МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра ЮНЕСКО
«Энергосбережение и возобновляемые источники энергии»

Н. Г. Хутская
Г. И. Пальченок
А. В. Новик

ТЕРМОДИНАМИКА ПОТОКА

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности
1 43 01 06 «Энергоэффективные технологии
и энергетический менеджмент»

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области энергетики и энеергетического оборудования

Минск
БНТУ
2021

УДК 621.1.016.4 (076.5)(075.8)
ББК 31.31я7
Х98

Р е ц е н з е н т ы:
Д. С. Слижук, А. Б. Сухоцкий

Хутская, Н. Г.

Х98 Термодинамика потока : учебно-методическое пособие для студентов специальности 1 43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент» / Н. Г. Хутская, Г. И. Пальченок, А. В. Новик. – Минск : БНТУ, 2021. – 65 с.
ISBN 978-985-583-690-3.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с учебным планом по дисциплине «Термодинамика реального газа» для студентов специальности 1−43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент».

УДК 621.1.016.4 (076.5)(075.8)
ББК 31.31я7

ISBN 978-985-583-690-3

СОДЕРЖАНИЕ

1. УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ

В современной технике широко используются процессы истечения газов из каналов различной формы. Такие процессы приходится рассчитывать при проектировании ракетных двигателей, газовых турбин, двигателей внутреннего сгорания, компрессоров, холодильных машин и т. д. Уравнения, описывающие поток, состоят из уравнений неразрывности (сплошности), количества движения, первого закона термодинамики для потока и уравнения состояния.

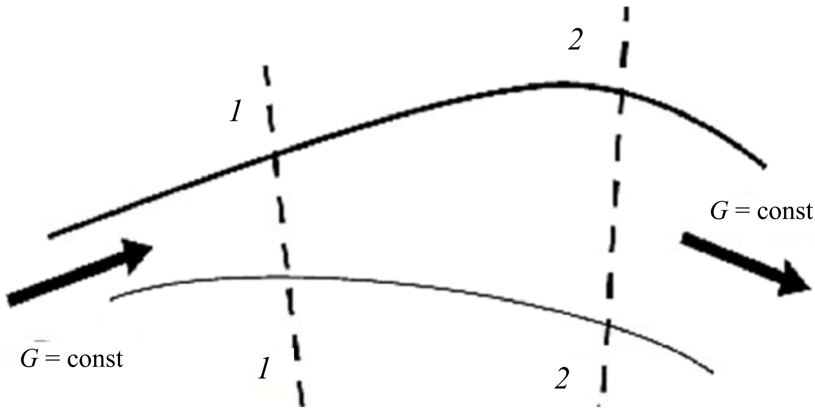

Рис. 1. Поток в канале

Массовый расход G (кг/с) является постоянной величиной:

$$G = \rho w F = \mathrm{const} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}^2 = \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

Дифференцируем:

$$\mathrm{d}G = wF\mathrm{d}\rho + \rho F\mathrm{d}w + \rho w\mathrm{d}F = 0.$$

Делим на $\rho w F$. Получим уравнение неразрывности в дифференциальной форме:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} + \frac{dF}{F} = 0.$$

Для идеального газа, плотность которого стремится к нулю, уравнение неразрывности выглядит следующим образом:

$$\frac{dw}{w} + \frac{dF}{F} = 0.$$

2. УРАВНЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

Выделим элементарный объем – $dV = f dx$.
f – площадь сечения канала, м^2;
dx – длина выделенного участка, м.

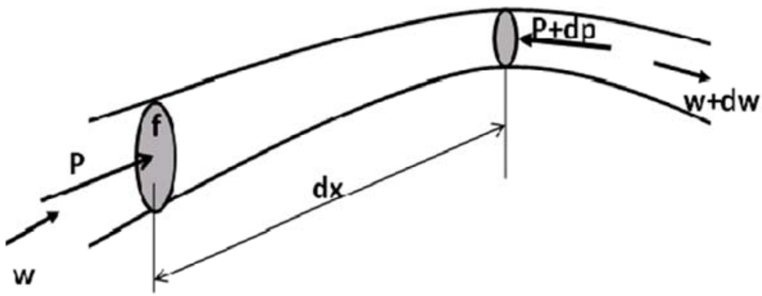

Рис. 2 Выделенный объем в газовом потоке

Масса газа в выделенном объеме – $\rho dV = \rho f dx$, где ρ – плотность, кг/м^3.

Движение газа происходит в одномерном поле давления $p = f(x)$ с градиентом $\frac{dp}{dx}$.

На выделенный элементарный объем $\mathrm{d}V$ действует сила $\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}V$, сообщающая массе $\rho\mathrm{d}V$ ускорение

$$\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau}\right)=\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}\right)\cdot\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau}\right)=w\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}\right).$$

В соответствии со вторым законом Ньютона (сила равна массе, умноженной на ускорение), уравнение количества движения:

$$\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}V=-w\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}\right)\rho\mathrm{d}V;$$

$$\mathrm{d}p=-\rho w\mathrm{d}w.$$

Так как $\rho=\frac{1}{v}$, можно записать уравнение количества движения:

$$-v\mathrm{d}p=w\mathrm{d}w,$$

$\mathrm{d}p$ и $\mathrm{d}w$ в потоке газа всегда имеют разные алгебраические знаки, что свидетельствует о том, что скорость возрастает только в направлении уменьшения давления.

3. УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ПОТОКА

Рассматривается течение газа в канале произвольной формы.

Обозначим G – масса вещества в потоке (массовый расход), кг/с; w – скорость потока, м/с.

Кинетическая энергия потока:

$$E_{\text{кин}}=\frac{Gw^2}{2}.$$

На рис. 3 изображен канал, в котором движется поток газа, F – площадь сечения, м^2; Q – количество теплоты, подводимое между сечениями 1 и 2.

Рис. 3. Канал с движущимся потоком газа

Если между двумя сечениями скорость меняется, то кинетическая энергия изменяется на величину

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}\left(pv\right) + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}} + \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Определим работу, совершаемую потоком.

Для того чтобы ввести в рассматриваемый участок через сечение 1–1 в единицу времени порцию газа G, нужно затратить работу на выталкивание из рассматриваемого участка канала порции газа, чтобы освободить место для поступающей новой порции газа.

L_1 – работа, которую надо подвести к рассматриваемой порции газа G, чтобы «втолкнуть» ее в рассматриваемый участок канала через сечение F_1 (этому препятствует сила давления газа, уже находящегося в рассматриваемом участке канала, которая по абсолютной величине тоже равна p_1, но направлена навстречу потоку – она препятствует движению гипотетического поршня). Эта работа, производимая над потоком, отрицательна.

Поскольку через сечение 1–1 в рассматриваемый участок канала уже «втолкнута» порция газа G, в соответствии с принципом неразрывности очевидно, что такая же порция должна быть «вытолкнута» из рассматриваемого участка канала через сечение 2–2. Какой-либо дополнительной работы для проталкивания газа через сечение 2–2 затрачивать не нужно – газ через это сечение 2 проталкивается за счет той же работы, которая затрачена на вталкивание газа через сечение 1–1. Однако выходящий через сечение 2–2 газ, в свою очередь, совершает работу, расходуемую на проталкивание газа, заполняющего канал за сечением 2–2. Эта работа L_2.

x_1 – длина пути, проходимого рассматриваемой порцией газа в единицу времени через сечение F_1 (сечение порции газа рассматривается как перемещающийся без трения поршень).

Для перемещения поршня на расстояние x нужно совершить работу, равную произведению силы, действующей на поршень, и длины пути, пройденного поршнем за единицу времени. Этому противодействует сила давления газа, уже находящегося в рассматриваемом участке, которая равна p_1, но направлена навстречу потоку.

$$L_1 = p_1 F_1 x_1 = p_1 V_1 = p_1 v_1 G.$$

Поскольку работа производится над потоком, она отрицательна:

$$L_1 = -\,p_1 v_1 G.$$

Работа, которую производит, перемещаясь, поршень 2:

$$L_2 = p_2 v_2 G.$$

Работа L_2 положительна, поскольку ее производит поток.

Работа проталкивания:

$$L_{\text{прот}} = L_1 + L_2;$$

$$L_{\text{прот}} = \left(p_2 v_2 - p_1 v_1 \right) G.$$

Поскольку скорости в сечениях различаются, для изменения кинетической энергии потока должна быть сообщена (или отобрана) энергия:

$$E_{\text{кин}} = G\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right).$$

Если сечения находятся на разной высоте, то должна быть затрачена работа на поднятие порции газа с высоты z_1 на высоту z_2.

$$L_{\text{потенц}} = Gg\left(z_2 - z_1 \right).$$

В общем случае поток может совершать другие виды работы по пути между 1–1 и 2–2 (вращение колеса турбины, например). Эти виды обозначаются как $L_{\text{техн}}$ – техническая работа (она может не только отбираться от потока, но и подводиться к нему).

Работа на преодоление сил трения на стенках канала – $L_{\text{тр}}$.

В общем виде работа движущегося потока газа:

$$L_{1-2} = G\left(p_2 v_2 - p_1 v_1 \right) + G\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) + Gg\left(z_2 - z_1 \right) + L_{\text{техн}} + L_{\text{тр}}.$$

Подведенная теплота в соответствии с первым законом термодинамики:

$$Q_{1-2} = \left(U_2 - U_1 \right) + L_{1-2};$$

$$Q_{1-2} = \left(U_2 - U_1\right) + G\left(p_2 v_2 - p_1 v_1\right) + G\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) +$$
$$+ Gg\left(z_2 - z_1\right) + L_{\text{техн}} + L_{\text{тр}}.$$

Для единицы массы потока:

$$q_{1-2} = \left(u_2 - u_1\right) + \left(p_2 v_2 - p_1 v_1\right) + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) +$$
$$+ g\left(z_2 - z_1\right) + l_{\text{техн}} + l_{\text{тр}}.$$

В дифференциальной форме:

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}\left(pv\right) + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}} + \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Так как $h = u + pv$,

$$q_{1-2} = \left(h_2 - h_1\right) + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) + g\left(z_2 - z_1\right) + l_{\text{техн}} + l_{\text{тр}};$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}} + \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Эти уравнения представляют первый закон термодинамики для потока.

