

Использование графических методов в процессе обучения математике школьников, абитуриентов и студентов

Кураленко М.В., Лошкарева С.Ю.

Белорусский национальный технический университет

Интенсивное развитие наук, связанных с математикой, вносит свои коррективы в изложение этой дисциплины на протяжении всего процесса обучения. Совершенствование методики преподавания и творческое отношение к программному материалу предполагает нахождение и использование приемов, способствующих формированию интереса и способности к логическому мышлению, к творческой и исследовательской деятельности.

Одним из таких приемов который позволяет сблизить школьный курс математики с вузовским, является применение графических методов при составлении и анализе математической модели задачи. Обращение к данному методу при решении задач, традиционно решаемых другими способами, помимо наглядности способствует формированию образного мышления и развивает способность к составлению математических моделей природных и технических процессов.

Как показывает опыт работы преподавателей факультета довузовской подготовки, знакомить учащихся с применением графического метода можно уже в лицейских классах при изучении решения текстовых задач.

Пример 1. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли два поезда, которые двигались с постоянными скоростями. Первый поезд прибыл из B в A через 16 часов после встречи, а второй поезд прибыл из A в B через 9 часов после встречи. Сколько времени затратил второй поезд на путь из A в B ?

Решение. Традиционный метод решения этой задачи состоит в составлении системы уравнений. Однако применение графического метода во-первых облегчает понимание сути задачи, а во-вторых значительно упрощает ее решение.

В системе координат (S, t) проведем линии AN и BM , отражающие движение поездов. Координата t точки F пересечения линий AN и BM есть время встречи поездов. Обозначим

$AL = BK = t$; $KN = 16$; $LM = 9$. Из подобия треугольников FBN и FAM следует $\frac{t}{9} = \frac{16}{t}$ откуда $t = 12$.

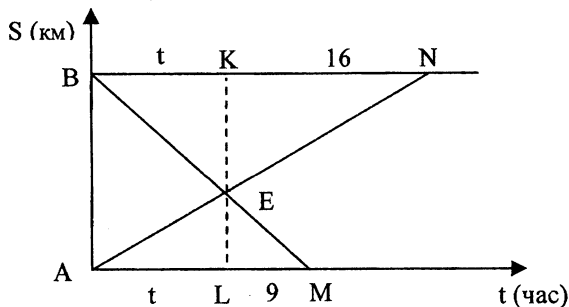


Рис. 1

Тогда время движения второго поезда $12+9=21$ (ч).

Ответ: 21 час.

Далее графический метод можно применять при решении уравнений, неравенств и систем, в том числе и с параметрами.

Пример 2. При каких значениях «а» уравнение $\sqrt{x^2(4-x^2)} = a$ имеет решения?

Решение. Построим график функции $y = \sqrt{x^2(4-x^2)}$; $y = |x| \cdot \sqrt{4-x^2}$.

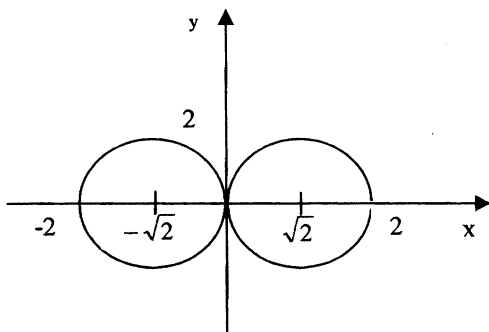


Рис. 2

Из этого графика видно, что уравнение имеет решение при $a \in [0;2]$. **Ответ.** $a \in [0;2]$.

Овладение графическим методом решения задач на ранних этапах обучения облегчает усвоение тем высшей математики таких тем как векторный анализ, аналитическая геометрия, вычисление кратных интегралов и решение задач математического программирования.

Пример 3. Прямо над центром круглой площадки радиуса R нужно повесить фонарь. На какой высоте нужно это сделать, чтобы он наилучшим образом освещал дорожку, которой обведена площадка. (Степень освещения некоторой площадки прямо пропорционально косинусу угла падения лучей и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света).

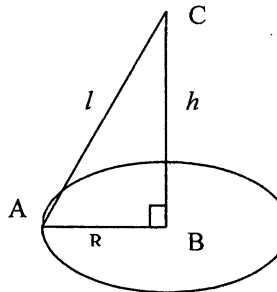


Рис. 3

Решение. Обозначим угол ABC через α . Тогда, согласно условиям задачи, функция f , характеризующая степень освещения некоторой площадки имеет вид

$$f = \frac{\cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{R^2}. \text{ Так как } \cos \alpha = \frac{h}{l}, \sin \alpha = \frac{R}{l}, l = \sqrt{h^2 + R^2}, \text{ то}$$

$$f = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{R^2}{l^2} = \frac{h}{l^3} = \frac{h}{\sqrt{(h^2 + R^2)^3}}. \text{ Тогда } f' = \frac{R^2 - 2h^2}{\sqrt{(h^2 + R^2)^5}} = 0, \text{ если}$$

$$R^2 - 2h^2 = 0, (R^2 + h^2 \neq 0 \text{ по условию}), \text{ т.е. } h = \frac{\sqrt{2}R}{2}. \text{ И т.к. при}$$

переходе через значение $h = \frac{\sqrt{2}R}{2}$ f' меняет знак с плюса на минус, то это точка максимума.

Из приведенных выше примеров видно, что графическое изображение условий задачи – зачастую удобный прием. Рисунок позволяет найти и составить новые уравнения, описывающие условия задачи, а иногда и упростить решение.

Таким образом овладение графическим методом на ранних этапах обучения математике существенно облегчает понимание и ускоряет процесс решения задач на последующих этапах обучения, в том числе и в ВУЗе и развивает способность студентов к решению задач по специальным дисциплинам.