

УДК 624.131

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ УПРУГОСТИ НАМЫВНЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ГРУНТОВ**

**Талецкий В.В.**

*Белорусский государственный университет транспорта,  
г. Гомель, Беларусь*

Предлагаются методики определения постоянных коэффициентов упругости намывных трансверсально-изотропных грунтов при разных напряженно-деформированных состояниях. Методики повышают точность и уменьшают трудоемкость испытаний за счет сокращения количества испытываемых образцов грунта и проведения всех испытаний в одном приборе.

Proposed methodology for determining the constant coefficients of elasticity of transversally-isotropic artificial warps at different stress-strain states. Methods of in-creases the accuracy and reduce the complexity of testing by reducing the number of test samples of the soil and all the tests in one device.

Многочисленными экспериментальными исследованиями установлена начальная анизотропия прочностных и деформационных свойств намывных грунтов [1, 2, 3]. Следовательно, намывные грунты с достаточной степенью точности можно рассматривать как трансверсально-изотропную среду, у которой механические свойства по всем горизонтальным направлениям одинаковы, но отличаются от свойств в вертикальном направлении.

Уравнения закона Гука для такой среды в декартовой системе координат  $x, y, z$  с осью изотропии  $z$  и плоскостью изотропии  $xy$  имеют вид:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= C_{11}\epsilon_x + (C_{11} - 2C_{66})\epsilon_y + C_{13}\epsilon_z; & \tau_{xy} &= C_{66}\gamma_{xy}; \\ \sigma_y &= (C_{11} - 2C_{66})\epsilon_x + C_{11}\epsilon_y + C_{13}\epsilon_z; & \tau_{yz} &= C_{44}\gamma_{yz}; \\ \sigma_z &= C_{13}(\epsilon_x + \epsilon_y) + C_{33}\epsilon_z; & \tau_{xz} &= C_{44}\gamma_{xz},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  – нормальные и касательные напряжения;  $C_{ij}$  – постоянные коэффициенты упругости (для грунтов – коэффициенты деформации);  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$  – относительные осевые и сдвиговые деформации.

В соответствии с [4] для определения постоянных коэффициентов упругости проводятся испытания трех образцов грунта в приборе с независимо регулируемыми главными напряжениями [5].

Испытываются два образца грунта. Один образец нагружается по девiatorической траектории в плоскости  $XOZ$ , ортогональной плоскости изотропии и ограничиваются деформации в направлении оси  $y, \epsilon_y = 0$ . Образец вырезается и помещается в прибор таким образом, чтобы угол наклона плоскости изотропии к направлению действия напряжений был  $45^\circ$  (рис. 1). Производится равномерное сжатие образца напряжениями  $\sigma'_x = \sigma'_z$ , затем напряжения по оси  $Z$  увеличиваются с постоянным приращением  $\Delta\sigma_z$ , а напряжения по оси  $X$  уменьшаются с такой же величиной приращения  $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_z$  до определенного уровня напряжений  $\sigma''_z$  и  $\sigma''_x$ , после чего разгружаются до напряжений  $\sigma'_z = \sigma'_x$ .

Измеряются полные деформации  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_z$  при напряжениях  $\sigma''_z$  и  $\sigma''_x$  и остаточные деформации  $\epsilon_{xp}$  и  $\epsilon_{zp}$  после разгрузки до  $\sigma'_z = \sigma'_x$ . По полным и остаточным деформациям вычисляются упругие осевые деформации  $\epsilon_{xe} = \epsilon_x - \epsilon_{xp}, \epsilon_{ze} = \epsilon_z - \epsilon_{zp}$ . Коэффициент упругости  $C_{44}$  определяется по формуле (1) из отношения касательных напряжений  $\tau_{xz}$ , определенных на площадках с максимальными касательными напряжениями  $\tau_{xz} = (\sigma_z - \sigma_x)/2$ , и упругих сдвиговых деформаций этих площадок  $\gamma_{xze} = \epsilon_{ze} - \epsilon_{xe}$  (рис. 2):  $C_{44} = \tau_{xz}/\gamma_{xze}$ .

