

1. ВВЕДЕНИЕ

Расчетная модель описывает напряженно–деформированное состояние произвольного сталежелезобетонного сечения (рис. 1), представляет собой систему интегральных уравнений и включает в себя:

- уравнения равновесия внешних и внутренних усилий в сечении;
- кинематические гипотезы распределения деформаций в сечении в упругопластической стадии работы конструкции;
- зависимости между деформациями и напряжениями (диаграммы деформирования), в общем виде немонотонные и негладкие;
- зависимости деформационной теории пластичности.

Система уравнений расчетной модели устанавливает связь между вектором внешней нагрузки f и вектором параметров деформаций u . Таким образом, возможны две постановки задачи: определение множества деформаций (и напряжений) по заданной внешней нагрузке, либо определение предельных усилий при заданной деформации. Отметим, что поставленные задачи могут не иметь решений, либо иметь несколько решений.

Расчетная модель сталежелезобетонных сечений является обобщением деформационной модели, используемой в теории железобетона [1, 6], а также методов, используемых для расчета сечений стальных конструкций по критерию ограниченных пластических деформаций [7, 9].

2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СЕЧЕНИЙ

Уравнения равновесия (интегрирование ведется по площади сечения A)

$$N_x - \int_A \sigma_x(y, z) dA = 0,$$

$$Q_y - \int_A \tau_{xy}(y, z) dA = 0, \quad Q_z - \int_A \tau_{xz}(y, z) dA = 0,$$

$$M_y - N_x(z_N - z_0) - \int_A \sigma_x(y, z)(z - z_0) dA = 0,$$

$$M_z - N_x(y_N - y_0) - \int_A \sigma_x(y, z)(y - y_0) dA = 0$$

или, то же, в матричном виде

$$f - F(\mathbf{u}) = 0,$$

$$\text{где } f = \left\{ \begin{array}{l} N_x \\ Q_y \\ Q_z \\ M_y - N_x(z_N - z_0) \\ M_z - N_x(y_N - y_0) \end{array} \right\} - \text{вектор нагрузок на сечение;}$$

$F(\mathbf{u})$ – вектор-функция внутренних усилий в сечении;

$\mathbf{u} = \{\varepsilon_{0x}, k_{xy}, k_{xz}, k_y, k_z\}^T$ – вектор параметров деформаций, где

ε_{0x} – продольная относительная деформация в центре сопротивления изгибу от N_x ;

k_{xy}, k_{xz} – параметры деформаций сдвига от Q_y, Q_z ;

k_y, k_z – кривизны относительно соответствующих осей от M_y, M_z ;

$\sigma_x(y, z), \tau_{xy}(y, z), \tau_{xz}(y, z)$ – функции нормальных и касательных напряжений;

y, z – координаты рассматриваемой точки сечения;

y_N, z_N – координаты точки приложения продольного усилия N_x ;

y_0, z_0 – координаты центра сопротивления изгибу сечения (может не совпадать с центром тяжести сечения)

$$z_0 = \int_A z dA / \int_A dA, \quad (y, z).$$

Здесь и далее запись (y, z) означает, что недостающие формулы получаются круговой перестановкой индексов.

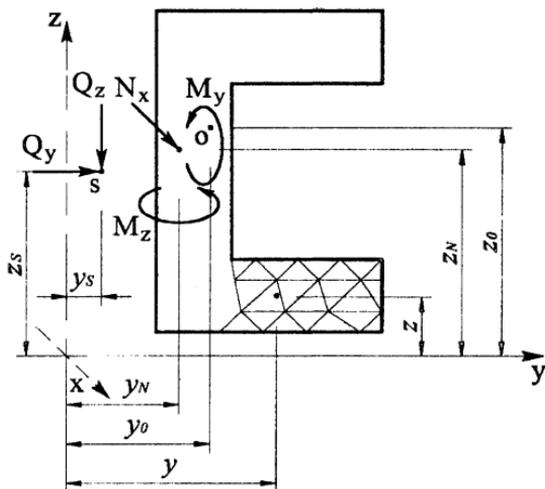


Рис. 1. Произвольное поперечное сечение стержнево-сталежелезобетонного элемента

В предлагаемой расчетной модели принимается следующее допущение: распределение относительных деформаций в упругопластической стадии эквивалентно их распределению в упругой стадии. Кроме того, предполагается, что поперечная нагрузка воспринимается только стальной частью сталежелезобетонного сечения.

