$$\left.\frac{\partial H}{\partial t}\right|_{t_{n-1}}^{t_n}=\frac{\partial}{\partial t}\left.\left(\sum_{i=0}^{n}v_{Hi}(t)\cdot t_i\right)\right|_{t_{n-1}}^{t_n}=0,\quad \frac{\partial J(t)}{\partial t}=\left.\frac{\partial J(t)}{\partial t}\right|_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\left.\frac{\partial J(t)}{\partial t}\right|_{t_0}^{t_{n-1}}\right),$$

Измерения проведены в средних магнитных полях ($4\cdot10^3$–$1\cdot10^5$) А/м со скоростями нарастания до $v_H=1\cdot10^{10}$ А/м·с. На образцах из алюминия получена величина критической скорости порядка $1\cdot10^8$ А/м·с.

Результаты данной работы могут быть использованы при расчетах магнитных полей, а также в дефектоскопии и в системах управления электромагнитными полями.

УДК 539. 18

Размеры ядра и сверхтонкая структура легких водородоподобных и экзотических атомов

Трофименко Е.Е., Гуща Е.Л.
Белорусский национальный технический университет

В данной работе аналитически проведено дальнейшее уточнение поправки на конечные размеры ядра к энергии СТР ns-уровней энергии легких мюонных атомов. С точностью до членов порядка $(ZR/a_0)^2$ получены выражения для искомой поправки, которое справедливо для любых сферически симметричных распределений заряда дипольного и магнитного момента ядра.

Выражение для оператора сверхтонкого взаимодействия (СТВ) V_{HFS} в координатном представлении имеет вид

$$V_{HFS}=\frac{\alpha g_I}{2m_\mu m_p}\{\left(1+\chi_\mu\right)[\frac{8\pi}{3}\rho_m\vec{I}\cdot\vec{S}+\left(\frac{1}{r}\frac{dV_m}{dr}+\frac{4\pi}{3}\rho_m\right)\times$$
$$\times(\vec{I}\cdot\vec{S}-3\left(\vec{I}\cdot\vec{n}\right)\left(\vec{S}\cdot\vec{n}\right))]-$$
$$[(1+\frac{m_\mu}{m_N})\frac{1}{r}\frac{dV_m}{dr}-\frac{1}{1+\chi_N}\frac{m_\mu}{2m_N}\frac{1}{r}\frac{dV_e}{dr}]\vec{I}\cdot\vec{L}\},\qquad(1)$$

где

$$V(r)=4\pi\left[\frac{1}{r}\int_0^r dtt^2\rho(t)+\int_r^\infty dtt\rho(t)\right], \qquad (2)$$

ρ_e, ρ_m - плотности распределения заряда и магнитного дипольного момента ядра, нормированные на единицу: $\int d\vec{r}\rho(r)=1$, g_I - ядерный g - фактор, χ - аномальный магнитный момент.

Первые два слагаемые в V_{HFS} описывают взаимодействие спиновых магнитных моментов ядра и мюона, а последний член соответствует взаимодействию спинового магнитного момента ядра с орбитальным магнитным моментом мюона. Формула (1) находится в согласии с известными релятивистскими выражениями для матричных элементов операторов тока частиц со спином I = 1/2, 1, 3/2 [1], а для точечного ядра ($\rho_m=\delta(\vec{r})$, $\frac{1}{r}\frac{dV}{dr}=r^{-3}$) формулы (9.1), (9.3) переходят в известные в литературе выражения для V_{HFS} [2–4]. Выражение для оператора V_{HFS} с учетом формфакторов ядра в координатном представлении было приведено в работах [3], в которых на основе уравнения Брейта обсуждались поправки на отдачу ядра к энергии СТР водородоподобных атомов. При этом была допущена неточность: был опущен член $\frac{4\pi}{3}\rho_m$ во втором слагаемом формулы (1), который в частности дает вклад в энергию СТР np-уровней порядка $\sim(ZR/a_0)^2$.

Следует отметить, что учет эффекта конечных размеров ядра имеет в данном случае также принципиальное значение, так как позволяет устранить сингулярности в операторе СТВ.

В первом порядке теории возмущений в СТР ns-уровней энергии дает вклад только первый член V_{HFS}. В качестве нулевого приближения естественно взять решение уравнения Шредингера с потенциалом V_e. Тогда энергия подуровня с полным моментом F равна

$$E(ns_{1/2},F)=(1+x_\mu)\frac{\alpha g_I}{6m_\mu m_p}\left(I\delta_{F,I+\frac{1}{2}}-(I+1)\delta_{F,I-\frac{1}{2}}\right)\langle ns|4\pi\rho_m|ns\rangle .$$
(3)

Поскольку основной вклад в матричный элемент $\langle ns|4\pi\rho_m|ns\rangle$ дает область ядра, где $(Zr/a_0)\square 1$, то в результате подстановки в (3) разложения волновой функции мюона в ряд по $\frac{Zr}{a_0}$ получаем, что выражение для $E(ns_{1/2},F)$ быть представлено в виде

$$\mathrm{E}(ns_{1/2},F)=\frac{1}{2}(1+\chi_\mu)\beta\left(I\delta_{F,I+\frac{1}{2}}-(I+1)\delta_{F,I-\frac{1}{2}}\right)\left(1+\varepsilon_{ns}^{(1)}+\varepsilon_{ns}^{(2)}+...\right),$$
(4)

