

История развития учёта влияния продольного изгиба при проверке предельных состояний несущей способности сжатых элементов

Мацковский Н.В., Нарейко С.С.

Научный руководитель - Шилов А. Е.

Белорусский национальный технический университет

В настоящее время на территории Республики Беларусь утверждены и введены в действие постановлением Министерства архитектуры и строительства от 16 сентября 2020г. (№ 56) Строительные правила СП 5.03.01-2020 «Бетонные и железобетонные конструкции» [1]. В п.8.1.6 [1] приведены рекомендации по учёту влияния продольного изгиба при проверке предельных состояний несущей способности сжатых элементов, которые практически полностью гармонизированы с положениями п.8.1.15 СП 63. 13330.2018 РФ [2].

В вышеприведённых ТНПА коэффициент η_a , учитывающий влияние продольного изгиба элемента на его несущую способность, определяют по формуле Тимошенко, а именно :

$$\eta_a = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit}}}$$

где N_{crit} - условная критическая сила, определяемая с учётом номинальной жёсткости по формуле Эйлера:

$$N_{crit} = \frac{\pi^2 B_{nom}}{l_0^2}$$

Аналогичный подход к учёту продольного изгиба был в нормах бывшего СССР и в, отменённом на сегодняшний день, СНБ 5.03.01-02.

Интересна история развития этого классического подхода по учёту продольного изгиба, который изучался и приводился в различных источниках. Например, в работе [3] кратко и доступно для понимания приведен исторический «путь» развития метода учёта продольного изгиба, принятого в действующих на сегодняшний день ТНПА РБ [1]

и РФ [2] , который развивался при непосредственном участии и русских учёных прошлых столетий.

Потерю устойчивости прямолинейной формы сжатого стержня иногда называют **продольным изгибом**, т.к. она влечет за собой значительное искривление стержня под действием продольных сил. Для проверки на устойчивость сохранился и до сих пор термин “проверка на продольный изгиб”, являющийся условным, так как здесь речь должна идти не о проверке на изгиб, а о проверке на **устойчивость прямолинейной формы стержня**.

Известно, что при нагружении тонкого стержня продольной сжимающей силой, называемой **критической**, прямолинейная форма перестает быть устойчивой формой равновесия. Переход к критическому значению продольной силы происходит внезапно. Исследования показывают, что потеря устойчивости становится возможной при значениях силы, превышающей критическое на величину второго порядка малости. С другой стороны, при очень небольшом превышении сжимающей силой её критического значения, прямолинейная форма стержня делается крайне **неустойчивой**; достаточно при этом небольшого эксцентриситета приложенной силы, неоднородности материала по сечению, чтобы стержень искривился, и не только не вернулся к прежней форме, а продолжал искривляться под действием всё возрастающих при искривлении изгибающих моментов; процесс искривления заканчивается либо достижением совершенно новой (устойчивой) формы равновесия, либо разрушением. Исходя из этого, практически следует считать критическую величину сжимающей силы эквивалентной нагрузке, “разрушающей” сжатый стержень, выводящей его (и связанную с ним конструкцию) из **условий нормальной работы**.

Критическая сила есть наименьшая осевая сжимающая сила, способная удержать в равновесии слегка искривленный сжатый стержень. Задачу её вычисления впервые решил академик Петербургской Академии наук Л. Эйлер в 1744 г. в работе “Decurviselastis”.

В середине XIX в. расчет сжатых стержней в мостовых фермах, арках, конструкциях перекрытий и колоннах по формуле Эйлера не встречал сочувствия инженеров. Причины этого были следующие: во-первых, неясность процесса продольного изгиба, для которого, по Эйлеру, было возможно несколько видов деформаций; во-вторых, то, что инженеры-практики заметили и экспериментально доказали, что в

случае применения формулы Эйлера, при известных отношениях длины стержня к его радиусу инерции, разрушение наступает при меньшей сжимающей силе, чем критический груз Эйлера. Вследствие этого многие предпочитали применять формулу Навье, которая учитывает сжатие и изгиб стержня при определенных допустимых напряжениях.

Наиболее глубокое исследование формулы Эйлера в 1862 г. дал Клебш. Он рассматривал стойку с одним заземленным концом и нагруженную силой на свободном конце. Интегрируя дифференциальное уравнение упругой оси стойки, Клебш определил ее прогибы в зависимости от изменения косинуса, входящего в состав производной постоянной, в функции длины стойки.

Клебш доказал правильность формулы Эйлера. Его развитие расчета по Эйлеру состояло в том, что в колонне, изогнутой продольной силой, можно определить в тригонометрической форме положение любой точки ее оси.

