

НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОЕНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭКИПАЖНОЙ НАГРУЗКИ

Сизай Е. А.

(научный руководитель Козунова О. В.)

Белорусский государственный университет транспорта,
Гомель, Беларусь

Аннотация

Строение железнодорожного пути моделируется в виде гибкого линейно-упругого элемента пути (шпала) и совокупности нелинейно-упругих слоев конечной толщины с переменным модулем деформации. Для расчета упругого основания с учетом физической нелинейности слоев в работе используется метод конечных разностей в вариационной постановке (вариационно-разностный подход). Для реализации указанного подхода составлена программа на языке Mathematica 8.0 и проведена ее числовая апробация.

Введение

В инженерной практике часто встречаются балки, расположенные на многослойном упругом основании. К таким конструкциям относятся шпалы и рельсы железнодорожного пути, ленточные фундаменты зданий, днища резервуаров и др. Целью работы является уточнение определения осадок железнодорожной шпалы под действием нагрузок от экипажной части.

Существующие методы расчета балок и балочных плит, расположенных на упругом основании базируются на использовании теории линейно деформируемых тел. В реальных условиях для неоднородных грунтов зависимость между нагрузкой и осадкой имеет явно нелинейный характер [1, 2].

Основная часть. Рассматривается железнодорожная шпала, как элемент верхнего строения пути, в виде линейно-упругой балки на упругом физически нелинейном двухслойном основании (рис. 1). Шпала находится под действием двух сосредоточенных нагрузок P , передаваемых от рельсовых нитей на шпалу. Параметры шпалы: ширина $2l$, высота h , изгибная жесткость EJ .

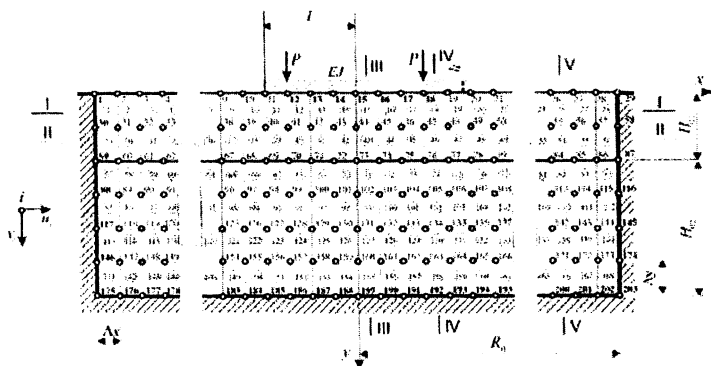


Рис. 1. Разбивочная сетка расчетной области

Область щебеночного балласта имеет размеры: $2L$; h_1 , расположена между балкой и нижним строением пути. Нижнее строение пути моделируется в виде прямоугольной расчетной области, размеры которой: по оси x – ширина $2L$; по оси y – глубина h_2 . Для шпалы как для гибкой линейно-упругой балки справедливы гипотезы теории изгиба.

Модуль деформации зависит от интенсивности деформаций, изменяется функционально в неявном виде (функция гиперболический тангенс). Коэффициент Пуассона принимается постоянным, т. к. его влияние на характеристику деформационных свойств грунта менее значительно, чем влияние модуля деформации.

Граничные условия задачи: на границах принятой расчетной области перемещения в направлениях осей x и y принимаются равными нулю; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты. В контактной зоне шпалы с балластным слоем возникают нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем.

Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям: $x - \Delta x$, $y - \Delta y$ [3] (см. рис. 1).

Для решения нелинейной задачи с применением вариационного метода в расчете используется функционал полной энергии, величина которого получена суммированием функционала энергии деформаций упругого основания U_f , функционала энергии изгиба балки Ω_b и потенциала работы внешней нагрузки Π , а именно

$$\Theta = U_f + \Omega_b + \Pi, \quad (1)$$

где каждое из слагаемых соотношения (1) определяется через уравнения теории упругости. Более подробно алгоритм расчета изложен в работах [3, 4].

Решение сформулированной выше задачи строится в перемещениях и реализуется численно методом конечных разностей (МКР), то есть заменой дифференциальных уравнений линейными конечно-разностными соотношениями. Теория нелинейного расчета на примере расчета фундаментных балок и балочных плит для двухслойных оснований приведена в работе [4].

В численный счет использовались следующие исходные параметры: 1-й слой основания (щебеночный балласт) – $\sigma_{y1} = 40$ МПа, $\nu_1 = 0,27$, $E_{01} = 200$ МПа; 2-й слой основания (песок средней крупности) – $\sigma_{y2} = 0,25$ МПа, $\nu_2 = 0,33$, $E_{02} = 30$ МПа; железобетонная шпала – $P = 100\,000$ Н; $E_{ш} = 2,35 \cdot 10^{10}$ Па.

На рис. 2 представлены осадки шпалы как гибкой линейно-упругой балки для линейного и нелинейного расчетов. На второй и третьей итерации (кривые 3, 4) наблюдается практически полное совпадение результатов нелинейного расчета (показатель сходимости $< 1\%$).