где обозначено

$$\beta=\frac{4}{3n^3}Z^3\alpha^4 g_I\frac{m^3}{m_\mu m_p}.$$

Второе слагаемое в формуле (4) есть известная поправка Земаха [5]:

$$\varepsilon_{ns}^{(1)}=-2Z\alpha m\int d\vec{r}\int d\vec{t}\,\rho_m(r)\rho_e(t)\left|\vec{t}-\vec{r}\right|. \qquad (5)$$

Зависящая от главного квантового числа n часть поправки $\varepsilon_{ns}^{(2)}$ была вычислена ранее в работе [6], с целью учета вклада конечных размеров ядра в теоретическое значение разности $D_{21}=8\Delta E_{2S}-\Delta E_{1S}$ для легких водородоподобных атомов. Если воспользоваться результатами работы [6], в которой приведены необходимые для расчета волновой функции мюона $|ns\rangle$ формулы, то после громоздких преобразований можно получить, что

$$\varepsilon_{nS}^{(2)}=2(4\pi Z\alpha m)^2\int_0^\infty drr^2\rho_m(r)\int_0^\infty dtt^2\rho_e(t)\,,\{(\frac{2}{3}t^2\ell n\frac{2Z_r}{na_0}+\frac{t^3}{3r}\frac{t^2}{3})$$
$$\theta(r-t)+$$

$$+(\frac{2}{3}t^2\ell n\frac{2Zt}{na_0}+\frac{t^2}{9}-\frac{2}{3}r^3+\frac{2r^3}{9t}+rt)\theta(r-t)+$$

$$+(\frac{2}{3}t^2\ell n\frac{2Zt}{na_0}+\frac{t^2}{9}-\frac{2}{3}r^2+\frac{2r^3}{9t}+rt)\times$$

$$\times\,\theta(t-r)+\frac{2}{3}S_nR_e^2+(\frac{1}{6n^2}+\frac{1}{3})R_m^2+4\pi\int_0^\infty dss^2\rho_e(s),$$

$$[\,c_1(r,t/s)\theta(r-t)\theta(t-s)+$$

$$c_2(r,t,s)\theta(t-r)\theta(r-s)+c_3(r,t,s)\theta(t-s)\theta(s-r)\,]\}, \qquad (6)$$

где

$$C_1=\frac{s^4}{15rt}-\frac{s^3}{3r}+\frac{2ts^2}{3r}+\frac{t^2s^2}{9r^2}+\frac{s^2}{3}+\frac{t^2}{3}+r^2,$$

$$C_2=\frac{4rs^2}{9t}+\frac{2ts^2}{3r}+rt+\frac{r^3}{3t}-\frac{s^3}{3r}+\frac{s^4}{15rt}+\frac{2s^2}{3}\ell n\frac{t}{r},$$

$$C_3=$$

$$C_3=\frac{2s^2}{9}+\frac{2s^3}{9t}-(s+t)r+\frac{2r^2}{3}+\frac{2r^2}{3}\left(\frac{s}{t}+\frac{t}{s}\right)-\frac{2r^3}{9}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{t}\right)+\frac{4r^4}{45st}+2st+\frac{2s^2}{3}\ell n\frac{t}{s},$$

γ - постоянная Эйлера, $\psi(n)$ - логарифмическая производная гамма-функции, $\theta(x)$ - тэта функция.

Несмотря на кажущуюся громоздкость выражения (6) для любых конкретных распределений заряда и дипольного магнитного момента входящие в него интегралы могут быть легко вычислены. В качестве примера рассмотрим случай, когда ρ_e и ρ_m задаются однопараметрическим гауссовским распределением, которое хорошо описывает экспериментальные данные по рассеянию электронов на легких ядрах при малых передачах импульса [7]. Вычисления по формулам (5) и (6) приводят при этом к следующим результатам

$$\varepsilon_{ns}^{(1)}=-\sqrt{\frac{32}{3\pi}}\frac{Z}{a_0}\left(R_e^2+R_m^2\right)^{1/2}, \qquad (7)$$

$$\varepsilon_{ns}^{(2)} = \left(\frac{4}{3}\ell n\frac{ZR}{na_0} + \frac{4}{3}S_n + \frac{1}{3n^2} + 5,62\right)\left(\frac{ZR}{a_0}\right)^2. \quad (8)$$

При получении выражения (7) для $\varepsilon_{ns}^{(2)}$ предполагалось равенство среднеквадратических радиусов распределений заряда и дипольного магнитного момента ядра $(R_e = R_m = R)$, поскольку ошибка, обусловленная таким допущением, не превышает для легких мюонных атомов погрешности $\varepsilon_{ns}^{(1)}$, возникающей за счет неточности в экспериментальных значениях R_e и R_m.

Литература

1. Eides,M.I, Grotch,H, Shelyuto,V.A. // Phys. Reports. –v. 342 - № 1 – p. 63.
2. Borie,E. // Z. Phys. – 1980 – v. A297, № 1 – p. 17.
3. Пилькун,Х. Физика релятивистских частиц. М.: Мир, 1983. – 582 с.
4. Мартыненко,А.П., Фаустов,Р.Н. // ТМФ - 1986 – т. 6, № 4. – с. 399.
5. Zemach,A.C. // Phys. Rev. – 1956 – v. 104, № 6 – p. 1771.
6. Trofimenko,E.E. // Phys. Lett. - 1979 - v.73A, № 5,6, - p.383.
7. Huang, K.N. e. a. // Atom. Data Nucl. Data Tables. – 1976 - v. 118, № 3 – p. 243.