УДК 51

Особенности программы курса «Высшей математики» по специальности «Упаковочное производство»

Кураленко М.В.
Белорусский национальный технический университет

Математическое образование современного специалиста в сфере упаковочного производства включает изучение общего курса математики, знание которого в той или иной степени необходимо для изучения общенаучных и профессиональных специализированных курсов, таких как физика, информатика, численные методы, прикладная механика, электротехника и промышленная электроника, моделирование и оптимизация технологических процессов в упаковочном производстве, автоматизированные системы управления, современные технологии решения инженерных задач, конструирование и дизайн тары и упаковки. В связи с этим перед преподавателем математики ставятся следующие задачи:

- развить у студентов убежденность, что знание математических дисциплин важно для изучения специальных дисциплин, необходимых в будущей деятельности;
- научить пользоваться математическими методами;
- научить применять математические знания к исследованию и решению реальных профессиональных задач.

Казалось бы, что производство упаковки и высшая математика далеки друг от друга. Однако в современных рыночных условиях, упаковка играет значительную роль. Наряду с задачей сохранности товара (прочность и надежность), ей отводится и информационно-рекламная роль (разработка дизайна на компьютере). Возникает ряд чисто экономических задач для разработки и производства тары (оптимальному ее заполнению, расчеты по количеству материалов, помещений и оборудованию для их производства, коммуникаций и т.д.). Бывает, как в случае с некоторыми биологически активными добавками к пище, что затраты на производство упаковки превосходят затраты на производство самих добавок. Все это должно иметь экономическое обоснование.

Курс высшей математики является фундаментом математической подготовки специалиста. Уже в рамках этого курса проводится ориентирование на приложение математических методов в профессиональной деятельности. Так, например, курс линейной алгебры используется в моделировании и оптимизации технологических процессов в упаковочном производстве, теория вероятностей и математическая статистика используются в курсах, связанных с экономикой и т.д. Однако это не означает, что можно ограничится только описанием данных разделов математики. Необходимо дать представление о месте математики в системе естественных и экономических наук. Профессиональная подготовка и компетентность специалиста с высшим техническим образованием тесно связана с его интеллектуальным развитием.

Рассмотрим задачу линейного программирования, для решения которой необходимо знание метода Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений:

Заводу необходимо отправить 134000 подшипников № 35. Их можно транспортировать в трех видах упаковки: I – деревянная, II – гофрокартонная, III – металлическая. Вместимость каждой упаковки и стоимость одной единицы упаковки указаны в таблице:

типы упаковок	I	II	III
вместимость упаковки, шт.	92	129	1248
стоимость, руб.	2455	640	11200

Трудоемкость по сборке гофроящиков на 1000 подшипников 26 рублей, деревянных – 31, металлических – 60. Сколько необходимо тары каждого вида для перевозки всех подшипников, чтобы стоимость была минимальной, если суммарные затраты на сборку не превосходят 4000 рублей.

Чтобы сформулировать эту задачу математически, обозначим через x_1, x_2, x_3 количество тары I, II и III видов необходимой для перевозки всех подшипников. Тогда согласно условиям задачи стоимость тары I вида составит $2455x_1$ руб., от тары II вида – $640x_2$ руб., тары III вида – $11200x_3$ руб. Следовательно, целевая функция стоимости z выразится формулой

$$z = 2455x_1 + 640x_2 + 11200x_3 \to \min.$$

Поскольку переменные x_1, x_2 и x_3 определяют количество тары, они не могут быть отрицательными, т. е.

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0.$$

Тогда, согласно условиям задачи завод отправит $92x_1 + 129x_2 + 1248x_3 = 134000$ подшипников. При этом суммарные затраты на сборку будут

$$0{,}031 \cdot 92x_1 + 0{,}026 \cdot 129x_2 + 0{,}06 \cdot 1248x_3 \leq 4000 \text{ руб.}$$

Следовательно, система ограничений будет иметь вид

$$\begin{cases} 92x_1 + 129x_2 + 1248x_3 = 134000; \\ 0{,}031 \cdot 92x_1 + 0{,}026 \cdot 129x_2 + 0{,}06 \cdot 1248x_3 \leq 4000. \end{cases}$$

Итак, задача состоит в том, чтобы найти неотрицательные значения x_1, x_2 и x_3, удовлетворяющие системе ограничений и минимизирующие целевую функцию z.

Для решения задачи систему ограничений нужно представить в виде равенств. Для этого в неравенство введем неотрицательную переменную $x_4 \geq 0$. Получим систему из двух уравнений с четырьмя неизвестными.

$$\begin{cases} 92x_1 + 129x_2 + 1248x_3 = 134000; \\ 0{,}031 \cdot 92x_1 + 0{,}026 \cdot 129x_2 + 0{,}06 \cdot 1248x_3 + x_4 = 4000. \end{cases}$$

Она имеет множество решений, из которых необходимо выбрать то, которое доставляет минимум нашей целевой функции. Такие задачи, на мой взгляд, могут рассматриваться и решатся в курсе «Моделирование и оптимизация технологических процессов в упаковочном производстве».

Для расчета материалов и геометрических параметров упаковки для сыпучих продуктов, можно привести задачу давления зерна на стенки хранилища, решаемую в курсе дифференциальных уравнений:

Давление зерна p_s на стенки хранилища принимается пропорциональным давлению p зерна на горизонтальную площадь

$p_s = kp$. Найти закон изменения p и p_s с возрастанием глубины h с учетом трения зерна о стенки хранилища.

Рассмотрим условие равновесия бесконечно тонкого слоя между двумя горизонтальными плоскостями на глубине h и $h+dh$. На первую плоскость действует давление p сверху вниз, на вторую – давление $p+dp$ снизу вверх. Умножая силы p и $p+dp$ на площадь поперечного сечения S хранилища, получим силу, действующую вверх:

$$(p+dp)\text{-}Sp=Sdp.$$

На слой действует также собственный вес γSdh, где – dh высота слоя. Кроме этих сил, если открыть нижнее отверстие хранилища, в самом начале движения вследствие давления зерна на стенки возникнет направленное вверх сопротивление трения.

Пусть P – периметр сечения хранилища. Тогда поверхность части стенок, ограничивающей рассматриваемый слой, будет Pdh. Так как величина dh бесконечно малая, то боковое давление на единицу площади в пределах этого слоя можно принять постоянным.

Полное боковое давление равно $kPpdh$, а вызванное им трение $\mu kPpdh$.

Условие равновесия всех действующих сил

$$Sdp + \mu kPpdh - \gamma Sdh = 0 \qquad \text{или}$$

$$dp + \left(\frac{\mu kP}{S} p - \gamma\right)dh = 0.$$

Вводим обозначение $\lambda = \dfrac{\mu kP}{S}$. Тогда дифференциальное уравнение после преобразования примет вид $\dfrac{dp}{\gamma - \lambda p} = dh$.

Получили дифференциальное уравнение с разделенными переменными, решая которое с начальными условиями при $h=0$ $p=0$, получим ответ.

Следует заметить, что при решении данной задачи дифференциальных уравнений, использовались положения теоретической механики.