

источниками невысокой активности за время порядка нескольких десятков минут, и может быть эффективно использован в лабораторном практикуме по изучению детекторов ионизирующего излучения.

### *Литература*

1. Практикум по ядерной физике. Под редакцией В. О.Сергеева. СПбГУ, 2006.

УДК 517.968.21+517.958.71

## **АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БЕСКОНЕЧНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЕЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В КОНСТРУКТИВНОЙ ТЕОРИИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ**

Роговцов Н.Н.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

В работе кратко описаны основные аналитические свойства бесконечных непрерывных дробей, которые играют ключевую роль в конструктивной теории (КТ) характеристических уравнений теории переноса излучения [1,2]. Эти дроби являются мероморфными функциями на множестве  $C \setminus ((-i\infty, -i] \cup [i, +i\infty))$ , где  $C$  - открытая комплексная плоскость. КТ и метод редукции общих соотношений инвариантности [3,4] позволяют эффективно решать сложные многомерные краевые задачи для уравнения переноса излучения. Особую роль в КТ играют аналитические свойства таких дробей [1,2]:

$$\gamma_0(v^2; m; \omega_0) = \left[ 1; \frac{q_0(m; \omega_0)v^2}{1}, \frac{q_1(m; \omega_0)v^2}{1}, \dots \right] \quad (1)$$

$$= 1 + \frac{q_0(m; \omega_0)v^2}{1 + \frac{q_1(m; \omega_0)v^2}{1 + \dots}};$$

$$\gamma_2(v^2; \theta \Delta) = \left[ 1; \frac{q_2(0 \Delta)v^2}{1}, \frac{q_3(0 \Delta)v^2}{1}, \dots \right]. \quad (2)$$

Здесь  $m \in N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ , если  $\omega_0 \in [0, 1]$ , и  $m \in N = N_0 \setminus \{0\}$ , если  $\omega_0 = 1$ ;  $v$  – параметр; для любых  $(s, m) \in N_0 \times N_0$  и любых  $\omega_0 \in [0, 1]$

величины  $q_s(m; \omega_0) = (s+1)(s+1+2m) \left( \chi_s^\times(m; \omega_0) \chi_{s+1}^\times(m; \omega_0) \right)^{-1}$ , где

$$\chi_s^\times(m; \omega_0) = (2(s+m)+1)(1 - \omega_0 f_{s+m}), \quad f_s = 2^{-1} \int_{-1}^1 P_s(\mu) p(\mu) d\mu \quad (P_s(\mu) -$$

полином Лежандра  $s$ -го порядка; фазовая функция  $p(\mu) \in L_2(-1, 1)$ , является неотрицательной на  $[-1, 1]$  и нормирована условием

$$\int_{-1}^1 p(\mu) d\mu = 2).$$

**Теорема 1.** Бесконечные непрерывные дроби (1), (2) являются аналитическими функциями относительно параметра  $V$  на множестве  $C \setminus (-i\infty, i\infty)$  и могут иметь нули и полюсы только первого порядка и только на интервале  $(-i, i)$ .

Для приложений представляет интерес установление условий, при выполнении которых на заданном отрезке  $[-i\Delta, i\Delta]$  мнимой оси будут отсутствовать нули функции  $\gamma_0(v^2; m; \omega_0)$ .

**Теорема 2.** Пусть  $\{\Delta_l\}_{l \in N}$  – неубывающая последовательность, все члены которой принадлежат интервалу  $(0, 1)$  и  $m_0(\Delta_l, \omega_0)$  – наименьшее из чисел из множества  $N_0$ , для которого имеет место

неравенство  $\Delta_l < 1 - \omega_0 \left[ \sum_{s=m_0(\Delta_l, \omega_0)}^{+\infty} f_s^2 \right]^{1/2}$ . Тогда для любых

$m \geq m_0(\Delta_l, \omega_0)$  бесконечная непрерывная дробь  $\gamma_0(v^2; m; \omega_0)$ , определенная формулой (1), может иметь нули только на множестве  $(-i, i) \setminus [-i\Delta_l, i\Delta_l]$ .

**Теорема 3.** Для любых конечных  $m \in \mathbb{N}_0$  и любых  $v \in B = C \setminus ((-i\infty, -i] \cup [i, +i\infty))$  бесконечная непрерывная дробь  $\gamma_0(v^2; m; \omega)$  является аналитической функцией которая не имеет нулей на множестве  $B$ .

Бесконечные непрерывные дроби (1),(2) не могут иметь нулей в точках, лежащих на мнимой оси и находящихся на сколь угодно близком расстоянии от точки  $v = 0$ . В частности, верна

**Теорема 4.** Пусть величины  $f^{**}$  и  $f^{***}$  являются точными верхними гранями множеств  $\{f_r\}_{r \in \{2, 3, \dots\}}$  и  $\{f_k\}_{k \in \{3, 4, \dots\}}$  соответственно. Тогда бесконечная непрерывная дробь  $\gamma_2(v^2; \omega, \Delta)$  не имеет нулей на отрезке  $[-i\Delta, i\Delta]$ , где  $\Delta = \frac{2}{3} \sqrt{(1 - f^{**})(1 - f^{***})}$ .

**Замечание.** Имеет место неравенство  $\sup\{f_r\}_{r \in \mathbb{N}} < 1$ .

Результат, аналогичный утверждению теоремы 4 имеет место и для бесконечной непрерывной дроби  $\gamma_0(v^2; m; \omega_0)$ .

### Литература

1. Rogovtsov N.N. Constructive Theory of Scalar Characteristics Equations of Theory of Radiation Transport:I. Basic Assertions of the Theory and Conditions for the Applicability of the Truncation Method. Differential Equations, 2015, Vol.51, No2, pp.268-281.
2. Rogovtsov N.N. Constructive Theory of Scalar Characteristics Equations of Theory of Radiation Transport:II. Algorithms for

Finding Solutions and Their Analytic Representations. Differential Equations, 2015, Vol.51, No5, pp.661-673.

3. Rogovtsov N.N. General Invariance Relations Reduction Method and Its Applications to Solutions of Radiative Transfer Problems for Turbid Media of Various Configurations, in Light Scattering Reviews, Kohanovsky A.A., Ed, Chichester, 2010, vol.5, pp.249-327.
4. Rogovtsov N.N., Borovik F. Applications of General Invariance Relations Reduction Method to Solution of Radiation Transfer Problems. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2016, Vol. 183, pp. 128-153.

УДК 51-74

## **ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ**

Лебедева Г.И.

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

Задача размещения АТП принадлежит к типу экстремальных, т.е. ее решение осуществляется методом выбора из всех возможных вариантов при принятых критериях.

Первой попыткой решения рассматриваемой задачи было применение алгоритма открытой модели транспортной задачи. Целевая функция представлялась в виде

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min ,$$

где  $C_{ij}$  – сумма затрат на единицу продукции;  $X_{ij}$  – объем поставок продукции из пункта  $i$  в пункт  $j$ .

Институтом экономики строительства г. Москвы был предложен специальный метод выбора решения такой задачи. По предложенному методу были проведены расчеты по ряду регионов. Определялись такие варианты размещения предприятий, чтобы затраты на перевозку были минимальными. Решение получалось не оптимальное, а приближенное.