

УДК 681.511

**КОРНЕВЫЕ ГОДОГРАФЫ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ РЯДА  
РЕАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
УПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ**

Несенчук А.А.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

**Рассматривается** математическая модель системы в форме корневого портрета (корневого годографа) при изменении двух реальных физических параметров объекта.

Модели реальных физических объектов всегда являются неточными, т.е. в большей или меньшей степени неопределенными. Неопределенность систем, как правило, возникает ввиду различных причин как внешнего, так и внутреннего свойства.

При наличии существенной неопределенности объекта ее следует учитывать при проектировании системы управления объектом, поскольку в противном случае возникает риск несоблюдения технических требований по точности и качеству системы. Иными словами, следует спроектировать систему робастной [1, 2], а именно способной сохранять предписанную работоспособность в условиях существенной неопределенности.

Известно, что для синтеза и анализа систем, параметры которых подвержены изменениям, наиболее подходящим и распространенным средством является метод корневого годографа, положенный в основу теории корневых траекторий [2]. Корневые годографы являются идеальным средством синтеза качественных систем в условиях параметрической неопределенности, в особенности систем с использованием ПИД (пропорционально-интегрально-дифференцирующих) регуляторов.

Классический корневой годограф используется для установления свойств систем при вариации одного параметра. Однако корневой подход (корневые годографы) может быть успешно использован, когда варьируемыми являются два и более реальных физических параметра системы.

Рассмотрим математическую модель в виде корневых траекторий характеристического полинома системы в форме:

$$p(s,A) = s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \dots + a_{n-2}s^2 + a_{n-1}s + a_n, \quad (1)$$

где  $s$  – комплексное переменное,  $s = \sigma + i\omega$ ;

$a_j$  – коэффициенты полинома,  $j=1,2, \dots, n$  (принадлежат множеству  $A$ ).

Перепишем выражение (1) для случая, когда коэффициенты  $a_j(\mathbf{q})$  являются функциями вектора  $\mathbf{q} = \{q_i, i = 1, 2, \dots, m\}$  реальных физических параметров системы:

$$p(s,\mathbf{q}) = s^n + a_1(\mathbf{q})s^{n-1} + a_2(\mathbf{q})s^{n-2} + \dots + a_{n-k}(\mathbf{q})s^k + \dots + a_{n-1}(\mathbf{q})s + a_n(\mathbf{q}). \quad (2)$$

Для системы третьего порядка с одним физическим параметром  $q_1$  полином (2) может иметь, например, следующий вид:

$$s^3 + (4 + q_1)s^2 + 4s + 7 = p(s,q_1).$$

Рассмотрим пример системы третьего порядка, когда изменяются два параметра объекта управления, которые фактически являются коэффициентами полинома. Характеристический полином данной системы имеет следующий вид:

$$s^3 + s^2 + q_1s + q_2 = p(s,q_1,q_2). \quad (3)$$

Такие системы часто встречаются в практических задачах синтеза систем автоматического управления техническими объектами.

Тогда, выделив в (3) интересующий нас параметр, например  $q_1$ , в качестве параметра корневого годографа, получим уравнение корневого годографа в общем виде [2]:

$$\phi(s) + q_1\psi(s) = (s^3 + s^2 + q_2) + q_1s = 0, \quad (4)$$

где  $\psi(s)$  и  $\phi(s)$  – полиномы числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы.

Приняв  $q_1=0$ , можно выполнить исследование динамических свойств системы при вариации коэффициента  $q_2$ , т.е. реакцию системы на изменение этого параметра в пределах бесконечного интервала изменения его значений, учитывая, что построенный для этого случая корневой годограф  $RL(q_2)$  характеристического полинома передаточной функции разомкнутой системы, имеющий параметр годографа  $q_2$ , представляет собой траекторию полюсов (начальных точек) корневого годографа полинома передаточной функции замкнутой системы.

Исследовав влияние параметра  $q_2$  на динамику системы, следует выбрать приемлемое в смысле расположения корней в плоскости собственных частот и удовлетворяющее пользователя значение  $q_2 = \tilde{q}_2$  этого параметра. На положительной ветви годографа  $RL(q_2)$  выбран подходящий корень, соответствующий точке со значением  $q_2=10$ .

На следующем этапе, используя выбранное значение  $q_2 = \tilde{q}_2$ , с помощью корневого годографа (4), построенного уже относительно параметра  $q_1$  годографа,  $RL(q_1)$ , выполняем исследование влияния изменения параметра  $q_1$  на динамику рассматриваемой системы управления. В этом случае полюсы (4) представляют собой корни, соответствующие найденному на предыдущем этапе значению  $q_2$ . На положительной ветви годографа  $RL(q_1)$  выбрано значение корня, соответствующее точке со значением  $q_2=10$ , а именно  $q_1=25$ .

Таким образом определены два искомого параметра динамической системы:  $q_1=25$  и  $q_2=10$ , которые обеспечивают ее устойчивость.

Построенные годографы  $RL(q_1, q_2)$  обладают большой наглядностью, позволяя не только исследовать характер влияния параметрических вариаций на динамические свойства системы автоматического управления, но также установить взаимовлияние отдельных параметров системы. По такому принципу выполняется определение значений параметров и для систем иных порядков.

### *Литература*

1. Поляк, Б.Т. Управление линейными системами при внешних возмущениях / Б.Т. Поляк, М.В. Хлебников, П.С. Щербаков // – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 560 с.

2. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук // – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.

УДК 004.932.4:681.6-33:655.3.063.2

## **ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ БУМАЖНЫХ НОСИТЕЛЕЙ НА КАЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ РИЗОГРАФИЧЕСКОЙ ПЕЧАТИ**

Юденков В.С.<sup>1</sup>, Сулим П.Е.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский национальный технический университет

<sup>2</sup>Белорусский государственный технологический университет  
Минск, Беларусь

Для повышения качества ризографической печати требуется создание методов по формированию исходных показателей оригинал-макета: четкость, корректность передачи полутонов, контрастность. При этом на качество изображений, полученных при печати на ризографе, влияет микрогеометрия поверхности и физико-механические свойства бумаги. Оптическая плотность красочного слоя на оттиске в значительной степени определяется структурой участков бумаги, в частности, впитывающей