УДК 668.1.037.97+519.576

Математическая модель нелинейной динамической системы получения полноразмерных сферических поверхностей

Юринок В.И.
Белорусский национальный технический университет

Современное производство точного машиностроения и приборостроения требует создания управляемых технологических процессов изготовления высококачественной микрооптики. Решение этих задач невозможно без математического моделирования формообразования сферических поверхностей малого радиуса. Получение полноразмерных сферических поверхностей малого радиуса из заготовок кубической формы происходит между инструментальными дисками, вращающимися с определенной скоростью. Сжатый воздух, подающийся от воздушной сети, проходя через тангенциальные сопла, воздействует на обрабатываемую поверхность и вызывает ударно-вращательное движение кубиков о поверхность инструментальных дисков. Анализ работы устройств для пневмоцентробежной обработки показывает, что процесс формообразования шариков из заготовок кубической формы можно описать, выделив несколько стадий: качение кубика без скольжения, когда он поворачивается вокруг некоторой неподвижной точки контакта; качение заготовки с проскальзыванием, когда она имеет форму кубика со сработанными вершинами; качение заготовки с проскальзыванием, когда она имеет форму шара, то есть стадия доводки шарика до заданного диаметра и требуемого качества поверхности.

Известно, что износ U поверхности обрабатываемой детали (объемные или весовые единицы) определяется по зависимости $U = kpVt$, где k – коэффициент, зависящий от условий обработки (характеризует размер абразивного зерна инструментальных дисков, материал детали, коэффициент трения и т.д.); p – давление по нормали к трущимся поверхностям; V – скорость относительного движения поверхностей; t – время обработки. В связи с рассмотренными стадиями обработки заготовок кубической формы можно записать: $U=U_I+U_{II}+U_{III}$, где U_I – износ поверхности кубика при вращении вокруг некоторой неподвижной точки(оси); U_{II} – износ поверхности при проскальзывании заготовки относительно рабочей поверхности инструментальных дисков; U_{III} – износ поверхности заготовки на стадии доводки до заданного диаметра. Наиболее важным является определение величин U_I, U_{II}.

При обработке заготовок кубической формы с целью получения полноразмерной сферической поверхности малого радиуса происходит значительное изменение массы, что является определяющим фактором интенсивности обработки на первоначальной стадии технологического процесса.

Соотношение для определения линейной скорости точек, лежащих на ребрах кубика можно записать в виде $V(t)=\omega(t)\cdot 2a(t)$, где $\omega(t)$ – угловая скорость заготовки; $a(t)$– половина ребра кубика. Величина $\omega(t)$ определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{d\omega(t)}{dt}I_{отн.ребра}(t)+\omega(t)\frac{dI_{отн.ребра}}{dt}=\left(\vec{M}_1^{\tau}+\vec{M}_1^{n}\right)_z.$$

Предполагая, что основная закономерность изменения поверхности определяется кинематикой и динамикой процесса, определим линейную скорость относительного движения заготовок кубической формы на второй стадии обработки, когда заготовка совершает поступательное движение с проскальзыванием относительно поверхности инструментальных дисков.

На основании основного уравнения динамики тела переменной массы можно записать: $m\frac{d\vec{V}}{dt}=\vec{F}_в+\frac{dm}{dt}\vec{V}+\vec{N}$.

Здесь m – масса кубической заготовки (переменная величина); $\vec{V}$ – скорость кубической заготовки с учетом проскальзывания; $\vec{F}_в$ – активная сила воздушного потока; $\vec{N}$ – сила реакции.

Так как кубик движется по неподвижной поверхности под действием активной силы $\vec{F}_в$, то в любой момент движения координаты точки контакта $M(x, y, z)$ должны удовлетворять уравнению поверхности инструментальных дисков $f(x, y, z) = 0$, где $f(x, y, z)$ – функция, задающая эту поверхность.

Решая дифференциальное уравнение с переменной массой совместно с уравнением связи $f(x, y, z) = 0$, найдем скорость $V(t) = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2 + (dz/dt)^2}$ относительного движения заготовки кубической формы с учетом изменения ее массы в процессе обработки.

Давление в точках соприкосновения является переменной величиной ввиду непрерывного изменения геометрической формы заготовки при преобразовании ее из куба в шар. Давление в точках спряжения можно определить по формуле $p(t) = \left|\vec{F}_в\right| \Big/ \iint\limits_{s(t)} dS$, где $s(t)$ – изменяющаяся площадь контакта в процессе обработки.

Полученные соотношения для $V(t)$ и $p(t)$ позволяют провести численные исследования изменения формы кубической заготовки, прогнозировать на этой основе закономерности достижения качественных и количественных показателей при изготовлении микрооптики.

Анализ дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель получения полных сферических поверхностей из заготовок кубической формы показывает, что прогнозирование изменения формы оптических поверхностей может базироваться только на нелинейных динамических системах. Мощные математические пакеты Mathematica 4.2, MathCAD 2001 PRO, Mathlab 6.5 и т.д. позволяют осуществить математическое моделирование существующих и находящихся в стадии конструкторской проработки новых технологических схем финишной обработки.