

УДК 528.34(476)

## ОСОБЕННОСТИ УРАВНИВАНИЯ РАЗНОСТЕЙ ВЫСОТ ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПСЕВДООБРАТНЫХ МАТРИЦ

Гармаза В.М.

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

В комплексе работ по наблюдению за вертикальными смещениями зданий и сооружений не менее ответственной является математическая обработка результатов измерений – уравнивание высотного обоснования, выполняемое по методу наименьших квадратов [2].

По результатам уравнивания нескольких циклов нивелирования для опорной сети оценивают устойчивость реперов и выполняют прогнозирование осадков.

За последнее время применение метода наименьших квадратов расширено за счет того, что, во-первых, на случайные погрешности измеренных величин теперь не накладывается условие, требовавшие их подчинения нормальному распределению; во-вторых, допускается коррелированность погрешностей измерения. В результате чего метод наименьших квадратов можно уравнивать, вообще говоря, коррелированные случайные величины, закон образования которых произволен. Однако требуется, чтобы распределение это имело конечные вторые моменты.

Очевидно, применение обобщенного метода наименьших квадратов к уравниванию опорных нивелирных сетей представляется перспективным.

Практика вычислений подтвердила целесообразность расположения результатов измерений и различных промежуточных итогов в таблицы. В частности, удобно свести в таблицу коэффициенты и свободные члены системы линейных уравнений. С величинами, заключенными в строки и столбцы прямоугольной таблицы, матрицы, можно производить действие в соответствии линейных уравнений чрезвычайно углубилось и упростилось. Так как в методе наименьших квадратов, который положен в основу приходится иметь дело с линейными уравнениями, то применение для этих целей матриц представляется совершенно необходимым [3].

Уравнивание нуль-свободных нивелирных сетей имеет ту особенность, что результаты измерения являются разностями (превышениями) искоемых величин, то есть высот точек. Значения последних при отсутствии исходных высот однозначно определить нельзя, так как решение приводит к вырож-

денной квадратной матрице, определитель (детерминант) который равен нулю. Поэтому требуется применять псевдообратные матрицы.

Для определения осадок сооружений необходим целый комплекс мероприятий. Ключевым звеном являются результаты повторных невелирных измерений, называемые эпохами. В зависимости от решаемой задачи эпохи могут содержать месячные, трехмесячные, полугодичные и годовые циклы. Задача этой статьи состоит в обработке эпох наблюдений с целью определения осадок сооружений.

Предположим, что из двух эпох наблюдения нам известны урвненные отметки пунктов. Их разность характеризует осадку сооружений. Урвнивание выполняется как с применением исходных пунктов, так и без исходных пунктов (нуль – свободная нивелирная сеть). До недавнего времени уранивали нуль-свободную сеть, используя превышения выполненные в каждой эпохе. Более современный подход заключается в том, что за измеренные величины берут не превышения, а разности превышений между эпохами.

Преимущества этого подхода заключается в следующем:

1. Вместо того чтобы урвнивать сеть дважды по эпохам урвнивание по разностям выполняется один раз. Это обстоятельство не является решающим, поскольку само урвнивание сети, как правило, занимает мало машинного времени.

2. При урвнивании нуль-свободных нивелирных и плановых сетей актуальной проблемой является выбор начальных координат (отметок определяемых пунктов). В ряде работ доказывается, что от начальных отметок зависят результаты урвнивания нуль-свободных сетей. Но если брать в урвнивание разности эпох, начальные отметки общеизвестны и они равны нулю, что позволяет давать однозначные решения при урвнивании.

3. Без урвнивания разности превышений трудно иным способом дать оценку точности, как этих разностей, так и величину осадок. Это обстоятельство является решающим в защиту урвнивания разностей эпох.

### Литература

1. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов/ В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко, А.Г. Ильин и др. – М.: Недра, 1981. – 215 с.

2. Руководство по производству геодезических работ в промышленном строительстве. Изд. ЦНИИОМТП Госстроя СССР. М.: 1977. 80 с.

3. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений Изд.2, доп. и испр.–М.: Физматгиз. 1962. 352 с.

4. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. М.: Недра. 1977. – 367с.

5. Тихонов А.Н., Большаков В.Д., Бывшев В.А., Ильинский А.С., Нейман Ю.М. О вариационном методе регуляризации при уравнивании свободных геодезических сетей// Изв. Вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка.—1980. №1.—с.45–53.

УДК 528.34(476)

## РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ ВЕСОВ ЛИНЕЙНЫМИ И НЕЛИНЕЙНЫМИ АЛГОРИТМАМИ LP-ОЦЕНОК

Гармаза О.Е.

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

В докладе рассматриваются вопросы уравнивания линейными и нелинейными алгоритмами Lp-оценок. Оба алгоритма основываются на минимизации целевой функции

$$\Phi(X) = \sum_{i=1}^N P_i |L_i(X)|^n, \quad (1)$$

где  $N$  — количество измерений;  $P = \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n E$ ;  $L(X)$  — свободный член нелинейного параметрического уравнения;  $X = [x_1, x_2, \dots, x_r]^T$  — вектор неизвестных координат определяемых пунктов;  $n$  — показатель степени (при  $n=2, 0$  имеем метод наименьших квадратов; при  $n=1, 0$  — метод наименьших модулей).

При минимизации этой критериальной функции линейным методом каждый раз уточняются координаты

$$\hat{X}_{j+1} = \hat{X}_j + \delta x_{j+1}, \quad (2)$$

$$\delta x_{j+1} = -(A^T C_j A)^{-1} A^T C_j L_j, \quad (3)$$