Согласно допущению относительные продольные деформации в сечении в упругопластической стадии

$$\varepsilon_x(y, z) = \varepsilon_{0x} - k_y(z - z_0) - k_z(y - y_0),$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu_{pl} \varepsilon_x,$$

где μ_{pl} – коэффициент Пуассона в упругопластической стадии.

Очевидно, что продольные деформации подчиняются гипотезе плоских сечений, т.е. деформация сечения не учитывается.

Относительные деформации сдвига в стальной части сечения

$$\gamma_{xy}(y, z) = k_{xy} \phi_{1,xy}(y, z) + k_{xz} \phi_{2,xy}(y, z);$$

$$\gamma_{xz}(y, z) = k_{xy} \phi_{2,xz}(y, z) + k_{xz} \phi_{1,xz}(y, z).$$

Для простоты, принимаем функции сдвига на основании формулы Журавского

$$\phi_{1,xy}(y) = \frac{S_z^o(y)}{I_z t_y(y)}, \quad \phi_{1,xz}(z) = \frac{S_y^o(z)}{I_y t_z(z)},$$

$$\phi_{2,xy}(y, z) = \phi_{2,xz}(y, z) = 0,$$

где $S_z^o(y)$, $S_y^o(z)$ – функции статических моментов отсеченных частей;

$t_y(y)$, $t_z(z)$ – соответственно, ширина и высота сечения на уровне рассматриваемой точки.

Статические моменты отсеченных частей для рассматриваемой точки i

$$S_y^o(z) = \int_{z_i}^{z_{max}} t_z(z)(z - z_0) dz, \quad (y, z),$$

где z_i , z_{max} – координата рассматриваемой i -й точки и максимальная координата точки в сечении.

Кроме приведенных зависимостей в расчетную модель входят также диаграммы деформирования материалов ($\sigma_i = f_k(\varepsilon_i)$, $k=1, m$), связывающие интенсивности деформаций и напряжений. Интенсивности деформаций (как и последующие величины определяются в каждой точке сечения)

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{2(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2)}.$$

Интенсивности напряжений определяются по диаграммам деформирования материалов, которые можно получить из диаграмм растяжения материалов $\sigma_i - \varepsilon_i$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i + \frac{1 - 2\mu_{pl}}{E} G \varepsilon_i, \quad \sigma_i = \sigma_i,$$

где μ_{pl} – переменный коэффициент Пуассона в упругопластической стадии, определяемый для каждой точки сечения

$$\mu_{pl} = 0,5 - \frac{0,5 - \mu_{el}}{E} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i},$$

где μ_{el} – коэффициент Пуассона материала в упругой стадии.

Из уравнений Генки-Ильюшина деформационной теории пластичности

$$\varepsilon_x - \varepsilon_0 = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} (\sigma_x - \sigma_0), \quad (x, y, z)$$

с учетом предположения об отсутствии давления между соседними продольными волокнами $\sigma_y = \sigma_z = 0$ имеем выражение для нормального напряжения в упругопластической стадии

$$\sigma_x = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} (\varepsilon_x - \varepsilon_0) .$$

В формулах σ_0 и ε_0 – средние напряжение (гидростатическое) и деформация.

Касательные напряжения в упругопластической стадии

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_i}{3 \varepsilon_i} \gamma_{xy} (y, z) .$$

В данной расчетной модели принимается, что поперечная нагрузка прикладывается к центру изгиба (сдвига) сечения, координаты которого

$$y_s = -S_{\varphi, y} / I_y, \quad z_s = S_{\varphi, z} / I_z, \\ S_{\varphi, y} = \int_A (z - z_0) \varphi(y, z) dA, \quad I_y = \int_A (z - z_0)^2 dA, \quad (y, z).$$

Определение функции кручения φ , как известно, сводится к однородной задаче Неймана

$$\Delta \varphi(y, z) = 0$$

при краевом условии выражающем отсутствие нагрузки на контуре сечения

$$\frac{\partial \varphi(y, z)}{\partial n} = z \cos \alpha - y \sin \alpha = z n_y - y n_z,$$

где Δ – двумерный оператор Лапласа;

n , α – нормаль к контуру сечения и угол ее наклона к оси Y .

