

Секция 3. ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕ

УДК 623.316.35

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКА СПИРАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Герасимович А.С.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доцент ПАВЛОВЕЦ В.В.

Рассмотрим магнитное поле ниточного проводника, имеющего форму спирали (рисунок 1).

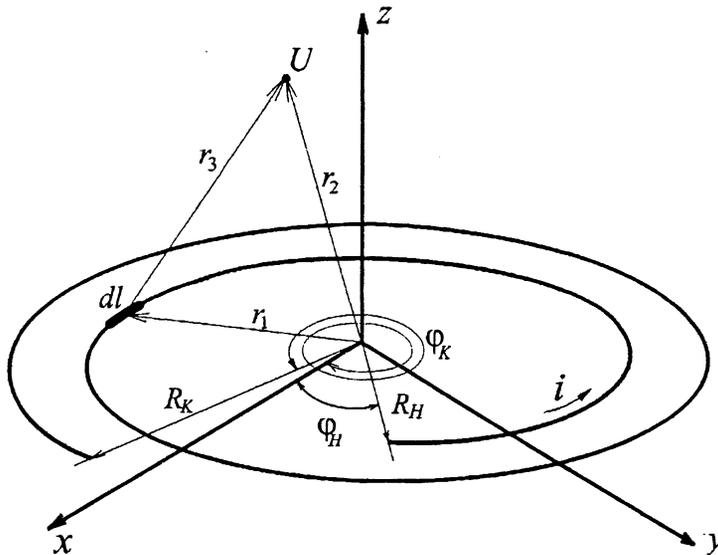


Рис. 1

Проводник имеет внутренний радиус R_H , внешний радиус R_K . Начало проводника смещено на угол φ_H на оси x декартовой системы координат. Сам проводник расположен в плоскости xoy . Проводник имеет дробное число витков N или это число можно выразить углом, описываемым материальной точкой при движении от начала до конца спирального проводника $\varphi_K - \varphi_H = 2\pi N$.

Выделив элемент длины dl спирального проводника, перемещая его от начала до конца проводника при изменении угла φ от начального значения φ_H до конечного значения φ_K с шагом $d\varphi$, индукцию магнитного поля можно определить по закону Био-Савара [3]

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{\varphi_H}^{\varphi_K} \frac{[dl \times r_3]}{|r_3|^3} d\varphi, \quad (1)$$

где

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7};$$

если задаться количеством K разбиений спирали на элементы длины, то

$$d\varphi = \frac{\varphi_K - \varphi_H}{K};$$

\vec{r}_3 – радиус-вектор, проведенный из перемещаемого элемента длина dl в точку наблюдения U с координатами r_{2X} , r_{2Y} , r_{2Z} ;

$[\overline{dl} \times \overline{r}_3]$ – векторное произведение векторов \overline{dl} и \overline{r}_3 .

Если из начала координат провести к перемещаемому элементу длины dl радиус-вектор \overline{r}_1 , то

$$\overline{r}_3 = \overline{r}_2 - \overline{r}_1. \quad (2)$$

При перемещении элемента длины dl от начала до конца (изменяя угол φ от φ_H до φ_K), длина радиус-вектора будет изменяться. Запишем векторно-параметрическое уравнение спирали как:

$$|r_1| = R_H + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} (\varphi - \varphi_H)$$

или

$$\begin{aligned} r_{1X} &= \left[R_H + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} (\varphi - \varphi_H) \right] \cos \varphi; \\ r_{1Y} &= \left[R_H + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} (\varphi - \varphi_H) \right] \sin \varphi; \\ r_{1Z} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

При перемене местами внешнего и внутреннего радиусов выражения (3) остаются корректными.