Второй образец нагружается по девiatorической траектории в плоскости изотропии  $XOY$ , с ограничением деформаций

в направлении оси  $Z$ ,  $\epsilon_z = 0$  (рис. 3). Производится равномерное сжатие образца до напряжений  $\sigma_x' = \sigma_y'$ . Затем, напряжения по оси  $Y$  увеличиваются с постоянным приращением  $\Delta\sigma_y$ , а напряжения по оси  $X$  уменьшаются с такой же величиной приращения  $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$  до определенного уровня напряжений  $\sigma_y''$  и  $\sigma_x''$ . После чего образец разгружается до напряжений  $\sigma_y' = \sigma_x'$ . Измеряются полные деформации  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  при напряжениях  $\sigma_x''$  и  $\sigma_y''$  и остаточные деформации  $\epsilon_{xp}$  и  $\epsilon_{yp}$ , после разгрузки до  $\sigma_y' = \sigma_x'$ . По полным и остаточным деформациям вычисляются упругие осевые деформации  $\epsilon_{xe} = \epsilon_x - \epsilon_{xp}$ ,  $\epsilon_{ye} = \epsilon_y - \epsilon_{yp}$ . Коэффициент упругости  $C_{66}$  определяется по формуле (1) из отношения касательных напряжений  $\tau_{xy}$ , определенных на площадках с максимальными касательными напряжениями  $\tau_{xy} = (\sigma_y - \sigma_x)/2$ , и упругих сдвиговых деформаций этих площадок  $\gamma_{xye} = \epsilon_{ye} - \epsilon_{xe}$  (рис. 4):  $C_{66} = \tau_{xy}/\gamma_{xye}$ .

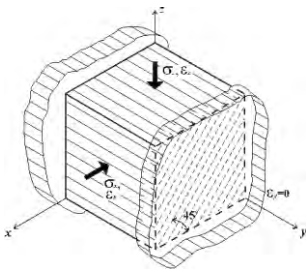


Рис. 1. Схема расположения образца в приборе при определении коэффициента  $C_{44}$

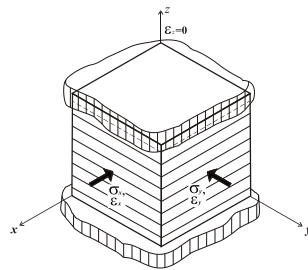


Рис. 3. Схема расположения образца в приборе при определении коэффициента  $C_{66}$

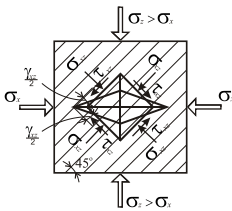


Рис. 2. Напряженно-деформированное состояние образца при определении

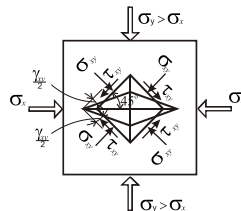


Рис. 4. Напряженно-деформированное состояние образца при определении

Третий образец испытывается в приборе с независимо регулируемые главными напряжениями по двум траекториям. Сначала равными напряжениями  $\sigma_x' = \sigma_y' = \sigma_z'$  производится гидростатическое обжатие образца, затем разгрузка до  $\sigma_x' = \sigma_y' = \sigma_z' = 0$ , измеряются полные и остаточные деформации образца  $\epsilon_x', \epsilon_y', \epsilon_z', \epsilon_{xp}', \epsilon_{yp}', \epsilon_{zp}'$  (см. рис. 4). После чего выполняется вторая траектория нагружения, ограничиваются деформации в направлении оси  $z$ , т.е.  $\epsilon_z'' = 0$  и прикладываются напряжения  $\sigma_x''$  и  $\sigma_y''$ , измеряются напряжения  $\sigma_z''$  и деформации  $\epsilon_x''$  и  $\epsilon_y''$ , затем образец разгружается при  $\epsilon_z'' = 0$  до  $\sigma_x'' = \sigma_y'' = \sigma_z'' = 0$  и измеряются остаточные деформации образца  $\epsilon_{xp}''$  и  $\epsilon_{yp}''$ . По полным и остаточным деформациям, как для первой, так и для второй траекторий нагружения, определяются величины соответствующих упругих деформаций  $\epsilon_{xe}', \epsilon_{ye}', \epsilon_{ze}', \epsilon_{xe}'', \epsilon_{ye}'', \epsilon_{ze}'' = 0$ .