Функция кручения определяется вариационным методом (в форме метода конечных элементов).

3. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Методы решения расчетной модели можно разделить на три группы:

1. Итерационные (метод дополнительных нагрузок [5], метод переменных параметров упругости [2], комбинированный метод [7], метод дополнительных деформаций [2], ньютоно-подобные методы, обобщенный метод секущих и др.);

2. Методы продолжения по параметру [3, 4, 8];
3. Смешанные методы (методы продолжения по параметру с уточнением решения на шаге итерационным методом).

Из итерационных методов наиболее общим является комбинированный метод, так как его частными случаями являются метод переменных параметров упругости и метод дополнительных нагрузок.

Методы продолжения по параметру более медленные, но позволяют проследить напряженно-деформированное состояние сечения на всей истории нагружения, что в том числе дает возможность учесть временные процессы – коррозию, влияние температуры и др. Кроме того, некоторые из них позволяют исследовать “запредельную” работу сечения и найти все возможные решения. Среди методов продолжения по параметру, имеющих наилучшие вычислительные свойства отметим метод, использующий в качестве параметра длину дуги кривой решений (arc-length метод) [3].

Интегрирование по площади выполняется численно с использованием квадратурных немультимпликативных формул Гаусса по треугольнику, для чего все сечение предварительно разбивается на треугольники.

Приведенная расчетная модель реализована в программе FPLASTIC, состоящей из расчетного модуля и интерфейсного модуля, работающего под управлением пре-постпроцессора FEMAP.

Предлагаемая расчетная модель может использоваться при расчетах стержневых конструкций методом конечных элементов и является составной частью физически-нелинейного балочного конечного элемента.

Литература

1. Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. Общий метод расчета железобетонных конструкций // Бетон и железобетон, № 5, 1987. – с. 13–17.
2. Биргер И.А. Круглые пластинки и оболочки вращения. – М.: Оборонгиз, 1961. – 367с.
3. Григолюк Э.И., Шалашилин В.И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения по параметру в

нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. – М.: Наука. 1988. – 232с.

4. Дмитриев Л.Г., Касилов А.В. Вантовые покрытия. (Расчет и конструирование) – К.: Будівельник, 1967. – 171с.

5. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.

6. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О. Численный анализ расчетной модели нормального сечения железобетонной конструкции проекта СНБ 5.03.01–98 / Материалы 54-ой международной научно-технической конференции – Часть 7. – Минск: БГПА, 2000. – с. 9.

7. Потапкин А.А. Проектирование стальных мостов с учетом пластических деформаций. – М.: Транспорт, 1984. – 200с.

8. Сидорович Е.М. Нелинейное деформирование, статическая и динамическая устойчивость пространственных стержневых систем. – Мн.: БГПА, 1999. – 200с.

9. Чернов Н. Л., Артюшкин И. А., Купченко Ю. В., Шебанин В. С. Расчет элементов стальных стержневых систем за пределами упругости по деформированной схеме // Известия высших учебных заведений. Строительство и архитектура. – 1991, №2. – С. 3 – 7.

УДК 76:621(075.8)

**Курсовое проектирование в дисциплине
«Инженерная графика»**

Корытко Л.С., Кравченко М.В.

Белорусский национальный технический университет

В системе инженерного образования базовое значение имеет общеинженерная подготовка, важными составляющими которой являются графические дисциплины: инженерная графика, технический рисунок, компьютерная графика, развивающие пространственное мышление и обучающие технически грамотному выполнению чертежей, оказывающие значительное влияние на раскрытие творческого потенциала будущих специалистов. Эффективность графических дисциплин определяется с одной стороны фундаментальностью научных положений, на которых