5. Тихонов А.Н., Большаков В.Д., Бывшев В.А., Ильинский А.С., Нейман Ю.М. О вариационном методе регуляризации при уравнивании свободных геодезических сетей// Изв. Вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка.–1980. №1.–с.45–53.

УДК 528.34(476)

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ ВЕСОВ ЛИНЕЙНЫМИ И НЕЛИНЕЙНЫМИ АЛГОРИТМАМИ LP-ОЦЕНОК

Гармаза О.Е.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

В докладе рассматриваются вопросы уравнивания линейными и нелинейными алгоритмами Lp-оценок. Оба алгоритма основываются на минимизации целевой функции

$$\Phi(X)=\sum_{i=1}^{N}P_i\left|L_i(X)\right|^n, \qquad (1)$$

где N — количество измерений ; $P=\left(\frac{1}{\sigma}\right)^n E$; L(X) – свободный член нелинейного параметрического уравнения; $X=\left[x_1,x_2,...x_t\right]^T$ — вектор неизвестных координат определяемых пунктов; n — показатель степени (при n=2,0 имеем метод наименьших квадратов; при n=1,0 – метод наименьших модулей).

При минимизации этой критериальной функции линейным методом каждый раз уточняются координаты

$$\hat{X}_{j+1}=\hat{X}_j+\delta x_{j+1}, \qquad (2)$$

$$\delta\chi_{j+1}=-\left(A^TC_jA\right)^{-1}A^TC_jL_j, \qquad (3)$$

где А — матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок;- $L=\varphi\left(\hat{X}\right)-T$ – разность между вычисленным и измеренным значением результатов опыта;

$$C_j = P(diag\left|L_j\right|^{n-2}) \cdot \tag{4}$$

Итерации j продолжаются до тех пор, пока

$$\Phi(X_{j+1}) < \Phi(X_j). \tag{5}$$

Нелинейный алгоритм минимизации целевой функции (1) предлагается осуществить методом Ньютона

$$\delta X_{j+1} = -H^{-1}(X_j)\nabla\Phi(X_j), \tag{6}$$

где матрица Гессе

$$H(X_j)=\begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2\Phi(X_j)}{\partial x_1^2} & \dots & \dfrac{\partial^2\Phi(X_j)}{\partial x_1\partial x_t} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial^2\Phi(X_j)}{\partial x_1\partial x_t} & \dots & \dfrac{\partial^2\Phi(X_j)}{\partial x_t^2} \end{pmatrix};$$

и градиент целевой функции

$$\nabla\Phi(X_j)=\begin{pmatrix} \dfrac{\partial\Phi(X_j)}{\partial x_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial\Phi(X_j)}{\partial x_t} \end{pmatrix}.$$

Первые и вторые частные производные вычисляют по формулам Лагранжа с коэффициентами Бикли численным методом [1].

Сравним результаты вычисления обратной матрицы весов разными методами:

A1 — метод Г.В.Макарова[2]:

1. Вычисление приращения целевой функции $\Delta\Phi$, изменяя уравненные координаты оцениваемого пункта на величину Δx.

2.По формулам (7) вычисляют фрагмент обратной матрицы :

$$N_{11} = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta x_1}, \qquad N_{22} = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta x_2},$$

$$N_{12} = \frac{\Delta\Phi_{12} - \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2}{2\Delta x_1 \Delta x_2}, \tag{7}$$

$$Q = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12} & N_{22} \end{pmatrix}^{-1}.$$

Этим методом можно получить фрагмент обратной матрицы для любого определяемого пункта сети.

B1 — метод ,основанный на применении расширенной псевдообратной матрицы [3]

$$Q = FP^{-1}F^T, \tag{8}$$

$$F = (A^T CA)^{-1} A^T C, \tag{9}$$

в которой используются матрицы A и C линейного метода Lp — оценок (см.(4)).

C1 — метод ,использующий формулу (8) и численный алгоритм вычисления матрицы F [4]

$$F = \frac{\hat{X}_\delta - \hat{X}}{\delta}, \tag{10}$$

где δ — малое приращение в результат измерения, с последующим уравниванием сети для получения вектора $\hat{X}_\delta$.

В методах A1, B1, C1 используется линейный алгоритм минимизации (1) — (5) , а в методах

A2 , B2, C2 – нелинейный алгоритм (6) , который работает только при $1{,}5 \le n \le 2{,}5$.

По результатам вычислений можно сделать следующие выводы :

1)фрагменты обратных матриц в A1 и A2 не всегда согласуются с результатами других методов ;

2)методы B1 и C1 дают близкие между собой результаты на промежутке $1{,}5 \le n \le 2{,}5$;

3)все методы дают одинаковый результат при n =2,0 .

4)для геодезического производства рекомендуем использовать самый простой и надежный метод B1 .

5) метод C2 рекомендуется применять при многокритериальной оптимизации [7] .

Литература

1.Мицкевич В.И., Скорик О.Г. Анализ предельных числовых характеристик различных формул по вычислению элементов матрицы Гессе при решении геодезических засечек методом Ньютона // Полоцкий гос. ун-т. –Новополоцк.-1999, -4с. Деп. в ОНИПРЦНИИГАиК 28.06.99.- № 673.

2.Макаров Г.В., Афанасьев В.В., Афанасьев Б.В. Оценка точности при поисковых методах уравнивания // Геодезия и картография. – 1981, № 11, С. 20-22.

3.Мицкевич В.И., Ялтыхов В.В. Уравнивание и оценка точности геодезических сетей методом Ньютона // Полоцкий гос. Ун-т. – Новополоцк . – 1999, 6с. Деп. в ОНИПРЦНИИГАиК 22.03.99.- № 658

4.Мицкевич В.И.,Ялтыхов В.В. Уравнивание и оценка точности геодезических засечек под различными критериями оптимальности решения // Геодезия и картография. – 1999, № 7. – С. 14-16.

5.Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы) // Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П. Глумов и др. -.: Недра, 1982. – 368с.

6.Рабинович Б.Н. Практикум по высшей геодезии. Изд. геодезической литературы. 1961. – 338с.

7.Мицкевич В.И., Левданский П. М. Многокритериальное уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей на основе метода Ньютона // Полоцкий гос. ун-т.- Новополоцк. – 1999. – 5с. – Деп. в ОНИПРЦНИГАиК 28.06.99.- № 681.