На рис. 3 показано распределение вертикальных напряжений в верхнем слое щебеночного балласта по ширине расчетной области (пятая итерация). Максимальные напряжения возникают под краем балки, что подтверждает наличие «краевого эффекта» при использовании модели упругого слоя, как модифицированной модели упругого полупространства.

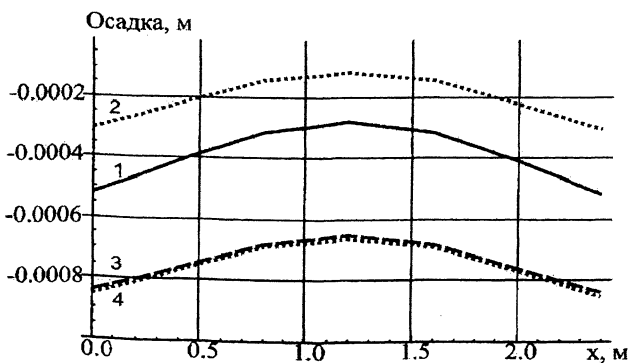


Рис. 2. Осадки шпалы:
1 – линейный расчет; 2, 3, 4 – нелинейный расчет
(1, 2 и 3 итерация соответственно)

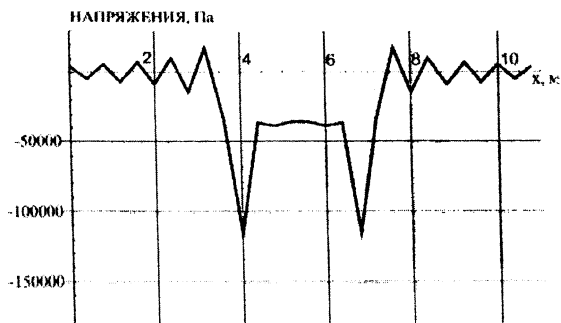


Рис. 3. Напряжения в верхнем слое щебеночного балласта (срез I-I, см. рис. 2)

График на рис. 3 демонстрирует наличие распределительной способности упругого основания (деформации и напряжения возникают не только под нагруженными участками, но и в смежных с ними областях). Эта способность полностью соответствует гипотезе упругого полупространства, подтверждается экспериментами и всем строительным опытом.

На рис. 4 показано распределение вертикальных напряжений по глубине расчетной области для различных вертикальных срезов.

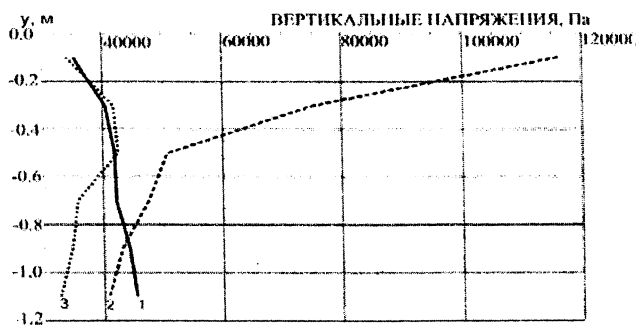


Рис. 4. Распределение напряжений по глубине расчетной области:
1 — срез III-III; 2 — срез IV-IV; 3 — срез V-V, см. рис. 2

Распределение вертикальных напряжений (см. рис. 4) демонстрирует, что с ростом глубины основания значения напряжений уменьшаются. Кривая 2 подтверждает наличие «краевого эффекта» под свободным концом балки. За пределами балки (кривая 3) напряжения находятся около одного значения (< 40 кПа).

Заключение

Применение вариационно-разностного подхода (ВРП) в решении контактной задачи вместе с физическими итерациями по А. А. Ильюшину приводит к быстрой сходимости нелинейного расчета (максимум – пять – шесть итераций), особенно в напряжениях.

Использование ВРП позволяет уточнить осадки железнодорожной шпалы под действием экипажной нагрузки. При нелинейном расчете значения осадок превышают аналогичные, полученные при линейном расчете, на 39 %, что приводит к возрастанию значений реактивных давлений в зоне контакта гибкой балки с упругим основанием. Правильный учет этого обстоятельства может позволить инженеру проектировать верхнее строение пути с необходимым запасом прочности.

Литература

1. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 398 с.
2. Лукаш, П. А. Основы нелинейной строительной механики / П. А. Лукаш. – М. : Стройиздат, 1978. – 204 с.
3. Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 1. – С. 5–13.
4. Козунова, О. В. Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогенными включениями / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: теория и практика. – Минск : БНТУ, 2008. – С. 37–65.

ТЕКТОНИЧЕСКИЕ РАЗЛОМЫ

*Солдатенко Я. А., Роцин А. В.,
Малишевский Е. С., Говейнович М. П.*
(научный руководитель Уласик Т.М.)
БНТУ, Минск, Беларусь

В земной коре постоянно действуют силы, вследствие чего геологическая среда всегда находится в напряженном состоянии. Поскольку горные породы всегда перенапряжены, они начинают де-