1]. Сложная конфигурация тела, в частности, в процессах прессования с использованием эластичного деформирующего инструмента, требует разнонаправленных траекторий нагружения заготовки, что может способствовать образованию областей деформирования с низким уровнем сжимающих напряжений, вплоть до появления растягивающих. Поэтому математическая модель для расчета напряжений и деформаций должна учитывать разное сопротивление уплотняемого порошкового материала напряжениям растяжения и сжатия.

Формулирование критерия пластичности дискретных сред сводится, главным образом, к выбору типа поверхности нагружения [2] и определению ее явного вида путем установления взаимозависимости компонент тензора напряжений σ_{ij} со свойствами материала, характеризующимися совокупностью величин k_n и параметров упрочнения g_n . Последние определяют изменение критерия пластичности при деформировании. В общем случае условие пластического деформирования имеет вид:

$$f(\sigma_{ij}, k_n, g_n) = 0. \quad (1)$$

Вопрос о форме поверхности нагружения имеет несколько трактовок. Прежде всего, это касается оценки влияния эффектов дилатансии, деформационной анизотропии и вида напряженного состояния. Наибольшее распространение получили два типа моделей: строго выпуклые и кусочно-гладкие в сочетании принципом максимума Мизеса. В соответствии с теоремами о предельном нагружении и условием изотропии, очевидна симметричность поверхности текучести относительно гидростатической оси в трехмерном пространстве главных напряжений и ее замкнутость.

С использованием идей теории грунтов [3, 4] развиты модели пластичности с поверхностью текучести в виде эллипсоида вращения, равнонаклоненного к направлениям главных напряжений и сдвинутого вдоль пространственной диагонали, нашедшие экспериментальное подтверждение [5, 6].

Адекватное качественное и количественное описание формоизменения и уплотнения дискретных материалов достигается при использовании теоретических моделей, включающих расчетные или эмпирические параметры, способные характеризовать свойства пористой среды [7].

Важен диапазон определения явного вида поверхности нагружения. Обычно ограничиваются диапазоном от свободной осадки до гидростатического сжатия [1] (рис. 1). Это оправдано лишь для тривиальных схем нагружения. С учетом отмеченных особенностей деформирования дискретного тела сложной формы, целесообразно рассматривать явный вид поверхности нагружения в диапазоне схем нагружения от простого растяжения до гидростатического сжатия.

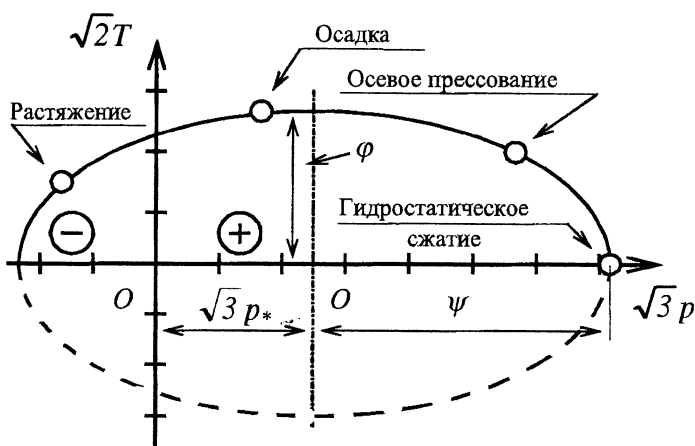


Рис. 1. След поверхности нагружения в плоскости $p - T$

Условие пластичности, имеющее геометрическую интерпретацию в виде сдвинутого вдоль гидростатической оси эллипсоида вращения, имеет вид [1]:

$$\frac{3(p - p_*)^2}{\psi^2} + 2 \frac{T^2}{\phi^2} = 1. \quad (2)$$

где ψ и ϕ — функции механических и структурных характеристик уплотняемых порошковых материалов; T — интенсивность касательных напряжений; p_* — параметр смещения центра эллипсоида вдоль гидростатической оси, учитывающий различие в сопротивлении прессовок растяжению и сжатию.

