

## Литература

1. Рябушко А.П., Неманова И.Т., Жур Т.А. // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.- мат. навук, 2019, № 1, С. 77-82.

УДК 37.012.1

### **«ПРОХОД СКВОЗЬ ОШИБКИ» КАК МЕТОДИЧЕСКОЕ СРЕДСТВО И МОТИВАЦИЯ В ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМИ УНИВЕРСИТЕТА**

Михайлова Н.В.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Изучение разделов математики вносит существенный вклад в создание личностной естественнонаучной картины мира студентов, формируя их мировоззрение. В построении этой картины мира дидактическими средствами преподавания высшей математики особая роль принадлежит категориям «смысл» и «понимание». При «формализованном», «машинном» подходе к задачам часто на второй план уходят смысл и суть математических понятий, а с ними и понимание того, *что* в итоге мы получаем или *как* трактовать полученный результат. «Понимание» в методологии математического образования – это единство процесса и результата, в котором раскрываются основные математические идеи и выявляются сущности математических понятий, устанавливаются взаимосвязи с уже усвоенными знаниями для включения нового математического содержания в «смысловую сферу» развивающейся личности. Качественное усвоение нового – это понимаемое усвоение. Математика, являясь эталоном рациональности, обладает интеллектуальным свойством колоссальной «объяснительной силы» концепций, моделей и теорий, порой далеко отстоящих друг друга. Но для этого она должна стать «понимаемой» математикой для изучающего ее студента.

Удивительно, но одним из источников понимания и выявления требуемого смысла является математическая ошибка, допускаемая

случайно, непреднамеренно, в следствие так называемого человеческого фактора. Для психологов и методистов тема «прохода через ошибки» в обучении не нова. Но чаще акцент переносится на ошибки, которые совершают сами обучаемыми, назовем их внутренними. Мы же хотим рассмотреть аспект так называемых внешних ошибок, то есть ошибок, содержащихся в условиях задач. Ошибки в некотором смысле стигматизируют рутинную математическую учебную задачу, и в отдельных случаях могут стать мотиватором для студента, желающего разобраться, в чем же собственно дело. Продемонстрируем суть проблемы на примере двух типов ошибок, наиболее часто встречающихся в практике преподавания в университете.

*I тип ошибок.* К ним отнесем различные виды ошибок в условиях задач, например, условие, записанное некорректно математически, или неполнота данных, требуемых в условии для решения. Вот пример такой задачи: *Вычислить двойной интеграл (сам интеграл мы не указываем, не в этом была суть ошибки) по области  $D$ , ограниченной линиями  $y = 5 / x$ ,  $y = 4 - x$ .*

Если изобразить графики указанных линий на плоскости, то видно, что они не пересекаются и не замыкают область. Задача, таким образом, приобретает проблемный характер: исправить условие (уравнения линий) так, чтобы область замкнулась. Например, студентами были предложены линии  $y = 4 / x$ ,  $y = 5 - x$ . Такая корректировка условия задачи позволила найти ее решение. Но, к сожалению, ответ в задачнике не совпал с ответом, полученным студентами. Тем самым, проблемная ситуация вышла на более сложный уровень: она приобрела форму студенческого «квеста» такой корректировки условия, чтобы получился требуемый в задачнике ответ. Ошибка вдруг стала источником математического вдохновения!

Приведем еще несколько (малую часть) подобных примеров «заошибленных» задач, обнаруженных и благополучно исправленных студентами, с указанием на ошибки и их исправление.

1. *С помощью двойного интеграла вычислить объем тела, ограниченного поверхностью  $z = x^2 + y^2 + 4$ .*

На беглый взгляд студента в условии всё корректно. Однако при «понимаемом» решении очевидна суть ошибки: недостаточность условия, тело не замкнуто. Исправление ошибки – добавление уравнений поверхностей для требуемого замыкания. Причем, оказалось, чтобы получить указанный в задачнике ответ ( $4,5\pi$ ), это должны быть поверхности, заданные уравнениями  $x^2 + y^2 = 9, z = 0$ .

2. *Найти момент инерции относительно оси  $Ox$  кругового цилиндра, высота которого  $h$  и радиус основания  $a$ .* При анализе этого условия возник резонный вопрос от студентов: как расположен этот цилиндр относительно координатных осей и какова его переменная плотность? Именно эти параметры необходимы для нахождения момента инерции. Снова условие корректируется, как минимум: просто добавляются недостающие параметры задачи, как максимум (и это высший уровень!): корректировка должна быть такой, чтобы достичь ответа, указанного в задачнике.

*II тип ошибок.* Суть ошибки этого типа – несогласованность данных в условии задачи: то есть данных в условии достаточно, но применение для решения задачи двух различных правильных способов или формул, неожиданно приводит к разным ответам. Продемонстрируем сказанное на такой задаче: *Даны векторы  $a(2; -3; 4)$ ,  $b(1; 2; 1)$ , угол между которыми равен  $\pi/3$ . Найти площадь треугольника, построенного на этих векторах как на сторонах.* Для вычисления площади два студента воспользовались двумя различными формулами: одна – из определения векторного произведения двух векторов как площади параллелограмма, другая – из приложения векторного произведения, использующая определитель второго порядка. Вычисления провели без ошибок, но получили разные ответы. Каждый был уверен в правильности своего решения, но при этом и согласен с вычислением другого, не понимая, почему же значения площади одного и того же треугольника получились разные? Как оказалось, векторы с заданными координатами не образуют угла  $\pi/3$ , указанного в условии задачи. Правда, догадаться именно о такой несогласованности данных в условии оказалось не просто.

Понимание при изучении математических объектов: понятий, теорем, доказательств является значимым и необходимым условием в обучении высшей математике в университете. Понимаемой математика может стать только в результате личностных усилий и интенсивной самоподготовки при наличии качественного учебно-методического материала. «Проход через ошибку» – неустранимый, необходимый и неизбежный путь в стремлении к «понимаемой» математике.

### *Литература*

1. Михайлова, Н.В. Философия математического познания и проблемы компьютерного образования / Н.В. Михайлова // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2012. – № 6. – С. 24–29.

УДК 51(07.07)

### **ОБ ОПЫТЕ ПРИЁМА ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ЗАЧЁТА ПО МАТЕМАТИКЕ НА МСФ**

Раевская Л.А., Юринок В.И.

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

В связи с переходом на машиностроительном факультете (МСФ) БНТУ на четырёхлетнее обучение первой ступени высшего образования в значительной степени изменились учебные планы специальностей, в том числе и по математике. Это коснулось и дневной и заочной форм обучения. Так в учебных планах большинства специальностей МСФ количество семестров обучения по математике уменьшилось с четырёх до трёх. Значительно уменьшилось число часов лекций и практических занятий в семестрах. Кроме этого, изменилась форма отчётности студентов за семестр: часть экзаменов была заменена зачётами и дифференцированными зачётами. Такие изменения, в первую очередь, потребовали корректировки учебных программ по математике: перераспределения разделов курса по семестрам, сокращения часов