

Аналитическое моделирование реальных поверхностей

Дадыков К. И.

Белорусский национальный технический университет

Все традиционные методы измерения отклонений от прямолинейности и плоскостности поверхностей характеризуются большой трудоемкостью и сложностью реализации. Причем, в большинстве своем они являются дискретными или сводятся к таковым в процессе дальнейшей обработки исходной измерительной информации. Аналоговые же методы измерения, реализуемые на основе интерференционных измерительных приборов, имеют весьма ограниченную область применения. При использовании дискретных методов измерения всегда существует некоторая вероятность пропуска точек, имеющих наибольшие отклонения. Для сведения этой вероятности к минимуму необходимо увеличивать количество контролируемых точек, в то же время экономические соображения требуют минимизации объема измерительных операций. Таким образом, всякий раз приходится искать разумный компромисс между достоверностью результата и производительностью процесса измерения.

При отсутствии априорной информации о характере отклонений формы контролируемых поверхностей, когда поиск “пиковых” точек осуществляется “вслепую”, применение дискретных методов измерения, реализуемых по традиционной схеме, может считаться вполне оправданным. В статистически стабильных и управляемых процессах изготавливаемые изделия в большей мере обладают технологической наследственностью, поэтому для контроля отклонений формы и расположений таких деталей при проектировании методик выполнения измерений целесообразно применять принцип технологическо-метрологического соответствия – принцип проектирования оптимизированных методик выполнения измерений геометрических параметров обрабатываемых поверхностей на основе предварительной информации о единообразии качественных характеристик статистически стабильного технологического процесса. При реализации такого подхода процесс проектирования

методики выполнения измерений можно представить в виде последовательности следующих этапов:

- определение вида аппроксимируемой поверхности исходя из кинематики формообразования поверхности детали и значимых причин изменчивости технологического процесса;
- выдвижение статистической гипотезы о технологической наследственности контролируемой поверхности детали;
- определение параметров статистического анализа технологического процесса;
- определение количества и расположения контрольных точек на контролируемой поверхности на стадии предварительного анализа технологического процесса;
- разработка методики выполнения измерений на стадии предварительного анализа технологического процесса;
- статистическое исследование распределения погрешностей формообразующих факторов;
- проверка статистической гипотезы о технологической наследственности контролируемой поверхности детали;
- оптимизация методики выполнения измерений на основе принципа технологическо-метрологического соответствия.

После получения априорной информации о контролируемой поверхности детали можно оптимизировать количество контролируемых точек на реальной поверхности, что позволит повысить экономичность и производительность самих измерений.

Важным аспектом описанного подхода является аналитическое моделирование реальных поверхностей. Предлагается рассматривать аналитически задаваемую поверхность как непрерывное отображение плоской области в трехмерное пространство. Точки такой поверхности описываются отображением $P(U)$, где P – точка в пространстве и $U(M)$ – точка на плоскости. Если на плоскости выбрана система координат OUV , то поверхность представлена функцией $P(U, V)$ двух действительных переменных. Если система координат XYZ выбрана в пространстве, тогда отображение единственным образом определяется тремя скалярными функциями:

$$X = X(U, V); \quad Y = Y(U, V); \quad Z = Z(U, V).$$

Тогда матричную форму аналитического описания поверхности можно представить следующим в виде:

$$r = \begin{bmatrix} X(U,V) \\ Y(U,V) \\ Z(U,V) \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Определяя основные первую и вторую квадратичные формы поверхности можно вычислить кривизну данной поверхности в произвольной области, градиент кривизны которой относительно прилегающей поверхности будет определять наибольшее отклонение параметров макрогеометрии.

В современном производстве из-за разнообразных операций финишной обработки все реже встречаются поверхности деталей, которые можно аппроксимировать поверхностями второго порядка. Аппроксимация реальных поверхностей при помощи поверхностей высших порядков приводит к увеличению количества контролируемых точек в геометрической прогрессии, поэтому более рационально использовать кусочную аппроксимацию. Заданные исходно в дискретной форме (координатами лежащих на них точек) сложные поверхности деталей могут быть предварительно аппроксимированы аналитическими функциями, после чего элементы их локальной геометрии находятся как для поверхностей, заданных аналитически. В этом случае форма каждого фрагмента поверхности, описывается при помощи бикубического сплайна:

$$r(U,V) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} U^i V^j,$$

где a_{ij} – векторные коэффициенты.

При аналитическом моделировании реальной поверхности при помощи совокупности бикубических сплайнов необходимое и достаточное количество контрольных точек будет определяться точками, расположенными в узлах, центрах и серединах сторон фрагментов поверхностей. При таком аналитическом задании реальных поверхностей количество контрольных точек при проектировании методики выполнения измерений может быть минимизировано оптимальным образом без уменьшения достоверности результатов измерений.