Так как

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v,$$

$$\mathrm{d}q - \mathrm{d}u = p\mathrm{d}v,$$

$$p\mathrm{d}v = \mathrm{d}(pv) + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}} + \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Работа, расходуемая на проталкивание потока $d(pv)$, на изменение кинетической энергии потока $w\mathrm{d}w$, на изменение потенциальной энергии потока $g\mathrm{d}z$, на преодоление сил трения $\mathrm{d}l_{\text{тр}}$ и техническая работа $\mathrm{d}l_{\text{техн}}$ совершаются за счет работы расширения газа $p\mathrm{d}v$, движущегося в потоке (газ в потоке расширяется, возрастает его удельный объем v, совершается работа, связанная с увеличением v).

Так как для любого потока

$$\mathrm{d}(pv) = p\mathrm{d}v + v\mathrm{d}p;$$

$$w\mathrm{d}w = -\,v\mathrm{d}p - g\mathrm{d}z - \mathrm{d}l_{\text{техн}} - \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Если поток не совершает технической работы:

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p - g\mathrm{d}z - \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Если сечения расположены на одной высоте:

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p - \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Для течения без трения:

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p.$$

В случае течения с трением работа потока, затрачиваемая на преодоление трения, полностью превращается в теплоту, воспринимаемую потоком.

В этом случае

$$q = q_{\text{внешн}} + q_{\text{тр}},$$

где $q_{\text{внешн}}$ – теплота, подводимая к потоку извне.

$$\mathrm{d}q_{\text{внешн}} + \mathrm{d}q_{\text{тр}} = \mathrm{d}u + \mathrm{d}(pv) + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}} + \mathrm{d}l_{\text{тр}},$$

$$\mathrm{d}q_{\text{тр}} = \mathrm{d}l_{\text{тр}},$$

$$\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = \mathrm{d}u + \mathrm{d}(pv) + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}},$$

$$\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = \mathrm{d}h + w\mathrm{d}w + g\mathrm{d}z + \mathrm{d}l_{\text{техн}}.$$

Если рассматриваемый участок находится на одном геометрическом уровне ($\mathrm{d}z = 0$), поток не производит технической работы ($\mathrm{d}l_{\text{техн}} = 0$), часть подводимой теплоты расходуется на трение, то можно записать

$$\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = \mathrm{d}h + w\mathrm{d}w.$$

Теплота, подводимая (отводимая) к потоку, расходуется на изменение энтальпии газа h и на изменение скорости движения w.

Для значительного большинства технически важных задач наибольший интерес представляет рассмотрение адиабатного течения (течения без подвода или отвода теплоты).

Для адиабатного потока

$$\mathrm{d}h + w\mathrm{d}w = 0.$$

Если адиабатный поток ускоряется ($\mathrm{d}w > 0$), то его энтальпия уменьшается ($\mathrm{d}h < 0$) (и наоборот), т. е. ускорение адиабатного потока происходит за счет уменьшения его энтальпии.

Проинтегрируем последнее уравнение между двумя точками потока:

$$h_1 - h_2 = (\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}),$$

$$w_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + w_1^2}\ .$$

Уравнение для w_2 показывает как определить скорость адиабатного потока в точке 2, если известна скорость в точке 1, и разность энтальпий в точках 1 и 2. Для нахождения перепада энтальпий очень удобно пользоваться h, s-диаграммой, точки 1 и 2 лежат на одной изоэнтропе.

4. РАСПОЛАГАЕМАЯ РАБОТА

Интегрируя уравнение движения

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p,$$

получим

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = -\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p = \int_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p.$$

Работа, расходуемая на увеличение кинетической энергии потока $\int_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p$, представляет собой разность работы расширения $\int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v$ и работы проталкивания $p_2v_2 - p_1v_1$.

Поскольку

$$v\mathrm{d}p = \mathrm{d}(pv) - p\mathrm{d}v,$$

$$\int_{p_1}^{p_2} v\mathrm{d}p = (p_2v_2 - p_1v_1) - \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v.$$

Отсюда

$$\int_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p = \int_{v_1}^{v_2} p\mathrm{d}v - (p_2v_2 - p_1v_1).$$

Величина $\int\limits_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p$ – располагаемая работа – она равна приросту кинетической энергии, который может быть превращен в работу.

Из первого закона термодинамики

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\mathrm{d}p.$$

Для адиабатного процесса

$$\mathrm{d}q = 0,$$

$$\mathrm{d}h = v\mathrm{d}p.$$

Проинтегрировав, получим

$$h_1 - h_2 = \int\limits_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p.$$

5. ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ СУЖИВАЮЩИХСЯ СОПЛ

Скорости потока применяют специально спрофилированные каналы – сопла. **Сопло –** канал, суживающийся в направлении движения потока.

Рассмотрим процесс адиабатного обратимого (без трения) истечения газа из сопла, соединенного с газовым резервуаром большого объема.

Заданы параметры газа в резервуаре p_1, v_1, T_1, давление газа на выходе из сопла p_2, скорость газа на входе в сопло w_1.

Надо определить скорость газа на выходе из сопла w_2.

Для этого воспользуемся уравнением для располагаемой работы:

$$w_2 = \sqrt{2\int_{p_2}^{p_1} v dp + w_1^2}. \tag{5.1}$$

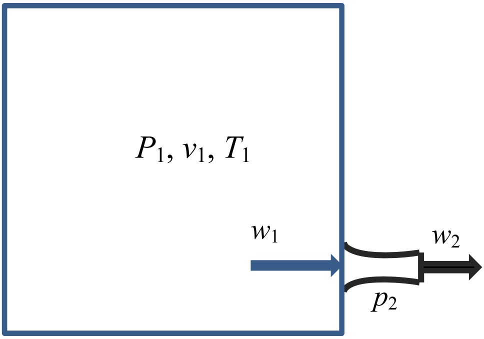

Рис. 4. Истечение газа через сопло из резервуара большого объема

Для обратимого адиабатного течения несжимаемой жидкости величину v можно вынести за знак интеграла, тогда

$$w_2 = \sqrt{2v(p_1 - p_2) + w_1^2}.$$

Если имеет место истечение идеального газа. То из уравнения адиабатного процесса

$$pv^k = p_1 v_1{}^k$$

или

$$p^{\frac{1}{k}} v = p_1{}^{\frac{1}{k}} v_1.$$

Выразим из этого выражения v:

$$v = \frac{p_1{}^{\frac{1}{k}}}{p^{\frac{1}{k}}} v_1,$$

и подставим его в формулу (5.1). Получим

$$w_2 = \sqrt{2\int_{p_2}^{p_1} v\mathrm{d}p + w_1^2} = \sqrt{2\int_{p_2}^{p_1} \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{p^{\frac{1}{k}}} v_1 \mathrm{d}p + w_1^2};$$

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{p^{\frac{1}{k}}} v_1 \mathrm{d}p = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{\mathrm{d}p}{p^{\frac{1}{k}}} = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} p^{-\frac{1}{k}} \mathrm{d}p;$$

$$\int x^n \mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \Rightarrow \int p^{-\frac{1}{k}} \mathrm{d}p = \frac{p^{-\frac{1}{k}+1}}{-\frac{1}{k}+1} = \frac{p^{\frac{k-1}{k}}}{\frac{k-1}{k}};$$

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{p^{\frac{1}{k}}} v_1 \mathrm{d}p = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{\mathrm{d}p}{p^{\frac{1}{k}}} = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} p^{-\frac{1}{k}} \mathrm{d}p =$$

$$= p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \cdot \left. \frac{p^{\frac{k-1}{k}}}{\frac{k-1}{k}} \right|_{p_2}^{p_1} = \frac{k}{k-1} p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \left(p_1^{\frac{k-1}{k}} - p_2^{\frac{k-1}{k}}\right) =$$

$$= \frac{k}{k-1} p_1^{\frac{1}{k}} v_1 p_1^{\frac{k-1}{k}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] = \frac{k}{k-1} p_1^{\frac{1}{k}+\frac{k-1}{k}} v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] =$$

$$= \frac{k}{k-1} p_1^{\frac{1+k-1}{k}} v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right].$$

Тогда

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-(\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}\right]+w_1^2}.$$

Если скорость w_1 пренебрежимо мала по сравнению с w_2, то

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-(\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$

Скорость истечения газа из сопла тем больше, чем меньше отношение $\frac{p_2}{p_1}$.

6. РАСХОД ГАЗА ЧЕРЕЗ СОПЛО

Из уравнения неразрывности массовый расход газа равен произведению плотности, скорости и площади сечения:

$$G = \rho w F = \text{const},\ \text{кг/с};$$

$$G = \rho_2 w_2 F_2 = \frac{w_2 F_2}{v_2} = \frac{w_1 F_1}{v_1} = \text{const}. \qquad (6.1)$$

Для адиабатного процесса

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k;$$

$$p_1^{\frac{1}{k}} v_1 = p^{\frac{1}{k}}{}_2 v_2. \qquad (6.2)$$

Выразим из (6.2) v_2:

$$v_2 = (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{1}{k}} v_1,$$

и подставим его в выражение (6.1). Тогда расход газа:

$$G = \frac{w_2 F_2}{v_1} \cdot (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{1}{k}}. \tag{6.3}$$

Скорость на выходе из сопла:

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}\right]}. \tag{6.4}$$

Подставив скорость на выходе из сопла из (6.4) в уравнение для расхода (6.3), получим

$$G = F_2 \sqrt{2\frac{k}{k-1} p_1 \frac{v_1}{v_1^2} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}}} =$$

$$= G = F_2 \sqrt{2\frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1+2}{k}}\right]} =$$

$$= G = F_2 \sqrt{2\frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}.$$

Данная зависимость имеет вид 1–K–0. Обозначим $\frac{p_2}{p_1} = \psi$.