Явный вид поверхности текучести может быть определен по расчетным оценкам сопротивления деформированию порошковых прессовок при различных схемах нагружения. Расширяя этот диапазон в область растягивающих напряжений, примем в качестве расчетных оценок напряжения для схем свободной осадки и гидростатического сжатия, а также напряжение для простого растяжения. Такой подход позволит увеличить точность принятой интерполяции критерия текучести. Основываясь на расчетных зависимостях [8], полученных из рассмотрения контактного взаимодействия частиц порошка при его уплотнении, для определения напряжений при указанных схемах нагружения, выражения для функций ψ , ϕ и параметра p_* установлены в виде:

$$\psi = \frac{(\sigma_{zc} - p_*)\sigma_{oc}}{\sqrt{\frac{3}{2}\sigma_{zc}^2 - \left(\frac{3}{2}\sigma_{zc} - \sigma_{oc}\right)p_* - \frac{1}{6}\sigma_{oc}^2}}, \quad (3)$$

$$\psi^2 = 3(\sigma_{zc} - p^*), \quad (4)$$

где σ_{oc} , σ_{zc} — сопротивление деформированию порошковых материалов при свободной осадке и гидростатическом сжатии соответственно;

Значения σ_{zc} *сос* определяются из следующих выражений [8]:

$$\sigma_{oc} = \sigma_{sk} \frac{\rho^m - \rho_0^m}{\rho_{np}^m - \rho_0^m}, \quad \sigma_{zc} = p_{kp} \frac{\rho^{n'} - \rho_0^{n'}}{\rho_{np}^{n'} - \rho_0^{n'}}, \quad (5)$$

где σ_{sk} — сопротивление деформированию порошковой прессовки при плотности $\rho_{np} \approx \rho_{ком}$; в условиях свободной осадки; ρ , ρ_0 , $\rho_{ком}$ — плотность прессовки, насыпная плотность порошкового материала и плотность компактного материала порошка, соответственно; m и n' — показатели интенсивности упрочнения в условиях свободной осадки и гидростатического сжатия, соответственно; p_{kp} — критическое гидростатическое напряжение сжатия;

Для параметра p^* получено выражение:

$$p^* = \frac{9\sigma_{zc}^2 (\sigma_{oc}^2 - \sigma_p^2) + \sigma_{oc}^2 \sigma_p^2}{18 \cdot \sigma_{zc} (\sigma_{oc}^2 - \sigma_p^2) + 6 \cdot (\sigma_{oc}^2 \sigma_p + \sigma_{oc} \sigma_p^2)} \quad (6)$$

где σ_p — сопротивление растяжению порошковых материалов, определяемое зависимостью [8]:

$$\sigma_p = b_1 \cdot \sigma_n \frac{2}{1 + tg \rho_m} \cdot \alpha_\kappa.$$

Здесь $b_1 = (1 - 2\mu)^3 \cdot p_\kappa / \sigma_{нк}$; μ — коэффициент Пуассона материала частиц порошка; σ_n — приведенное напряжение; $\sigma_{нк}$ — критическая величина приведенного напряжения; ρ_m — угол внутреннего (межчастичного) трения;

$$tg \rho = (1 - 2\mu) \cdot [(1 - \chi \cdot \alpha_\kappa) / (1 - \chi)]^{1/3}, \quad \text{где } \chi = 1 - \chi_1 \cdot \sigma_{нк} / p_\kappa, \text{ а}$$

$$\chi_1 = 1 + \arctg \ln \left[\frac{\ln(1/v_0)}{\ln(v/v_0)} \right] \quad \text{— параметр, учитывающий}$$

конфигурацию частиц в окрестности контактной зоны ($\chi_1 = 1, 1, \dots, 1, 3$).

$\alpha_\kappa = v^2 \cdot \ln(v/v_0) / \ln(1/v_0)$ — относительная величина контактного сечения прессовки.

После подстановок и несложных преобразований, аналогичных проведенным в работе [1], уравнение (2) окончательно приобретает вид:

$$\frac{(p - p^*)^2}{(\sigma_{zc} - p^*)} + \frac{\left(3\sigma_{zc}^2 - 2p^* (3\sigma_{zc} - \sigma_{oc}) - \frac{1}{3} \sigma_{oc}^2 \right) \cdot T^2}{(\sigma_{zc} - p^*)^2 \sigma_{oc}^2} = 1. \quad (7)$$

Уравнение условия пластичности (7) содержит, кроме компонент тензора напряжений, прочностные характеристики порошкового материала, зависящие, в свою очередь, от материала частиц порошка (ρ_k, μ, σ_r или σ_b, b), структурных характеристик порошкового материала (χ_1, ν_0, α_k), плотности порошкового материала n . То есть, модель пластичности (7) является многопараметрической и может служить для расчета как процессов уплотнения порошковых материалов при различных схемах нагружения, так и для прочностных расчетов порошковых тел, подвергающихся сжимающим и растягивающим нагрузкам. Для определения сопротивлений деформированию $\sigma_{z_0}, \sigma_{oc}$ и σ_p при выбранных схемах нагружения можно воспользоваться и другими известными уравнениями [9], разработанными с позиции контактной теории.