В уравнения (1) подставляются значения напряжений  $\sigma_x'', \sigma_y''$  и  $\sigma_z''$  и упругих деформаций  $\epsilon_{xe}'', \epsilon_{ye}'', \epsilon_{ze}'' = 0$ , полученные при нагружении образца по второй траектории. Первые три уравнения системы (1) получаются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x'' &= \tilde{N}_{11} \epsilon_{xe}'' + C_{11} - 2C_{66} \epsilon_{ye}'' \\ \sigma_y'' &= C_{11} - 2C_{66} \epsilon_{xe}'' + C_{11} \epsilon_{ye}'' \\ \sigma_z'' &= C_{13} \epsilon_{xe}'' + \epsilon_{ye}'' \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Решается система уравнений (2) и определяются постоянные коэффициенты упругости  $C_{13}$  и  $C_{11}$ :

$$\tilde{N}_{13} = \frac{\sigma_z''}{\epsilon_{xe}'' + \epsilon_{ye}''}; \quad \tilde{N}_{11} = \frac{\sigma_x'' + 2C_{66} \epsilon_{ye}''}{\epsilon_{xe}'' + \epsilon_{ye}''}.$$

В уравнения (1) подставляются значения напряжений  $\sigma_x', \sigma_y'$  и  $\sigma_z'$  и упругих деформаций  $\epsilon_{xe}', \epsilon_{ye}', \epsilon_{ze}'$ , полученных при нагружении образца по первой траектории, а так же полученный выше коэффициент  $C_{13}$ , и определяется коэффициент упругости  $C_{33}$ :

$$C_{33} = \frac{\sigma'_z - C_{13}(\varepsilon'_{x_e} + \varepsilon'_{y_e})}{\varepsilon'_{z_e}}.$$

При работе намывного грунта в условиях плоской деформации, когда ограничены деформации в направлении оси  $y$ , т. е.  $\varepsilon_{xy} = 0$ ;  $\gamma_{xy} = 0$ ;  $\gamma_{yz} = 0$ , часть уравнений сократится, а оставшиеся запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= C_{11}\varepsilon_x + C_{13}\varepsilon_z; \\ \sigma_y &= C_{11} - 2C_{66} \varepsilon_x + C_{13}\varepsilon_z; \\ \sigma_z &= C_{13}\varepsilon_x + C_{33}\varepsilon_z; \\ \tau_{xz} &= C_{44}\gamma_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для определения постоянных коэффициентов упругости в приборе с независимо регулируемыми главными напряжениями испытываются всего два образца грунта.

Один образец нагружается по девиаторической траектории в плоскости  $XOZ$ , ортогональной плоскости изотропии. Образец вырезается и помещается в прибор таким образом, чтобы угол наклона плоскости изотропии к направлению действия напряжений был  $45^\circ$  (рисунок 1). Коэффициент  $C_{44}$  определяется из отношения касательных напряжений и упругих сдвиговых деформаций  $C_{44} = \tau_{xz}/\gamma_{xze}$ .

Второй образец нагружается по двум траекториям. Сначала напряжениями  $\sigma'_x = \sigma'_z$  производится сжатие образца, затем разгрузка до  $\sigma'_x = \sigma'_z = 0$ , измеряются напряжения  $\sigma'_y$  и упругие деформации образца  $\varepsilon_{x_e}'$  и  $\varepsilon_{z_e}'$ . После чего выполняется вторая траектория, дополнительно ограничиваются деформации в направлении действия напряжений  $\sigma_x, \varepsilon_x'' = 0$ , прикладываются напряжения  $\sigma_z''$ , затем образец разгружается до  $\sigma_z'' = 0$ , измеряются напряжения  $\sigma_x''$  и  $\sigma_y''$  и упругие деформации  $\varepsilon_{z_e}''$ .

Из первого и третьего уравнений системы (3) по известным величинам прикладываемых напряжений  $\sigma_x''$  и  $\sigma_z''$  и соответствующим упругим деформациям  $\varepsilon_{z_e}''$ , полученным при нагружении по второй траектории, определяются коэффициенты  $C_{13}$  и  $C_{33}$ :

$$C_{13} = \frac{\sigma_x''}{\varepsilon_{z_e}''} \text{ и } C_{33} = \frac{\sigma_z''}{\varepsilon_{z_e}''}.$$

Подставляя значения напряжений  $\sigma_x'$ ,  $\sigma_y'$  и упругих деформаций  $\varepsilon_{x_e}'$  и  $\varepsilon_{z_e}'$ , полученных при нагружении образца грунта по первой траектории и коэффициент  $C_{13}$  в первое и второе уравнения системы (2), определяются коэффициенты упругости  $C_{11}$  и  $C_{66}$ :

$$C_{11} = \frac{\sigma_x' - C_{13}\varepsilon_{z_e}'}{\varepsilon_{x_e}'}; \quad C_{66} = 0,5(C_{11} - \frac{\sigma_y' - C_{13}\varepsilon_{z_e}'}{\varepsilon_{x_e}'}).$$