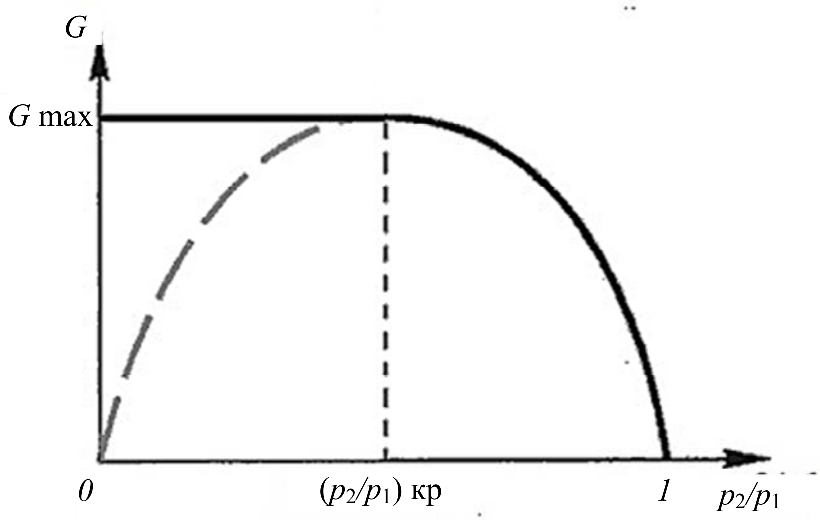

Рис. 5. Расход газа через сопло

При $y = 1\left(p_2 = p_1\right) G = 0.$

При уменьшении ψ расход начинает возрастать, достигая максимума при некотором значении ψ. При дальнейшем уменьшении ψ значение расхода G уменьшается, обращаясь в 0 при $\psi = 0$.

Однако сравнение с экспериментальными данными обнаружило расхождение. Правая ветвь при изменении ψ от 1 до значения, соответствующего максимальному расходу, совпадает с экспериментальными данными.

Для области значений ψ между значением, соответствующим максимальному расходу, и нулем – уменьшение давления среды за соплом не влияет на расход газа через сопло – расход газа G постоянен для всего этого интервала изменений ψ.

Для объяснения этого фактора в 1839 г. А. Сен-Венаном была выдвинута гипотеза о том, что при расширении газа в суживающемся сопле невозможно получить давление газа ниже некоторого критического давления, соответствующего максимальному расходу газа через сопло.

Возмущения из окружающей среды (изменение давления среды) в виде волнового процесса проникают в глубь сопла. Давление в устье сопла изменяется в соответствии с изменением давления в окружающей среде. Это происходит до тех пор, пока скорость течения газа в канале сопла меньше скорости звука. Если скорость истечения равна скорости звука, возмущения из окружающей среды не будут передаваться в глубь сопла и дальнейшее уменьшение давления в среде не приведет к снижению давления в выходном сечении сопла. Это давление соответствует максимальному расходу через сопло.

При сколь угодно низких давлениях среды за соплом, меньших p^*, давление газа в выходном сечении суживающегося сопла остается постоянным и равным p^*(рис. 6).

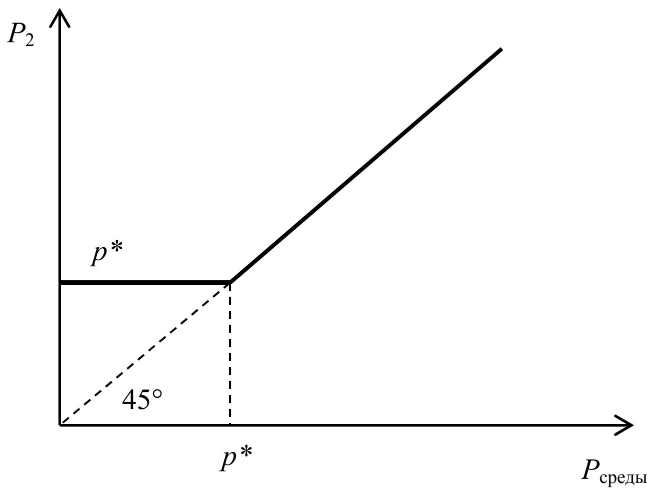

Рис. 6. Зависимость давления на срезе сопла от давления среды

7. СКОРОСТЬ ЗВУКА

Скорость звука – скорость распространения в среде малых возмущений. **Малые возмущения** – такие возмущения среды, в которых амплитуда колебаний давления пренебрежительно мала по сравнению с общим давлением.

Рассмотрим процесс распространения малого возмущения в сжимаемой среде.

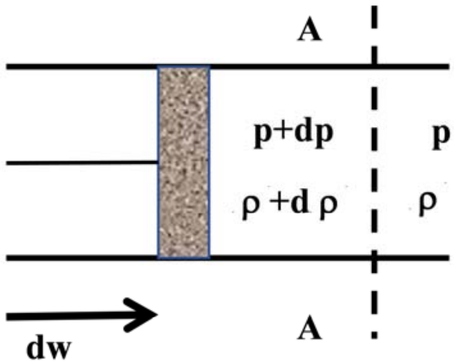

Рис. 7. Слабая волна сжатия

В трубу вводится поршень. В определенный момент поршень начинает двигаться со скоростью dw. Так как газ сжимаем, он не будет сразу же перемещаться по трубе со скоростью поршня, как если бы поршень толкал перед собой металлический цилиндр.

Слой газа, непосредственно прилегающий к поршню, сжимается, давление в этом слое повышается до p+dp, затем сжимается слой газа, прилегающий к этому слою и т. д.

Таким образом, в газе перемещается так называемая слабая волна сжатия (сечение А–А), перед которой газ неподвижен, имеет давление p и плотность ρ (невозмущенная область), позади ее газ имеет скорость dw, давление p + dp, плотность ρ + + dρ (возмущенная область).

Скорость распространения слабых возмущений обозначим a – **скорость звука**.

Поскольку звуковые колебания в среде распространяются очень быстро, сколько-нибудь заметного теплообмена между волнами разрежения и сжатия звуковой волны и окружающей средой не успевает произойти, поэтому колебания среды при распространении звуковой волны можно считать адиабатными.

Уравнение адиабатного процесса:

$$pv^k = \mathrm{const}.$$

Дифференцируем

$$\frac{\mathrm{d}p}{\rho^k} - k\frac{p\mathrm{d}\rho}{\rho^{k+1}} = 0.$$

Умножив на ρ^k, получим

$$\mathrm{d}p - k\frac{p\mathrm{d}\rho}{\rho} = 0;$$

$$\mathrm{d}p = k\frac{p\mathrm{d}\rho}{\rho};$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho} = k\frac{p}{\rho};$$

$$a^2 = \left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho}\right)_{q=0} = k\frac{p}{\rho};$$

$$a = \sqrt{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho}} = \sqrt{k\frac{p}{\rho}} = \sqrt{kpv}.$$

С учетом $pv = RT$, для идеального газа получим

$$a = \sqrt{kRT},$$

где $R = \dfrac{8314}{\mu}$, Дж/кг К;

$k = -\dfrac{v}{p}(\dfrac{\partial p}{\partial v})_s$ – показатель адиабаты.

Скорость звука в газе тем больше, чем меньше молекулярная масса газа.

Газ	μ, кг/кмоль	a, м/с
Водород	2	1305
Водяной пар	18	424
Воздух	29	343
Кислород	32	327
Углекислый газ	44	269

Скорость звука в идеальном газе зависит для данного газа только от температуры. Для реального газа скорость звука зависит не только от температуры, но и от давления.

Отношение скорости потока к скорости звука называется **числом Маха**:

$$\frac{w}{a} = M.$$

При $w < a, M < 1$ – дозвуковой поток.

При $w > a,\ M > 1$ – сверхзвуковой поток.

Гиперзвуковой поток – 15–20 М (5145–6860 м/с или 18 500–25 000 км/час).

8. УСЛОВИЯ ПЕРЕХОДА ЧЕРЕЗ СКОРОСТЬ ЗВУКА

Запишем уравнение неразрывности:

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} + \frac{\mathrm{d}w}{w} + \frac{\mathrm{d}F}{F} = 0,$$

и уравнение количества движения:

$$\mathrm{d}p = -\rho w \mathrm{d}w,$$

или

$$\frac{1}{\rho}\mathrm{d}p = -w\mathrm{d}w.$$

Из уравнения количества движения выразим $\frac{1}{\rho}$:

$$\frac{1}{\rho} = -w\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}p},$$

и подставим в уравнение неразрывности. Получим

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} - \frac{\mathrm{d}\rho w \mathrm{d}w}{\mathrm{d}p} + \frac{\mathrm{d}F}{F} = 0.$$

По определению скорость звука:

$$a^2 = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho}.$$

Тогда

$$\frac{\mathrm{d}w}{w} - \frac{w\mathrm{d}w}{a^2} + \frac{\mathrm{d}F}{F} = 0;$$

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} = \frac{w\mathrm{d}w}{a^2} - \frac{\mathrm{d}w}{w} = \frac{\mathrm{d}w}{w}\left(\frac{w^2}{a^2} - 1\right);$$

$$\frac{w}{a} = M;$$

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} = \frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1).$$

1. Дозвуковой поток:

$$w < a,\ M < 1;$$

$$\mathrm{d}w > 0,\ \mathrm{d}F < 0.$$

Для ускорения дозвукового потока канал должен сужиться (конфузор).

2. Сверхзвуковой поток:

$$w > a,\ M > 1;$$

$$\mathrm{d}w > 0,\ \mathrm{d}F > 0.$$

Для ускорения сверзхзвукового потока канал должен расширяться (диффузор).

3. Дозвуковой поток:

$$w < a,\ M < 1;$$

$$\mathrm{d}w < 0,\ \mathrm{d}F > 0.$$

Для замедления дозвукового потока канал должен расширяться.

