

УДК 528.48

Применение фильтра Колмогорова-Винера для оценки точности архивных материалов

Рак И. Е.

Белорусский национальный технический университет

Сегодня многие организации в Республике Беларусь занимаются созданием и внедрением своих банков пространственно-распределенных данных на интересующие их участки территорий. Поэтому в настоящее время очень актуальна проблема создания цифровых карт.

Один из путей решения данной проблемы – создание цифровой карты на основе архивных данных, т.е. векторизация уже имеющегося топографического материала. Необходимый этап при решении этой задачи – исследование соответствия содержания исходного картографического материала к современному состоянию. Исследование соответствия контуров удобно проводить, используя математический аппарат среднеквадратического прогноза Колмагорова-Винера.

Сущность этого метода заключается в следующем.

Имеем два множества случайных величин: множество l точек контура, полученных при обновлении территории:

$$l = [l_1 l_2 \dots l_q]^T \quad (1)$$

и множество тех же точек, обозначенные s , которые считаны с растрового изображения:

$$s = [s_1 s_2 \dots s_m]^T. \quad (2)$$

Тогда линейная оценка вектора s имеет вид:

$$\hat{s} = H l, \quad (3)$$

где H – некоторая матрица линейного преобразования вектора s в вектор l . А вектор ошибок будет иметь вид:

$$\varepsilon = \hat{s} - s. \quad (4)$$

Ковариационная матрица вектора ε

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = (\hat{s} - s) (\hat{s} - s)^T, \quad (5)$$

есть ковариационной матрицей ошибок, а ее диагональные элементы – дисперсия ошибок σ^2 .

Матрица $C_{\varepsilon\varepsilon}$ есть сумма двух матриц A и B .

$$C_{\varepsilon\varepsilon} = A + B; \quad (6)$$

$$A = C_{ss} - C_{sl} C_{ll}^{-1} C_{ls}, \quad (7)$$

где A – мера несоответствия анализируемых массивов друг другу. По главной диагонали этой матрицы расположены суммы квадратов рассогласований соответственно по оси X и по оси Y .

Составляющая B описана следующим соотношением:

$$B = (H - C_{sl} C_{ll}^{-1}) C_{ll} (H - C_{sl} C_{ll}^{-1})^T. \quad (8)$$

Для того чтобы матрица $C_{\varepsilon\varepsilon} = A + B = \min$, необходимо чтобы $B = 0$. Тогда

$$H = C_{sl} C_{ll}^{-1}. \quad (9)$$

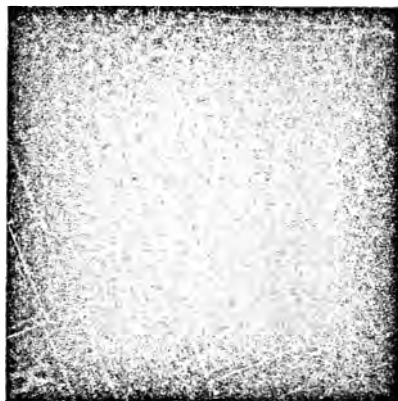
Подставив формулу (9) в формулу (3), будем иметь:

$$\hat{s} = C_{sl} C_{ll}^{-1} l. \quad (10)$$

Это выражение есть формула среднего квадратического прогноза, поскольку она – точный аналог формулы прогноза Колмагорова-Винера.

Сравнив s и \hat{s} , можно вычислить смещение пунктов Δs .

Пример использования фильтра Колмагорова-Винера для оценки соответствия контуров применительно к зданию 2КЖ



Совместив начало счёта для обоих векторов с геометрическими центрами тяжести будем иметь два массива:

$$l := \begin{pmatrix} -13.47 & -2.96 & 5.94 & 1.74 & 9.29 & 5.88 & -1.42 & -5.01 \\ 9.10 & -17.06 & -13.44 & -3.51 & -0.69 & 7.73 & 4.92 & 12.94 \end{pmatrix};$$

$$\delta_k := \begin{pmatrix} -14.36 & -3.24 & 4.91 & 1.43 & 10.97 & 7.42 & -1.80 & -5.34 \\ 9.07 & -16.96 & -13.69 & -4.00 & -0.22 & 8.26 & 4.92 & 12.60 \end{pmatrix}.$$

Тогда матрицы A будут иметь вид:

$$A = \begin{vmatrix} 3.08 & 1.24 \\ 1.24 & 0.75 \end{vmatrix}.$$

Сравнив s и δ , вычислим смещение пунктов Δ_s ,

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} -0.19 & -0.83 & 1.07 & 0.34 & -0.68 & -0.54 & 0.45 & 0.36 \\ -0.20 & -0.31 & 0.27 & 0.50 & -0.26 & -0.33 & -0.01 & 0.33 \end{vmatrix}.$$

Нахождение Δ_s позволит получить оценку f , которая регламентирована в методических указаниях [2]. Там указано, что допустимое значение для земель поселений составляет $f_{\text{доп}} = 0,3\text{м}$.

Итак, $f = 0.28; 0.89; 1.10; 0.60; 0.73; 0.63; 0.45; 0.48$.

Полученные результаты показывают, что координаты точек содержат грубые ошибки. В этом случае можно отбраковать точки, дающую максимальную ошибку, и повторить анализ. Удалив из анализа координаты точек 2, 3, 5 будем иметь:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} -0.32 & 0.34 & -0.40 & 0.46 & 0.38 \\ -0.20 & 0.48 & -0.25 & 0.04 & 0.40 \end{vmatrix};$$

$$f_1 = 0.24; 0.58; 0.47; 0.46; 0.55.$$

Полученные значения f_1 не существенно отличаются от f и отличается от допусков, оговоренных в Методических указания [2]. Это говорит о том, что несоответствие контура здания на растре и на плане, полученном в результате обновления, обусловлено ошибками составления архивного плана.

Следовательно, участок этого плана нельзя принимать в обработку.

Литература

1. Мориц, Г. Современная физическая геодезия / Г. Мориц. – М.: Недра, 1983 г.
2. Методические рекомендации по проведению межеванию объектов землеустройства. – М.: Федеральная служба земельного кадастра России, 2003.