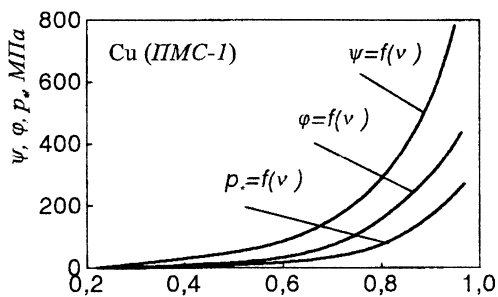


Рис. 2. Зависимость характеристик ψ, φ, p^* от относительной плотности ν

С увеличением плотности растут механические характеристики уплотняемых материалов ψ и φ , а также параметр смещения центра эллипсоида вдоль гидростатической оси p^* (рис. 2). В отличие от пористого спеченного материала, порошок в состоянии насыпки обладает весьма низким сопротивлением деформированию, поэтому всякое начальное напряженное состояние для него является предельным. При весьма малом давлении произойдут необратимые деформации и, как результат, уплотнение или разуплотнение. Поэтому поверхность нагружения должна развиваться от точки, соответствующей моменту начала прессования. Каждое последующее нагружение приведет к росту поверхности нагружения и смещению центра эллипсоида вдоль гидростатической оси. С увеличением плотности различие в пределах текучести прессовок на сжатие и растяжение сохраняется. Поэтому параметр смещения p^* не должен стремиться к нулю.

При плотности близкой к компактной поверхность нагружения имеет вид вытянутого эллипсоида (рис. 3). Она не переходит в поверхность Мизеса, так как и в этом состоянии существуют напряжения гидростатического

равномерного сжатия, и учитывает различие в пределах текучести на сжатие и растяжение, что соответствует результатам испытаний [5].

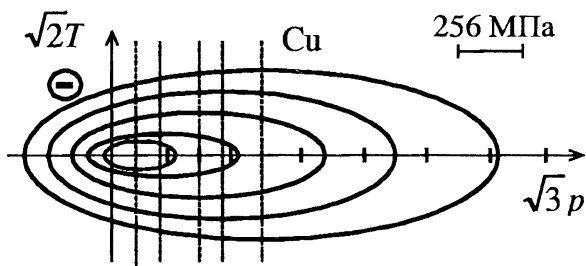


Рис. 3. Следы поверхностей нагружения в плоскости $p - T$

ЛИТЕРАТУРА

1. Реут О.П., Богинский Л.С., Петюшик Е.Е. Сухое изостатическое прессование уплотняемых материалов. — Мн.: Дэбор, 1998.—258 с.
2. Горохов В.М. Современное состояние и перспективы развития теории прессования металлических порошков // В сб. 40 лет порошковой металлургии в Республике Беларусь. — Минск: Ковчег, 2000. — С.63-91.
3. Харр М.Е. Основы теоретической механики грунтов. М.: Стройиздат, 1971. — 320 с.
4. Николаевский В.Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности. М.: ВИНТИ, 1972. — 86 с.
5. Рудь В.Д. Экспериментальная проверка условий пластичности объемно— сжимаемых материалов // Исследование по механике деформируемых сред. Иркутск, 1982. — С. 8-13.
6. Doremus P., Imbault D., Nicolas G. Simulation of Die Compaction: the Example of a Part made with Tungsten Powder. In the Proceedings of 1998 PM World Congress, Granada, 1998, v.2.— P. 177-182.
7. Shima S., Kotera H. Study of Constitutive Behaviour of Powders for Application to Simulation of Compaction Processes. In the Proceedings of 1998 PM World Congress, Granada, 1998, v.2. — P. 240-245.
8. Жданович Г.М. Теория прессования металлических порошков. М.: Металлургия, 1969. — 262с.
9. Бальшин М.Ю. Научные основы порошковой металлургии и металлургии волокна. — М.: Металлургия, 1972. — 335 с.