4. Сверхзвуковой поток:

$$w > a,\ M > 1;$$

$$\mathrm{d}w < 0,\ \ \mathrm{d}F < 0.$$

Для замедления сверхзвукового потока канал должен суживаться.

5. Скорость звука:

$$w = a,\ M = 1;$$

$$\mathrm{d}w < 0,\ \ \mathrm{d}w > 0,\ \ \mathrm{d}F = 0.$$

Площадь сечения минимальна – (F = min).

Для того чтобы осуществить дальнейшее ускорение потока, который при $p_\text{с} \le p*$ приобрел на выходе из суживающегося сопла звуковую скорость, сопло должно быть спрофилировано таким образом, чтобы канал суживался, пока давление в канале не станет равным критическому давлению истечения $p*$ (в этом сечении скорость потока равна местной скорости звука). За этим сечением канал должен быть расширяющимся (поток перейдет через скорость звука и будет продолжать ускоряться в расширяющейся части сопла).

Таким образом, используется весь перепад давления от p_1 до $p_\text{с} < p*$, а не часть его от p_1 до $p*$, реализующаяся в суживающемся сопле.

Такое комбинированное сопло для получения сверхзвуковых скоростей предложено шведским инженером Лавалем и получило название **сопло Лаваля**.

На рис. 8 показано изменение скорости по длине сопла Лаваля.

Изменение давления по длине сопла Лаваля показано на рис. 9.

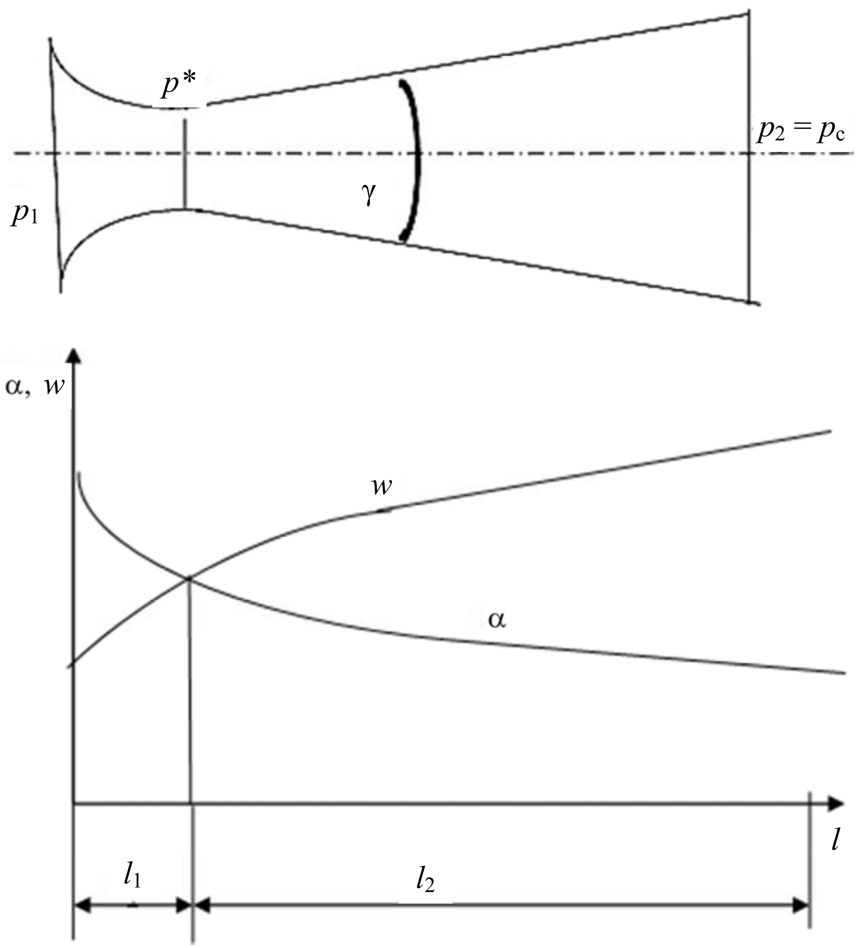

Рис. 8. Изменение скорости по длине сопла Лаваля

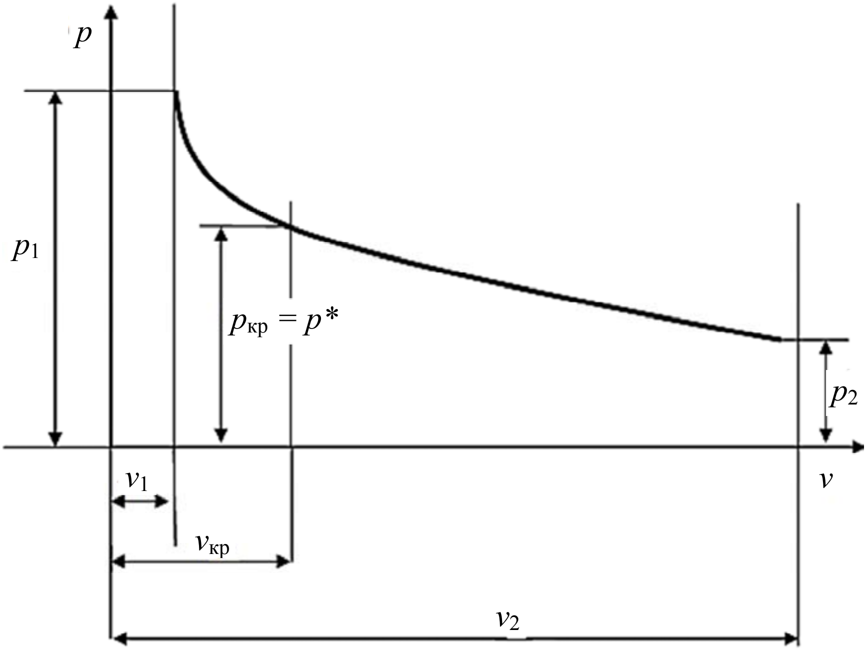

Рис. 9. Изменение давления по длине сопла Лаваля

9. ПОРЯДОК РАСЧЕТА СУЖИВАЮЩЕГОСЯ СОПЛА

Обычно заданы давления на входе в сопло p_1 и в среде за соплом $p_с$. Если задан расход через сопло G, то площади входного и выходного сечений определяются из соотношения

$$G = \frac{F_1 w_1}{v_1} = \frac{F_2 w_2}{v_2}.$$

1. Сравнить отношение $\frac{p_с}{p_1}$ с величиной $\psi_{кр} = (\frac{2}{k+1})^{\frac{k}{k-1}}$.

Для идеального газа:

– если $\dfrac{p_с}{p_1} > \psi_{кр}$, то расчет истечения ведется по формулам

$$w = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]},$$

$$G = F_2\sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}}-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]};$$

– если $\dfrac{p_с}{p_1} \le \psi_{кр}$, то $p_2 = p_с = p^*$, тогда

$$w_{кр} = \sqrt{2\frac{k}{k+1}p_1 v_1},$$

$$G_{max} = F_2\sqrt{2\frac{k}{k+1}\frac{p_1}{v_1}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}.$$

2. Для реального газа (водяного пара) расчет проводится с помощью *h*, *s*-диаграммы.

Площадь выходного сечения сопла:

$$F_2 = \frac{Gv_2}{w_2}.$$

Сначала надо построить процесс расширения водяного пара в сопле в *h*, *s*-диаграмме.

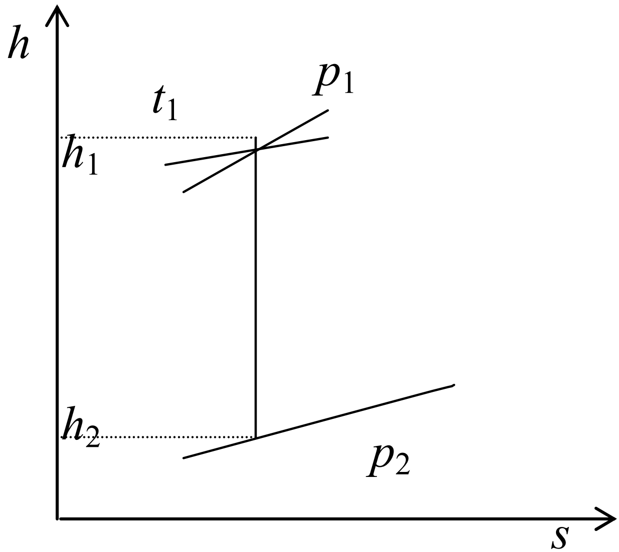

Рис. 10. *h*, *s*-диаграмма процесса расширения водяного пара в сопле

3. Сравнить отношение $\frac{p_с}{p_1}$ с величиной $\psi_{кр} = (\frac{2}{k+1})^{\frac{k}{k-1}}$.

– если $\frac{p_с}{p_1} > \psi_{кр}$ расчет истечения ведется по формуле

$$w_2 = 44,72\sqrt{h_1 - h_2},\ \text{м/с } (h \text{ в кДж/кг}).$$

Определить по *h*, *s*-диаграмме h_1 и h_2.

– если $\frac{p_с}{p_1} \le \psi_{кр}$, то $p_2 = p_с = p_{кр}$, тогда надо определить $p_{кр}$:

$$p_{кр} = p_1 \cdot \psi_{кр}.$$

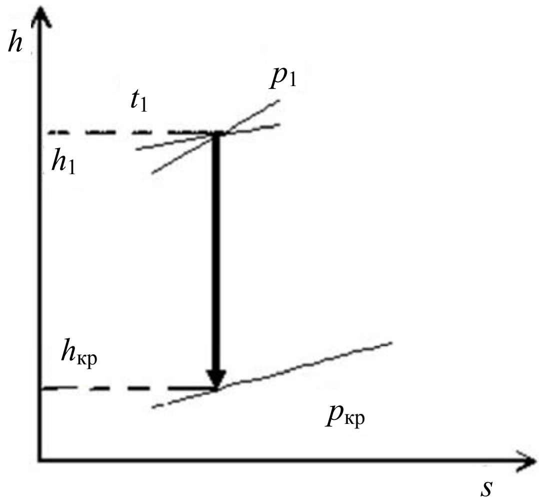

Рис. 11. *h*, *s*-диаграмма процесса расширения водяного пара в сопле

Определить по *h*, *s*-диаграмме h_1 и $h_{кр}$.

$$w_2 = 44{,}72\sqrt{h_1 - h_{кр}},\ \text{м/с}\ (h\ \text{в кДж/кг}).$$

Удельный объем v_2 ($v_{кр}$) определяется по *h*, *s*-диаграмме в точке конца процесса расширения.

