УДК 629.73 5

Расчёт напряжённости магнитного поля вокруг магнита цилиндрической формы

Быченя А.А.
Белорусский национальный технический университет

Магнитные жидкости, как новый класс инженерных материалов, может использоваться в технических устройствах таких, как демпферы или гасители резонансных колебаний (основные составные части: магнит, магнитная жидкость). Использование магнитных жидкостей в этих устройствах даёт несомненное преимущество в скорости гашения колебаний, в ходе которого происходит диссипация энергии. Однако широкое практическое применение требует наиболее глубокого теоретического и экспериментального изучения происходящих в демпфере процессов (диссипация энергии, смещение свободной границы магнитной жидкости и т. д.). Так, для поиска свободной границы необходим расчёт напряжённости магнитного поля. В случае использования магнита цилиндрической формы расчёт напряжённости магнитного поля можно производить по формулам Пшеничникова. Ввиду осевой симметрии, вектор напряжённости имеет две составляющих. Составляющие рассчитываются по следующим формулам:

$$H_r = \frac{M}{2\pi}\sum_{k=1}^{2}(-1)^k \int_{r-R}^{r+R} \frac{x}{x^2+z_k^2}\sqrt{\frac{R^2-(x-r)^2}{R^2+z_k^2+2xr-r^2}}dx;$$

$$H_z = \frac{M}{2\pi}\sum_{k=1}^{2}(-1)^k \int_{r-R}^{r+R} \frac{z_k}{x^2+z_k^2}\sqrt{\frac{R^2-(x-r)^2}{R^2+z_k^2+2xr-r^2}}dx;$$

$z_k = z \pm h$, где h – полувысота магнита, а R его радиус.

В силу того, что интегралы, входящие в формулы вычисления компонент вектора – не берущиеся, то приходится прибегнуть к использованию приближённой подынтегральной функции. Функцию будем приближать многочленами Чебышева первого рода:

$T_n(\cos\theta) = \cos(n \cdot \theta)$ или $T_n(x) = \cos(n \cdot \arccos x)$,

$x_k = \cos\dfrac{\pi(0.5+k)}{n}$, $k = \overline{0, n-1}$ - корни многочлена

$T_0(x) = 1, T_1(x) = x, \ldots, T_n(x) = 2x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x), n \ge 2$.

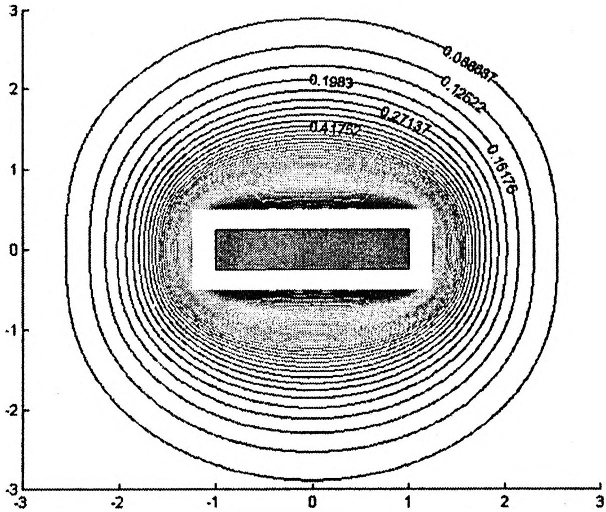
Функция представится в следующем виде:

$$f(x) \approx -\frac{c_0}{2} + \sum_{k=0}^{N-1} c_k \cdot T_j(x); c_k = \frac{2}{N}\sum_{k=0}^{N-1} f(x_j) \cdot T_k(x_j);$$

предварительно вводится замена интегральной переменной:

$x = r + \xi \cdot R$.

На приведённом ниже рисунке показаны, как результаты вычисления, изолинии напряжённости магнитного поля (линии, на которых вектор напряжённости имеет постоянную длину), в центре – постоянный магнит:



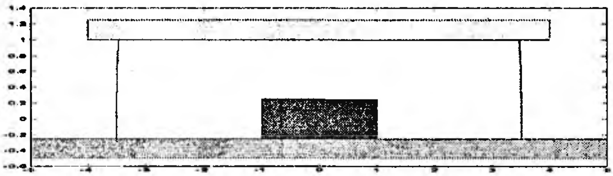
Расчёт производился в области:

$$[-3\cdot R; 3\cdot R]\times[-3\cdot R; 3\cdot R].$$

За исключением небольшой области вокруг магнита

$$[0.25\cdot R; 0.25\cdot R]\times[-0.25\cdot R; 0.25\cdot R].$$

Полученные результаты можно использовать при нахождении свободной границы магнитной жидкости в демпфирующем устройстве, использующемся для гашения колебаний. При этом если учитывать, что все силы по сравнению с магнитными силами пренебрежительно малы, то граница магнитной жидкости будет лежать на одной из изолиний. На следующем рисунке приведён обобщенный вид демпфирующего устройства (постоянный магнит, окружённый магнитной жидкостью, жёстко прикреплён к нижней пластине, верхняя пластина подвижна).



Зная объём магнитной жидкости и смещение верхней пластины демпфирующего устройства можно итерационным методом найти координаты свободной границы:

$$\mathrm{H} \approx Const, (\bar{r}; \bar{z}) \Rightarrow \bar{V}, \left|V - \bar{V}\right| < \varepsilon,$$

где $\mathrm{H} = \sqrt{H_r^2 + H_z^2}$ - абсолютная величина вектора напряжённости (его длина). Сверяя объём полученный с исходным объёмом магнитной жидкости можно добиться некоторой определённой заранее точности в расчёте свободной границы.