Величину элемента длины можно выразить, продифференцировав

$$\overline{dl} = \frac{d\overline{r}_1}{d\varphi} d\varphi; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} dl_X &= \left\{ - \left[R_H + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} (\varphi - \varphi_H) \right] \sin \varphi + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} \cos \varphi \right\} d\varphi = m_X d\varphi; \\ dl_Y &= \left\{ \left[R_H + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} (\varphi - \varphi_H) \right] \cos \varphi + \frac{R_K - R_H}{\varphi_K - \varphi_H} \sin \varphi \right\} d\varphi = m_Y d\varphi; \\ dl_Z &= m_Z d\varphi = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Раскрывая векторное произведение, входящее в (1) с учетом (3) и (2) получим:

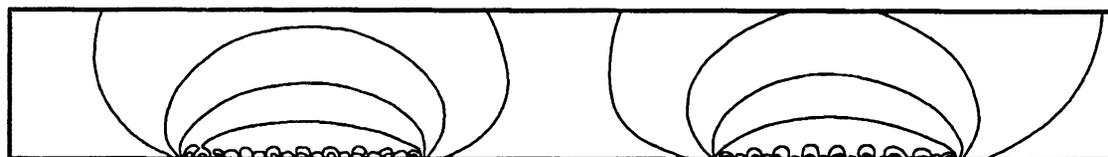
$$\begin{aligned} B_X &= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{\varphi_H}^{\varphi_K} \frac{m_Y (r_{2Z} - r_{1Z})}{|r_3|^3} d\varphi; \\ B_Y &= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{\varphi_H}^{\varphi_K} \frac{-m_X (r_{2Z} - r_{1Z})}{|r_3|^3} d\varphi; \\ B_Z &= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{\varphi_H}^{\varphi_K} \frac{m_X (r_{2Y} - r_{1Y}) - m_Y (r_{2X} - r_{1X})}{|r_3|^3} d\varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

На основе полученных выражений разработана программа для расчета и построения магнитных полей спирального проводника.

Проведен расчет магнитного поля на примере спиральной секции обмотки токоограничивающего реактора подстанции 750 кВ со следующими параметрами:

- начальный радиус спирали: 0,65 м;
- конечный радиус спирали: 1,8 м;
- число витков: 9;
- протекающий ток: 10 кА.

Картина магнитного поля спиральной секции при сечении плоскостью xoz (рисунок 1) приведена на рисунках 2–5, область просмотра: вдоль оси $x \pm 2,5$ м от центра спирали, вдоль оси z 0–0,4 м над плоскостью спирали.



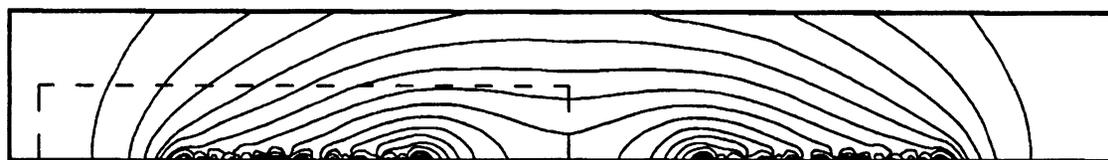
Диапазон значений: $B_{\min} = -0.087 \text{ Тл}$ $B_{\max} = 0.11 \text{ Тл}$

Рис. 2. Картина поля для составляющей B вдоль оси x



Диапазон значений: $B_{\min} = -0.053 \text{ Тл}$ $B_{\max} = 0.1 \text{ Тл}$

Рис. 3. Картина поля для составляющей B вдоль оси z



Диапазон значений: $B_{\min} = 0.0035 \text{ Тл}$ $B_{\max} = 0.12 \text{ Тл}$

Рис. 4. Картина поля для абсолютного значения B



Диапазон значений: $B_{\min} = 0.0069$ $B_{\max} = 0.126$

Рис. 5. Картина поля для абсолютного значения B для области x : 0–2,2 м левее центра спирали, z : 0–0,4 м выше плоскости спирали (отмечена штриховой рамкой на рисунке 4)

Выводы

Получено векторно-параметрическое уравнение проводника, имеющего форму спирали.

Получено выражение для расчета индукции магнитного поля, создаваемого проводником с током, имеющим форму спирали.

Получена картина магнитного поля проводника, имеющего форму спирали.

Литература

1. Стрелюк М.И., Павловец В.В. Численный метод расчета электродинамических усилий в системе произвольно расположенных винтообразных проводников // Электричество. – 1981. – № 5. – С. 86–88.
2. Павловец В.В., Герасимович А.С. Электродинамические усилия в проводнике, имеющем форму спирали // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2008. – № 3. – С. 13–18.
3. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 388 с.