10. ПОРЯДОК РАСЧЕТА СОПЛА ЛАВАЛЯ

Обычно заданы следующие величины: p_1, T_1, $p_{среды}$, G.

Следует определить размеры сопла.

Угол конусности расширяющейся части сопла γ не должен превышать 11–12°.

Расширение принято считать адиабатным.

1. Площадь критического сечения сопла Лаваля определяется из соотношения

$$F_{min} = F_{кр} = \frac{G_{max} v_{кр}}{w_{кр}},$$

– где критический удельный объем определяется из соотношения параметров адиабатного процесса:

$$\frac{v_{кр}}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_{кр}}\right)^{\frac{1}{k}} \Rightarrow v_{кр} = v_1 \left(\frac{p_1}{p_{кр}}\right)^{\frac{1}{k}};$$

– $v_1 = \dfrac{RT_1}{p_1}$;

– критическое давление, устанавливающееся в минимальном сечении сопла:

$$p_{кр} = \psi_{кр} \cdot p_1,$$

$$\psi_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}};$$

– скорость в минимальном сечении сопла Лаваля:

$$w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 v_1};$$

– диаметр критического сечения сопла Лаваля:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4F_{\min}}{\pi}}.$$

2. Площадь выходного сечения сопла Лаваля определяется из соотношения

$$F_{вых} = F_2 = \frac{G_{\max} v_2}{w_2},$$

где $v_2 = v_1 \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}$, $p_2 = p_{среды}$;

– скорость истечения из сопла:

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1[1-(\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}]};$$

– диаметр выходного сечения сопла:

$$d_{\text{вых}} = d_2 = \sqrt{\frac{4F_{\text{вых}}}{\pi}};$$

– длина расширяющейся части сопла:

$$l = \frac{d_{\text{вых}} - d_{\min}}{2\text{tg}\frac{\gamma}{2}}.$$

Сопло Лаваля рассчитывается таким образом, чтобы давление в выходном сечении сопла p_2 было равно давлению среды $p_{\text{среды}}$. Режимы работы сопла, в которых давление среды отличается от расчетного давления p_2, называют **нерасчетными**.

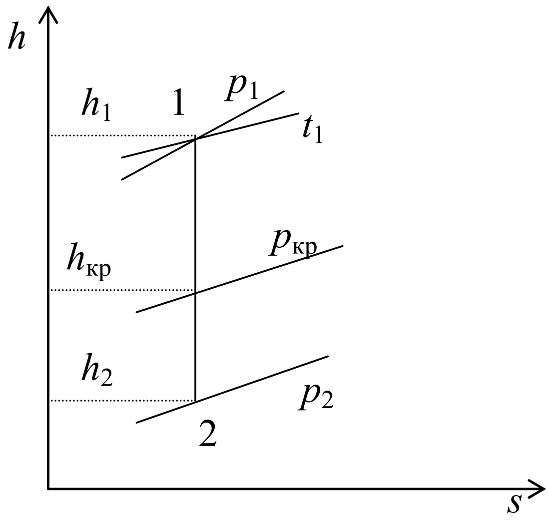

Рис. 12. Процесс расширения водяного пара в сопле Лаваля

При расчетах сопла Лаваля, связанных с реальными газами, необходимо пользоваться h, s-диаграммой водяного пара (рис. 12).

1. Определяется критическое давление:

$$p_{кр} = \psi_{кр} \cdot p_1,$$

2. По p_1 и t_1 определяется по h, s-диаграмме h_1.
3. Из точки 1 опускается перпендикуляр до пересечения с изобарой $p_{кр}$. По диаграмме определяются $h_{кр}$, $v_{кр}$.
4. При пересечении перпендикуляра с изобарой p_2 определяются h_2, v_2.
5. Определяется скорость в критическом сечении сопла Лаваля:

$$w_{кр} = 44,72\sqrt{h_1 - h_{кр}}.$$

6. Определяется минимальная площадь:

$$F_{\min} = F_{кр} = \frac{Gv_{кр}}{w_{кр}}.$$

7. Определяется скорость в выходном сечении сопла:

$$w_2 = 44,72\sqrt{h_1 - h_2}.$$

8. Определяется площадь устья сопла:

$$F_{вых} = \frac{Gv_2}{w_2}.$$

Значения удельных объемов $v_{кр}$ и v_2 определяются по h, s-диаграмме.

11. АДИАБАТНОЕ ТЕЧЕНИЕ С ТРЕНИЕМ

В реальных условиях течение газа или жидкости в каналах всегда сопровождается потерями энергии на преодоление трения, обусловленными вязкостью газа, шероховатостью стенок канала.

Процесс течения происходит адиабатно, но процесс необратим – при течении выделяется теплота трения $q_{\text{тр}}$ и энтропия потока увеличивается.

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q_{\text{тр}}}{T}.$$

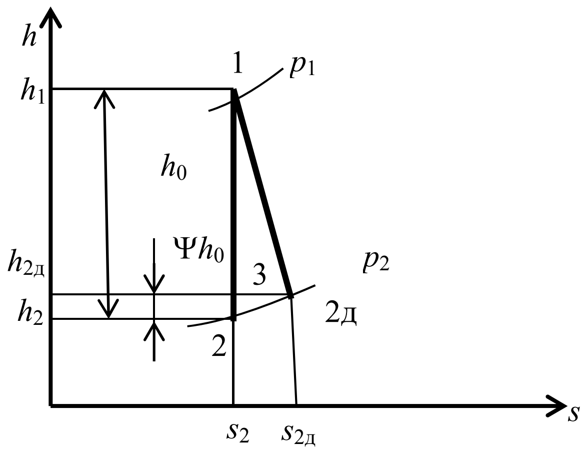

Рис. 13. Процесс необратимого адиабатного расширения

При обратимом истечении $s_1 = s_2 = \text{const}$, а скорость на выходе определяется разностью энтальпий – $h_1 - h_2$.

При необратимом истечении адиабата отклоняется от изоэнтропы вправо. Истечение и с трением, и без трения происходит до одного и того же давления p_2 на выходе из сопла.

Но поскольку изобары в h, s-диаграмме имеют положительный наклон, то $h_{2Д} > h_2$.

Следовательно,

$$h_1 - h_{2Д} < h_1 - h_2.$$

Следовательно, скорость на выходе из сопла при истечении с трением меньше, чем при истечении без трения:

$$w_Д < w.$$

Можно записать

$$w_Д = \varphi w,$$

где φ – скоростной коэффициент, $\varphi < 1$.

Для хорошо спрофилированных и обработанных сопл $\varphi = 0,95 – 0,98$.

$$w_Д = \sqrt{2(h_1 - h_{2Д})}.$$

Потери энергии потока на трение:

$$\Delta E_{тр} = \frac{w^2 - w_Д^2}{2},$$

или с учетом, что $w_Д = \varphi w$,

$$\Delta E_{тр} = (1 - \varphi^2)\frac{w^2}{2},$$

где $1-\varphi^2=\xi$ – коэффициент потерь энергии.

Пользуясь *h*, *s*-диаграммой, можно определить параметры в конце процесса расширения (рис. 14).

Если задана начальная тока 1, и коэффициент φ или ξ, то проводится обратимая адиабата 1–2 и от точки 2 вверх откладывается отрезок 2–3 $h_{2Д}-h_2=\xi h_0$, а затем, проведя через эту точку 3 горизонталь 3–$2_Д$ до пересечения с конечной изобарой p_2, получают точку $2_Д$. По ней определяют параметры пара в конце процесса *v*, *h*, *s*, и т. д.

12. ПРИНЦИП ОБРАЩЕНИЯ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

До сих пор мы рассматривали адиабатные течения. Рассмотрим теперь уравнение, описывающее наиболее общий случай течения:

$$w\mathrm{d}w=-v\mathrm{d}p-g\mathrm{d}z-\mathrm{d}l_{\text{техн}}-\mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Анализ этого уравнения позволит сделать выводы о возможных способах ускорения потока.

Пусть $p=f(v,s)$.

Полный дифференциал:

$$\mathrm{d}p=\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s\mathrm{d}v+\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v\mathrm{d}s.$$

Выразим $\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v$ из $\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s=-1$;

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v=-\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p.$$

Представим

$$(\frac{\partial v}{\partial s})_p = (\frac{\partial v}{\partial T})_p (\frac{\partial T}{\partial s})_p.$$

Из уравнения 1 закона термодинамики:

$$T\mathrm{d}s = \mathrm{d}h - v\mathrm{d}p;$$

$$\mathrm{d}h = c_p \mathrm{d}T;$$

$$T\mathrm{d}s = c_p \mathrm{d}T - v\mathrm{d}p;$$

выразим

$$(\frac{\partial T}{\partial s})_p = \frac{T}{c_p}.$$

Тогда

$$(\frac{\partial p}{\partial s})_v = -(\frac{\partial p}{\partial v})_s (\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{T}{c_p}.$$

Соответственно

$$\mathrm{d}p = (\frac{\partial p}{\partial v})_s \mathrm{d}v - (\frac{\partial p}{\partial v})_s (\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{T}{c_p} \mathrm{d}s =$$

$$= (\frac{\partial p}{\partial v})_s \left[\mathrm{d}v - (\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{T}{c_p} \mathrm{d}s \right].$$

Выразим $(\frac{\partial p}{\partial v})_s$.