Для элемента грунта, находящегося в условиях осесимметричного сжатия (рис. 5), при равенстве напряжений и деформаций в направлении осей  $x$  и  $y$  ( $\sigma_x = \sigma_y$ ,  $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ ) и равенстве нулю сдвиговых деформаций в плоскости изотропии ( $\gamma_{xy} = 0$ ), физические уравнения запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2 C_{11} - C_{66} \varepsilon_x + C_{13}\varepsilon_z; \\ \sigma_z &= 2C_{13}\varepsilon_x + C_{33}\varepsilon_z; \tau_{xz} = C_{44}\gamma_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для определения постоянных коэффициентов упругости испытываются три образца грунта.

Для определения коэффициентов  $C_{13}$  и  $C_{33}$  один образец испытывается на осевое сжатие в направлении, перпендикулярном плоскости изотропии при ограничении деформаций в плоскости изотропии, то есть  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$  (рис. 6). Уравнения (4) в этом случае будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= C_{13}\varepsilon_z; \\ \sigma_z &= C_{33}\varepsilon_z; \tau_{xz} = C_{44}\gamma_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

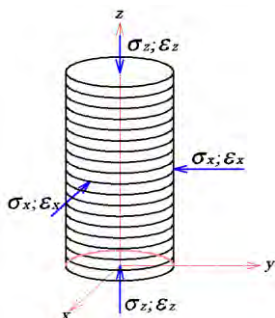


Рис. 5. Осесимметричное напряженно-деформированное состояние образца

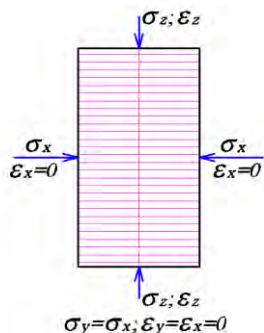


Рис. 6. Схема испытания образца при определении коэффициентов  $C_{13}$  и  $C_{33}$

При испытании, вначале напряжениями  $\sigma_x' = \sigma_y' = \sigma_z'$  производится равномерное сжатие образца. После чего ограничиваются деформации  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$ , и образец нагружается только напряжениями  $\sigma_z''$  (компрессионное сжатие). При этом измеряются полные деформации  $\epsilon_z$  и возникающие напряжения  $\sigma_x'' = \sigma_y''$ . Затем образец разгружается до напряжений  $\sigma_z'' = \sigma_z'$ , измеряются напряжения  $\sigma_x''' = \sigma_y'''$  и остаточные деформации образца  $\epsilon_{zp}$ . По полным и остаточным деформациям вычисляются упругие осевые деформации  $\epsilon_{ze} = \epsilon_z - \epsilon_{zp}$ . По результатам испытания из первых двух уравнений системы (4) определяются постоянные коэффициенты упругости:

$$C_{13} = (\sigma_x'' - \sigma_x''') / \epsilon_{ze}; \quad C_{33} = (\sigma_z'' - \sigma_z') / \epsilon_{ze}.$$

Для определения коэффициентов  $C_{11}$  и  $C_{66}$  второй образец испытывается на радиальное сжатие в плоскости изотропии при ограничении деформаций в направлении оси перпендикулярной плоскости изотропии,  $\epsilon_z = 0$  (рис. 7). В этом случае уравнения (4) запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2 C_{11} - C_{66} \epsilon_x; \\ \sigma_z &= 2 C_{13} \epsilon_x; \tau_{xz} = C_{44} \gamma_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

При испытании, как и для первого образца, вначале производится равномерное сжатие  $\sigma_x' = \sigma_y' = \sigma_z'$ . После чего ограничиваются деформации  $\epsilon_z = 0$ , и образец нагружается только напряжениями

$\sigma_x'' = \sigma_y''$ , при этом измеряются полные деформации  $\epsilon_x = \epsilon_y$ . Затем образец разгружается до напряжений  $\sigma_x' = \sigma_y'$  и измеряются остаточные деформации образца  $\epsilon_{xp}$ . По полным и остаточным деформациям вычисляются упругие осевые деформации  $\epsilon_{ze} = \epsilon_z - \epsilon_{zp}$ . По результатам испытания из первого уравнения (4) определяются постоянные коэффициенты упругости  $C_{11} - C_{66} = (\sigma_x'' - \sigma_x')/2\epsilon_{xe}$ .

