УДК 681.32

Программирование классических задач робототехники с использованием языкоориентированной оптимизации CAS Maple 9.03.

Герасюто С. Л.
Белорусский национальный технический университет

Аналитическое решение для плоского двухзвенного манипулятора с вращающимися парами пятого класса

В отличие от прямой задачи кинематики, где существует однозначное решение, в обратной задаче кинематики всегда есть множество решений. Рассмотрим плоский двухзвенный манипулятор (рис. 1).

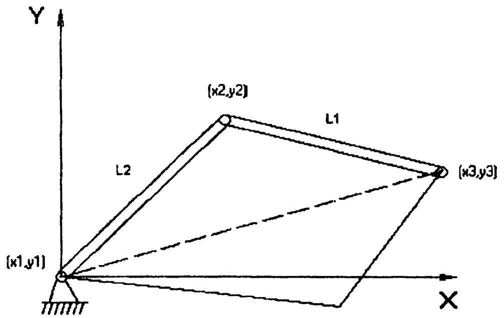

Рис. 1 Двухзвенный манипулятор с вращающимися парами пятого класса.

Обычное классическое векторное решение такой задачи предусматривает введение пространства присоединенных переменных для кинематической пары каждого из звеньев. Решение находится в виде пар углов (в данном случае две пары), которые вычисляются ЭВМ через специальную функцию arctg2 .

Аналитический подход не предусматривает дополнительного преобразования систем координат и оперирует неизвестными только в декартовой системе координат. В конечном итоге мы получаем те же наборы решений, что и в векторном методе, но уже в виде координат точек x2,y2 (в данном примере два). Для этого надо решить в общем виде систему уравнений (1), связывающую координаты манипулятора. Уравнения системы (1) представляют собой задачу аналитической геометрии о пересечении двух произвольных окружностей на плоскости.

$$\begin{cases} x_3 - \textit{задается как координата конца схвата} \\ y_3 - \textit{задается как координата конца схвата} \\ l_1, l_2 - \textit{длина звеньев (постоянный параметр)} \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = l_1^2 \\ (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = l_2^2 \end{cases} \qquad (1)$$

Полное решение (1) получено при помощи CAS Mathematica (CAS – computer algebra system) и здесь не приводится. Упрощенное решение, где манипулятор робота считается помещенным в начало системы координат (x1=0 и y1=0) и длины звеньев равны ($l_1 = l_2 = l$) приведено ниже (2).

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{x_3^4 + x_3^2 y_3^2 - y_3\sqrt{-x_3^2(x_3^2 + y_3^2)(-4l^2 + x_3^2 + y_3^2)}}{2x_3(x_3^2 + y_3^2)} \\ y_2 = \dfrac{x_3^2 y_3 + y_3^3 + \sqrt{-x_3^2(x_3^2 + y_3^2)(-4l^2 + x_3^2 + y_3^2)}}{2x_3(x_3^2 + y_3^2)} \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{x_3^4 + x_3^2 y_3^2 + y_3\sqrt{-x_3^2(x_3^2 + y_3^2)(-4l^2 + x_3^2 + y_3^2)}}{2x_3(x_3^2 + y_3^2)} \\ y_2 = \dfrac{x_3^2 y_3 + y_3^3 - \sqrt{-x_3^2(x_3^2 + y_3^2)(-4l^2 + x_3^2 + y_3^2)}}{2x_3(x_3^2 + y_3^2)} \end{cases} \qquad (2)$$

Оптимизация решения для языка программирования С.

Полное или упрощенное решение (2) являются неоптимизированными математическими формулами. Для эффективного их выполнения на ЭВМ нужна языкоориентированная оптимизация. Для этой задачи применяем CAS Maple.

Неоптимизированный вариант (на примере значения x2):

```
restart:
with(CodeGeneration):
C((x3^4+x3^2*y3^2-y3*sqrt(-x3^2*(x3^2+y3^2)*(-4*l^2+x3^2+y3^2)))/(2*x3*(x3^2+y3^2)), resultname="x2");
x2 = (pow(x3, 0.4e1) + x3 * x3 * y3 * y3 – y3 * sqrt(-x3 * x3 * (x3 * x3 + y3 * y3) * (-(double) (4 * l * l) + x3 * x3 + y3 * y3))) / x3 / (x3 * x3 + y3 * y3) / 0.2e1;
```

Оптимизированный вариант с использованием промежуточных переменных:

```
restart:
with(CodeGeneration):
C((x3^4+x3^2*y3^2-y3*sqrt(-x3^2*(x3^2+y3^2)*(-4*l^2+x3^2+y3^2)))/(2*x3*(x3^2+y3^2)), optimize);
t1 = (int) (x3 * x3);
t2 = (double) t1 * (double) t1;
t3 = (int) (y3 * y3);
t5 = (int) ((double) t1 + (double) t3);
t7 = (int) (l * l);
t11 = sqrt(-(double) (t1 * t5 * (-4 * t7 + t1 + t3)));
t18 = (t2 + (double) (t1 * t3) – y3 * t11) / x3 / (double) t5 / 0.2e1;
```