Из уравнения Лапласа скорость звука:

$$a^2 = (\frac{\partial p}{\partial \rho})_s;$$

$$\rho = \frac{1}{v},\ \mathrm{d}\rho = -\frac{\mathrm{d}v}{v^2},$$

тогда

$$a^2 = -(\frac{\partial p}{\partial v})_s v^2;$$

$$\rho = \frac{1}{v},\ \mathrm{d}\rho = -\frac{\mathrm{d}v}{v^2};$$

$$(\frac{\partial p}{\partial v})_s = -\frac{a^2}{v^2};$$

$$\mathrm{d}p = -\frac{a^2}{v^2}\left[\mathrm{d}v - (\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{T}{c_p}\mathrm{d}s\right].$$

Выразим $\mathrm{d}v$ из уравнения неразрывности:

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} + \frac{\mathrm{d}w}{w} + \frac{\mathrm{d}F}{F} = 0;$$

$$\rho = \frac{1}{v},\ \mathrm{d}\rho = -\frac{\mathrm{d}v}{v^2};$$

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = -\frac{\mathrm{d}v \cdot v}{v^2 \cdot 1} = -\frac{\mathrm{d}v}{v};$$

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}+\frac{\mathrm{d}w}{w}+\frac{\mathrm{d}F}{F}=0;$$

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}+\frac{\mathrm{d}F}{F}=\frac{\mathrm{d}v}{v};$$

$$\mathrm{d}v=v\cdot\left(\frac{\mathrm{d}w}{w}+\frac{\mathrm{d}F}{F}\right);$$

$$\mathrm{d}p=-\frac{a^2}{v^2}\left[v\cdot\left(\frac{\mathrm{d}w}{w}+\frac{\mathrm{d}F}{F}\right)-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{р}}\frac{T}{c_p}\mathrm{d}s\right].$$

Выразим $\mathrm{d}s$ из $\mathrm{d}s=\dfrac{\mathrm{d}q}{T}$.

Поскольку в общем виде $\mathrm{d}q=\mathrm{d}q_{\text{внешн}}+\mathrm{d}q_{\text{тр}}$,

$$\mathrm{d}s=\frac{\mathrm{d}q_{\text{внешн}}+\mathrm{d}q_{\text{тр}}}{T}.$$

С учетом всех преобразований

$$\mathrm{d}p=-\frac{a^2}{v^2}\left[v\cdot\left(\frac{\mathrm{d}w}{w}+\frac{dF}{F}\right)-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{р}}\frac{T}{c_p}\frac{\mathrm{d}q_{\text{внешн}}+\mathrm{d}q_{\text{тр}}}{T}\right]$$

или

$$v\mathrm{d}p=-\frac{a^2}{v}\left[v\cdot\left(\frac{\mathrm{d}w}{w}+\frac{\mathrm{d}F}{F}\right)-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p}\frac{T}{c_p}\frac{\mathrm{d}q_{\text{внешн}}+\mathrm{d}q_{\text{тр}}}{T}\right].$$

Подставим полученное $v\mathrm{d}p$ в уравнение 1 закона термодинамики для потока:

$$w\mathrm{d}w = -v\mathrm{d}p - g\mathrm{d}z - \mathrm{d}l_{\text{техн}} - \mathrm{d}l_{\text{тр}};$$

$$w\mathrm{d}w = a^2\left[\left(\frac{\mathrm{d}w}{w} + \frac{\mathrm{d}F}{F}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{T}{c_p} \frac{\mathrm{d}q_{\text{внешн}} + \mathrm{d}q_{\text{тр}}}{T} \right] -$$

$$-g\mathrm{d}z - \mathrm{d}l_{\text{техн}} - \mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Разделим на a^2:

$$\frac{w}{a^2}\mathrm{d}w = \left[\left(\frac{\mathrm{d}w}{w} + \frac{\mathrm{d}F}{F}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{1}{vc_p}\mathrm{d}q_{\text{внешн}} - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{1}{vc_p}\mathrm{d}q_{\text{тр}} \right] -$$

$$-\frac{g}{a^2}\mathrm{d}z - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\text{техн}} - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\text{тр}};$$

$$\frac{w}{a^2}\mathrm{d}w - \frac{\mathrm{d}w}{w} = \frac{\mathrm{d}F}{F} - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{1}{vc_p}\mathrm{d}q_{\text{внешн}} -$$

$$-\left[\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{р}} \frac{1}{vc_p} + \frac{1}{a^2} \right]\mathrm{d}q_{\text{тр}} - \frac{g}{a^2}\mathrm{d}z - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\text{техн}}.$$

Вынесем в левой части за скобки $\frac{\mathrm{d}w}{w}$, и, поскольку $\mathrm{d}q_{\text{тр}} = \mathrm{d}l_{\text{тр}}$,

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}\left(\frac{w^2}{a^2} - 1\right) = \frac{\mathrm{d}F}{F} - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{р}} \frac{1}{vc_p}\mathrm{d}q_{\text{внешн}} -$$

$$-\left[\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{р}} \frac{1}{vc_p} + \frac{1}{a^2} \right]\mathrm{d}l_{\text{тр}} - \frac{g}{a^2}\mathrm{d}z - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\text{техн}}.$$

Отношение скорости потока к скорости звука – число Маха:

$$\frac{w}{a} = M.$$

Закон обращения внешних воздействий:

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1) = \frac{\mathrm{d}F}{F} - (\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{1}{vc_p}\mathrm{d}q_{\text{внешн}} -$$

$$-\left[(\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{1}{vc_p} + \frac{1}{a^2}\right]\mathrm{d}l_{\text{тр}} - \frac{g}{a^2}\mathrm{d}z - \frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\text{техн}}.$$

При $\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{тр}} = 0$, $\mathrm{d}z = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{техн}} = 0$ уравнение превращается в известное уравнение «условия перехода через скорость звука»:

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1) = \frac{\mathrm{d}F}{F}.$$

Для течения в трубе постоянного сечения ($\mathrm{d}F = 0$) при $\mathrm{d}l_{\text{тр}} = 0$, $\mathrm{d}z = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{техн}} = 0$:

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1) = -(\frac{\partial v}{\partial T})_{\text{р}} \frac{1}{vc_p}\mathrm{d}q_{\text{внешн}}.$$

Так как $c_p > 0$ и обычно $(\frac{\partial v}{\partial T})_{\text{р}} > 0,$ то из уравнения следует, что в дозвуковом потоке (М < 1) ускорение происходит за счет подвода теплоты, то есть $\mathrm{d}q > 0$, тогда $\mathrm{d}w > 0$.

Отвод теплоты приводит к торможению потока. При подводе теплоты газ в потоке расширяется и его скорость увеличивается.

У воды с $t < 4$ °C $(\frac{\partial v}{\partial T})_p < 0,$ поэтому поток воды замедляется при подводе теплоты к потоку.

Соответственно, для сверхзвукового сопла ускорение потока (dw > 0) происходит при отводе теплоты от потока, а торможенеие, наоборот, при подводе.

На этих выводах основан принцип устройства теплового сопла (рис. 14).

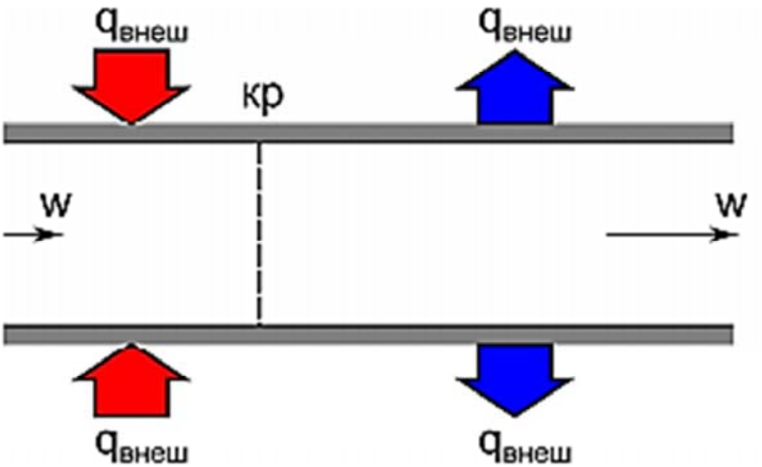

Рис. 14. Тепловое сопло

Тепловое сопло – труба постоянного сечения, поток в которой ускоряется за счет подвода или отвода теплоты через стенки канала. Очевидно, что до тех пор, пока скорость потока не достигнет скорости звука, к нему нужно подводить теплоту. После того, как скорость станет звуковой, дальнейшее ускорение идет за счет отвода теплоты. Теплота может подводиться к потоку или отводиться от него не только извне, но и за счет химической реакции, происходящей в потоке газа.

Для течения в трубе постоянного сечения (dF = 0) при отсутствии внешнего теплообмена, отсутствии трения и в горизонтальном канале $\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{тр}} = 0$, $\mathrm{d}z = 0$, но при наличии совершаемой или подводимой от внешнего источника работы:

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1) = -\frac{1}{a^2}\mathrm{d}l_{\text{техн}}.$$

В рассматриваемых условиях дозвуковой поток ($M < 1$) , совершающий техническую работу $\mathrm{d}l_{\text{техн}} > 0$ (например, вращающий колесо турбины) ускоряется ($\mathrm{d}w > 0$). Соответственно, подвод технической работы к потоку извне приводит к торможению потока.

Подвод же к сверхзвуковому потоку технической работы будет приводить к ускорению потока, а совершение потоком работы – к его торможению. Этот принцип используется в схеме механического сопла – теплоизолированной трубы постоянного сечения, в которой дозвуковой поток, движущийся без трения, ускоряется за счет отдачи работы на лопатках турбинных колес, размещенных в трубе, после того, как поток достигнет скорости звука, он поступает на лопатки нагнетателя, вращаемого от внешнего источника работы (рис. 15).