Для определения коэффициента  $C_{44}$ , образец вырезается и помещается в стабилметр таким образом, чтобы угол наклона плоскости изотропии, к направлению действия напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_z$ , был  $45^\circ$  (рис. 8).

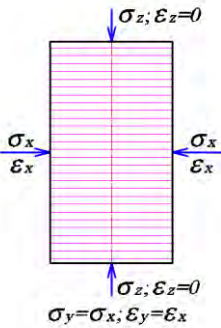


Рис. 7. Схема испытания образца при определении коэффициентов  $C_{11}$  и  $C_{66}$

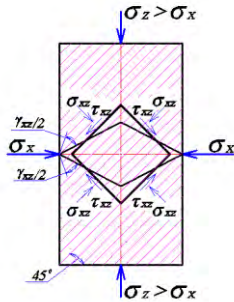


Рис. 8. Схема испытания образца при определении коэффициента  $C_{44}$

Образец нагружается по девиаторической траектории в плоскости  $xoz$ , ортогональной плоскости изотропии. Производится равномерное сжатие образца напряжениями  $\sigma_x' = \sigma_y' = \sigma_z'$ . Затем напряжение по оси  $z$  увеличиваются с постоянным приращением  $\Delta\sigma_z$ , а напряжение по осям  $x$  и  $y$  уменьшаются с такой же величиной приращения  $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = \Delta\sigma_z$  до уровня напряжений  $\sigma_z''$  и  $\sigma_x'' = \sigma_y''$ , после чего образец разгружается до напряжений  $\sigma_z' = \sigma_x' = \sigma_y'$ .

Измеряются полные деформации  $\epsilon_z$  и  $\epsilon_x = \epsilon_y$  при напряжениях  $\sigma_z''$  и  $\sigma_x'' = \sigma_y''$  и остаточные деформации  $\epsilon_{zp}$ ,  $\epsilon_{xp}$  и  $\epsilon_{yp}$  — после разгрузки до  $\sigma_z' = \sigma_x' = \sigma_y'$ . По полным и остаточным деформациям вычисляются упругие осевые деформации  $\epsilon_{ze} = \epsilon_z - \epsilon_{zp}$  и  $\epsilon_{xe} = \epsilon_x - \epsilon_{xp}$ . Коэффициент упругости  $C_{44}$  определяется по формуле (5) из отношения кас-



тельных напряжений  $\tau_{xz}$ , определенных на площадках с максимальными касательными напряжениями  $\tau_{xz} = [(\sigma_z'' - \sigma_z') - (\sigma_x'' - \sigma_x')]/2$  и упругих сдвиговых деформаций этих площадок  $\gamma_{xz e} = \varepsilon_{ze} - \varepsilon_{xe}$  (см. рисунок 8):  $C_{44} = \tau_{xz}/\gamma_{xz e}$ .

**Выводы.** Предлагаемые методики определения постоянных коэффициентов упругости повышают точность и уменьшают трудоемкость испытаний за счет проведения всех испытаний в одном приборе, сокращения количества испытываемых образцов грунта. Кроме этого определяются не традиционные механические постоянные (модули упругости, коэффициенты Пуассона, модуль сдвига), а постоянные коэффициенты, непосредственно связывающие напряжения и деформации.

### Литература

1. Винокуров, Е.Ф. Строительство на пойменно-намывных основаниях / Е.Ф. Винокуров, А.С. Карамышев. – Минск : Выш. школа, 1980. – 206 с.
2. Набоков, И.М. Исследование влияния анизотропии на напряженно-деформированное состояние намывных оснований : автореф. дис. ... канд. техн. наук / И.М. Набоков. – Баку, 1980. – 19 с.
3. Давыдов, В.Ф. Влияние текстуры намывных песчаных грунтов на прочностные и деформационные характеристики / В.Ф. Давыдов, В.Е. Сеськов // Основания и фундаменты в сложных инженерно-геологических условиях : Сб. тр. ИсиА. – Минск, 1985. – С. 3–7.
4. Талецкий, В.В. Способ определения коэффициентов упругости трансверсально-изотропного грунта : Патент № 5618. РБ.
5. Прибор для исследования свойств грунтов : А.с. №302665 СССР, МКИ G01n 33/24 / А.Л. Крыжановский [и др.]. – №1409204/29-14 ; Заявл. 02.03.70; Оpubл. Бюл. №15 // Открытия. Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки. – 1971. – №15. – С. 162.