Русский инженер Ф. С. Ясинский решил задачу продольного изгиба. Он в 1890-1892 гг. провел испытание и пересчет действовавших металлических мостов под более тяжелую нагрузку. Изучив теорию продольного изгиба и рассмотрев соответствующие эксперименты, Ясинский выяснил, что в инженерной практике почти не применялись расчеты сжатых стержней по теории продольного изгиба и что к этой теории сложилось неправильное отношение. Было очевидно, что для устранения недоверия инженеров к теории продольного изгиба необходимо строгое обоснование формулы Л. Эйлера: нужно было убедительно доказать безопасность ее применения в различных условиях работы сжатых стержней. Ф. С. Ясинский блестяще справился с этой задачей. В 1892-1893 гг. он опубликовал работу [4].

Труды Ф. С. Ясинского были хорошо известны инженерам других стран. Его статьи публиковались в ряде иностранных журналов. В 1894 г. его диссертация "О сопротивлении продольному изгибу" была опубликована на французском и польском языках.

Разработкой проблем строительной механики в начале XX в. усиленно занимался С. П. Тимошенко. Опираясь на труд Рэлея "Теория звука", С. П. Тимошенко решил ряд задач в области устойчивости, кручения и колебания стержней и балок. Эти решения быстро вошли в практику [5]. Он успешно применил метод Рэлея, который доказал,

что при колебаниях конструкций достаточно знать амплитуду колебаний, и рассчитал этим приемом устойчивость плоской формы изгиба пластинок и сжатых стержней.

В связи с появлением железобетонных конструкций с жесткими узлами в конце XIX в. стали развиваться новые виды статически неопределимых систем. Появились многопролетные и многоярусные рамные каркасы высоких зданий в металле и железобетоне. Однако долгое время надежных методов расчета этих конструкций не было, хотя изучением жесткости узлов и их влияния на прочность мостовых ферм много занимались в XIX в.

В 1909 г. Б. Г. Галеркин [6] провел фундаментальное исследование по продольному изгибу применительно к многоэтажным колоннам. Используя дифференциальные уравнения для расчета сжатых стержней, он доказал, что формула Эйлера с успехом может быть применена для решения устойчивости многоэтажных колонн. Пользуясь эллиптическими интегралами, он находил прогибы и напряжения в колоннах от сжимающих сил, от сил, равномерно распределенных по стойкам, и от узловых моментов. Он показал, что в системах связанных между собой колонн критические силы для каждой колонны можно получить независимо от других.

Одним из ключевых вопросов при определении коэффициента η является правильное назначение расчетной длины колонны, что, в свою очередь, существенно влияет на величину критической силы. По существу расчетная длина сжатого стержня характеризует влияние сопрягаемых с рассматриваемым стержнем элементов данной системы и его собственных параметров на способность деформироваться под действием продольных сил. Она должна определяться с учетом значений жесткостных и нагрузочных факторов не только в данном стержне, а во всей системе, что является весьма сложной задачей. Расчет на устойчивость I-го рода достаточно условен, т.к. предполагает наличие только продольных усилий в стержнях, в то время как характер поперечной нагрузки может существенно влиять на форму изогнутой оси стойки, т.е. на продольный изгиб оси, одновременное возрастание всех усилий в системе. Очевидно, что последовательность приложения нагрузок также может существенно влиять на работу гибкого образца. Нет пока достаточно общей точки зрения на

характер влияния неупругих деформаций и интерпретацию результатов расчета стержневых систем при определении расчетных длин их сжатых стоек. В железобетонных каркасах на работу колонн оказывает влияние частичное защемление стропильных конструкций в узлах сопряжения с колоннами, существенные колебания прочностных и деформативных свойств бетона и другие факторы, которые достаточно точно учесть пока не представилось возможным.

Список использованных источников

1. СП 5.03.01-2020. Бетонные и железобетонные конструкции/ МАиС РБ.– Минск, 2020
2. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения/ МСиЖКХ РФ. – Москва, 2019
3. Мирный Д.А. Особенности учета продольного изгиба при расчете гибких элементов по нормам разных стран: диссертация на соискание степени магистра технических наук / Д. А. Мирный, научный руководитель А. Е. Шилов. – Минск, 2011.
4. Ясинский Ф. С. Опыт развития теории продольного изгиба. – “Известия собрания инженеров путей сообщения”, 1892, № 1, 2, 4, 8 и 9; 1893. № 8-10.
5. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. Гостехиздат, 1946.
6. Галеркин Б. Г. Теория продольного изгиба, опыт применения теории продольного изгиба к многоэтажным стойкам, стойкам с жесткими соединениями и системам стоек. – “Изв. СПб. политехи, ин-та”, 1909, т.12, вып. 1 и 2.