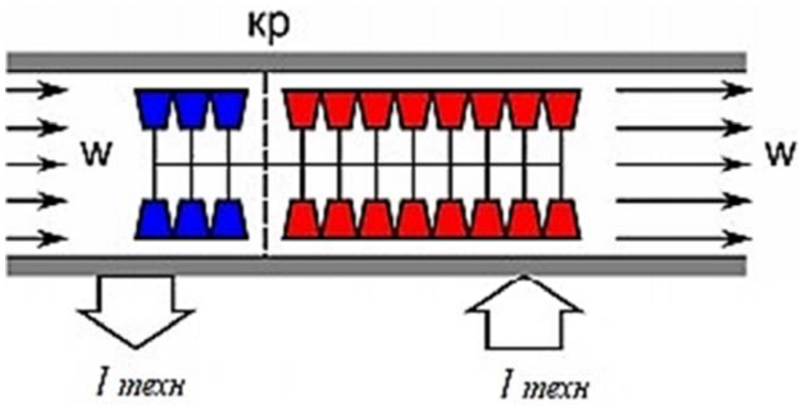

Рис. 15. Механическое сопло

Сечения могут находиться на разной высоте в трубе постоянного сечения при $\mathrm{d}F = 0$, $\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{тр}} = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{техн}} = 0$. В этом случае

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1) = -\frac{g}{a^2}\mathrm{d}z.$$

Из этого следует, что дозвуковой поток газа (M < 1), движущийся вверх (dz > 0), ускоряется (dw > 0), движущийся вниз (dz < 0) – замедляется (dw < 0). Сверхзвуковой поток (M > 1), движущийся вверх (dz > 0), замедляется (dw < 0), а движущийся вниз (dz < 0) – ускоряется (dw > 0).

В случае адиабатного потока в трубе постоянного сечения при $\mathrm{d}F = 0$, $\mathrm{d}q_{\text{внешн}} = 0$, $\mathrm{d}z = 0$, $\mathrm{d}l_{\text{техн}} = 0$, но при наличии потерь на трение:

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}(M^2 - 1) = -\left[(\frac{\partial v}{\partial T})_p \frac{1}{vc_p} + \frac{1}{a^2}\right]\mathrm{d}l_{\text{тр}}.$$

Работа на преодоление сил трения всегда положительна – $\mathrm{d}l_{\text{тр}} > 0$.

Дозвуковой поток (M < 1) с трением ускоряется (dw > 0).

Работа трения превращается в теплоту, а с подводом теплоты дозвуковой поток ускоряется.

При адиабатном течении с трением в трубе постоянного сечения поток может ускориться до звуковой скорости, но перейти через скорость звука он не сможет, поскольку для этого надо отводить теплоту от потока, а теплота трения всегда подводится к потоку.

Невозможность в рассматриваемых условиях перехода через скорость звука – кризис течения.

Рассмотрим расходное сопло. Введем понятие плотности потока в канале – расход газа через единицу площади поперечного сечения канала:

$$j = \frac{G}{F}, \ \frac{\text{кг}}{\text{с} \cdot \text{м}^2}.$$

Для сопла Лаваля в дозвуковой части ($\mathrm{d}F < 0$) при $G = \text{const}$ j растет, достигает максимума в критическом сечении, в сверхзвуковой части ($\mathrm{d}F > 0$) $G = \text{const}$ – j уменьшается.

В трубе постоянного сечения этого эффекта можно добиться изменением расхода G путем вдувания или отсоса газа через отверстия в боковой поверхности трубы (рис. 16).

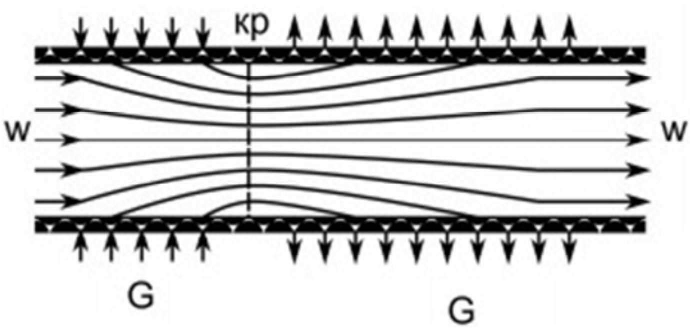

Рис. 16. Расходное сопло

Если увеличивать расход, вдувая газ, то j будет возрастать ($F = \text{const}$, $\mathrm{d}G > 0$), что эквивалентно сужению геометрического сопла. Если после того, как скорость станет звуковой, осуществить отвод части газа через боковую поверхность трубы ($F = \text{const}$, $\mathrm{d}G < 0$), то j будет уменьшаться, поток будет продолжать ускоряться, так как это эквивалентно расширению геометрического сопла.

Комбинированные сопла – каналы для получения сверхзвуковых скоростей, у которых дозвуковая часть берется от сопла одного типа (например, геометрического, теплового, механического), а сверхзвуковая – от сопла другого типа.

В качестве дозвуковой части можно, например, использовать суживающее геометрическое сопло, а в качестве сверхзвуковой – трубу постоянного сечения с отводом теплоты.

Как видно из вышеизложенного, знак воздействия, которое нужно оказать на поток для его ускорения (подвод или отвод теплоты, работы, вещества и т. д.), меняется при переходе через скорость звука в критическом сечении сопла.

Уравнение, позволяющее установить знак воздействия в зависимости от числа Маха, носит название **закона обращения внешних воздействий**.

13. ПАРАМЕТРЫ ТОРМОЖЕНИЯ

Если в газовый поток поместить твердое тело, то в некоторой точке встречи потока с телом поток полностью затормозится (скорость в этой точке будет равна нулю). Такая точка называется **критической**. Это приведет к изменению параметров набегающего потока T, p, ρ до параметров торможения T_0, p_0, ρ_0 в критической точке. Рассматривается случай, когда в точке торможения нет теплообмена между заторможенным газом и телом, то есть адиабатное торможение.

$$h_0 - h = \frac{w^2}{2} - \frac{w_0^2}{2} = \frac{w^2}{2};$$

$$h + \frac{w^2}{2} = h_0 = \text{const}.$$

Для идеального газа с постоянной теплоемкостью можно записать

$$c_p T + \frac{w^2}{2} = c_p T_0 = \text{const};$$

$$c_p T + \frac{w^2}{2} = c_p T_0 = \mathrm{const.}$$

Разделим на $c_p T$:

$$1 + \frac{w^2}{2c_p T} = \frac{T_0}{T}.$$

Для идеального газа скорость звука:

$$a^2 = kRT.$$

Отсюда

$$T = \frac{a^2}{kR};$$

$$1 + \frac{w^2 kR}{2c_p a^2} = \frac{T_0}{T};$$

$$\frac{w^2}{a^2} = M^2;$$

$$\frac{w^2}{a^2} = M^2,\ R = c_p - c_v;$$

$$1 + M^2 \frac{k(c_p - c_v)}{2c_p} = \frac{T_0}{T}.$$

Разделив на c_v, получим

$$1+M^2\frac{k-1}{2}=\frac{T_0}{T}.$$

Температура адиабатного торможения:

$$T_0=T(1+M^2\frac{k-1}{2}).$$

Всякий измерительный прибор, помещенный в поток, покажет температуру, близкую к температуре адиабатного торможения.

Для адиабатного процесса

$$\frac{T_2}{T_1}=(\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}.$$

Следовательно,

$$\frac{p_0}{p}=(\frac{T_0}{T})^{\frac{k}{k-1}}.$$

Давление адиабатного торможения:

$$p_0=p(1+M^2\frac{k-1}{2})^{\frac{k}{k-1}};$$

$$\frac{T_2}{T_1}=(\frac{v_1}{v_2})^{k-1}=(\frac{\rho_2}{\rho_1})^{k-1}.$$

Следовательно,

$$\frac{\rho_0}{\rho} = (\frac{T_0}{T})^{\frac{1}{k-1}}.$$

Плотность адиабатного торможения:

$$\rho_0 = \rho(1 + M^2 \frac{k-1}{2})^{\frac{1}{k-1}}.$$

14. ДРОССЕЛИРОВАНИЕ

Эффект падения давления струи рабочего тела в процессе протекания через сужения в канале называется **дросселированием**.

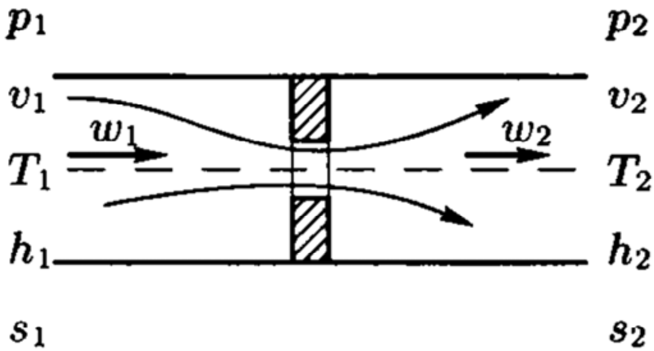

Рис. 17. Дросселирование

Уравнение 1 закона термодинамики для любого потока:

$$q_{\text{внешн}} = \left(h_2 - h_1\right) + (\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}) + g\left(z_2 - z_1\right) + l_{\text{техн}}.$$

В случае адиабатного ($q_{внешн} = 0$), горизонтального ($z_2 = z_1$) потока, скорость которого в рассматриваемых точках относительно мала ($w_1 \approx w_2$) при отсутствии технической работы ($l_{техн} = 0$), уравнение приобретает вид $h_1 = h_2$.

В результате адиабатного дросселирования энтальпия неизменна.

Мы рассматриваем состояние дросселируемого вещества до дросселя и за ним. При течении газа внутри дросселя энтальпия газа может изменяться (при протекании через дроссель газ ускоряется, его кинетическая энергия возрастает, энтальпия уменьшается). После того как за дросселем сечение потока возрастает, поток замедляется, его кинетическая энергия уменьшается, энтальпия увеличивается.

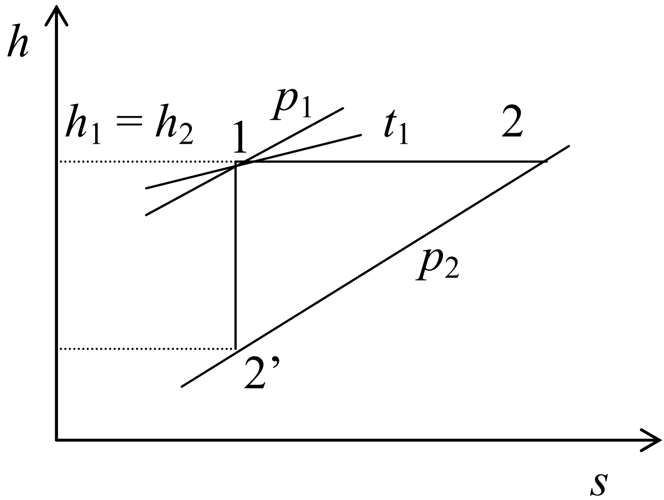

Рис. 18. Процесс дросселирования в h, s-диаграмме:
1–2’ – процесс уменьшения энтальпии в дросселе
при падении давления от p_1 до p_2;
2’–2 – процесс торможения потока за дросселем, в результате
которого кинетическая энергия потока уменьшается, а энтальпия
восстанавливается до первоначального значения

Дросселирование представляет собой необратимый процесс, поэтому энтропия газа в процессе дросселирования возрастает ($\mathrm{d}s > 0$):

$$s_2(h, p_2) - s_1(h, p_1) = \int_{p_1}^{p_2} (\frac{\partial s}{\partial p})_h \mathrm{d}p;$$

$$\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p;$$

$$h = \mathrm{const},\ \mathrm{d}h = 0, \Rightarrow T\mathrm{d}s = -v\mathrm{d}p \Rightarrow$$

$$(\frac{\partial s}{\partial p})_h = -\frac{v}{T};$$

$$s_2(h, p_2) - s_1(h, p_1) = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{v}{T}\mathrm{d}p = \int_{p_2}^{p_1} \frac{v}{T}\mathrm{d}p.$$

Определим, как изменяется температура в процессе адиабатного дросселирования. Обозначим $(\frac{\partial T}{\partial p})_h = \alpha_h$ – коэффициент адиабатного дросселирования или дифференциальный дроссель-эффект. В общем случае α_h отличен от нуля. Явление изменения температуры газов и жидкостей при адиабатном дросселировании – эффект Джоуля-Томсона, α_h – коэффициент Джоуля-Томсона – определяется при малой конечной разности температур ΔT и такого же порядка разности давлений по обе стороны дросселя Δp.

Измененние температуры газа в процессе адиабатного дросселирования при значительном перепаде давления на дросселе – **интегральный дроссель-эффект**.

$$T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \alpha_h \mathrm{d}p,$$

где T_1, T_2 – температуры дросселируемого вещества перед дросселем и за ним.

Определим как изменяется температура в процессе адиабатного дросселирования. Энтальпия является функцией температуры и давления $h = f(T, p)$, полный дифференциал энтальпии:

$$\mathrm{d}h = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T.$$

1 закон термодинамики $\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p.$ Дифференцируем по p.

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + v.$$

Из уравнений Максвелла:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p,$$

тогда

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + v;$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = c_p.$$

Тогда полный дифференциал:

$$\mathrm{d}h = \left[-T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + v \right] \mathrm{d}p + c_p \mathrm{d}T.$$

При дросселировании $\mathrm{d}h = 0$.
Тогда

$$c_p \mathrm{d}T = \left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v \right] \mathrm{d}p.$$

Дифференциальный дроссель-эффект:

$$\alpha_h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}.$$

Всегда $c_p > 0$. Если $T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v < 0$, т. е. $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p < \frac{v}{T}$, то $\alpha_h < 0$, т. е. $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h < 0$, а так как всегда $\mathrm{d}p < 0$, то $\mathrm{d}T > 0$, в процессе дросселирования температура дросселируемого вещества возрастает.

Если $T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v > 0$, т. е. $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p > \frac{v}{T}$, то $\alpha_h > 0$, т. е. $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h > 0$, а так как всегда $\mathrm{d}p < 0$, то $\mathrm{d}T < 0$, в этом случае температура дросселируемого вещества уменьшается.

Если $T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v = 0$, $\alpha_h = 0$ – в процессе адиабатного дросселирования температура дросселируемого вещества не изменяется (этот эффект имеет место для идеального газа).

Эффект Джоуля-Томсона имеет место для реальных газов и жидкостей.

Для одного и того же вещества знак α_h может быть различным в различных областях состояния. Состояние газа, в котором $\alpha_h = 0$, называется **точкой инверсии** эффекта Джоуля-Томсона. Геометрическое место точек инверсии на диаграмме состояния данного вещества – **кривая инверсии**.

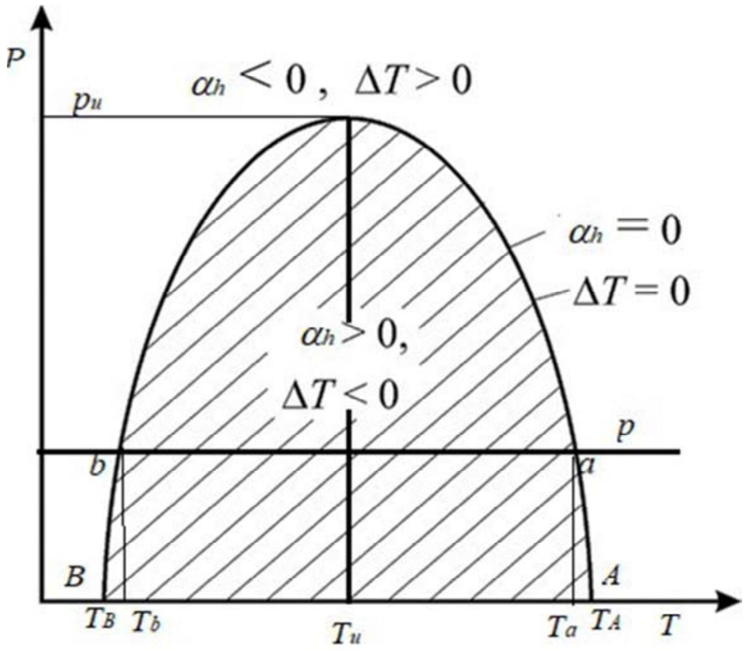

Рис. 19. Кривая инверсии

Изобары $p < p_и$ дважды пересекают кривую инверсии (точки b и a). Перемещаясь по изобаре в область высоких температур, мы из области $\alpha_h < 0$ (нагрев газа при дросселировании) переходим в область $\alpha_h > 0$ (охлаждение газа при дросселировании), а затем при температурах, в несколько раз превышающих критическую, вновь попадаем в область $\alpha_h < 0$. Точка максимума кривой инверсии – **критическая точка инверсии**.

При давлениях $p > p_и$ и любой температуре $\alpha_h < 0$. Адиабатное дросселирование может быть использовано в качестве эффективного способа охлаждения газов.

Удельный объем вещества в процессе дросселирования увеличивается.

Изотермическое дросселирование – процесс дросселирования, в котором к дросселируемому газу подводится такое количество теплоты, чтобы температура газа за дросселем оставалась равной температуре перед дросселем. Применяется в теплофизических экспериментах.

Коэффициент изотермического дросселирования:

$$\alpha_T = -\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T.$$

ЗАДАЧИ

1. К соплам газовой турбины подводятся продукты сгорания топлива с начальными параметрами p_1 = 1 МПа и t_1 = = 600 °С. Давление за соплами – p_2 = 0,12 МПа. Определить площадь выходного сечения каждого из сопл, если расход через него – 0,5 кг/с. Сопла суживающиеся. Потерями на трение, теплообменом и скоростью на входе пренебречь. Для упрощения продукты сгорания заменить воздухом.

2. Сжатый воздух вытекает из суживающегося сопла в среду с давлением 0,09 МПа. Начальные параметры: p_1 = 2,5 МПа, t_1 = 27 °С. Расход воздуха составляет 0,5 кг/с, скоростной коэффициент сопла – φ = 0,9. Определить площадь выходного сечения и скорость истечения.

3. Перегретый пар с параметрами p_1 = 3 МПа, t_1= 400 °С расширяется при истечении через сопло Лаваля до давления p_2 = 0,2 МПа. Определить диаметры минимального и выходного сечений сопла, если расход пара 5 кг/с. Скоростью пара на входе в сопло пренебречь.

4. Углекислый газ с начальными параметрами p_1 = 1 МПа и t_1 = 20 °С вытекает через суживающееся сопло в атмосферу (p_2 = 0,1 МПа). Расход газа 5 кг/с. Определить выходной диаметр сопла, если скоростной коэффициент φ = 0,92. Скоростью газа на входе в сопло пренебречь.

5. Рассчитать основные размеры сопла Лаваля, если водяной пар с начальным давлением $p_о$ = 2,0 МПа и температурой $t_о$ = 350 °С изоэнтропно расширяется до давления p_2 = 0,9 МПа. Расход пара 0,5 т/час.

6. Определить площадь выходного сечения суживающегося сопла, в котором протекает азот при входных параметрах p_1 = 1,0 МПа и t_1 = 217 °С. Давление за выходным сечением $p_{ср}$ = 0,1 МПа. Скоростной коэффициент сопла φ = 0,9. Газ подходит к соплу со скоростью 220 м/с. Расход 2,7 кг/с.

7. Перегретый пар с начальными параметрами p_1 = 6 МПа и t_1 = 400 °С вытекает через суживающееся сопло в атмосферу

(p_2 = 0,1 МПа). Определить секундный расход пара, если площадь выходного сечения сопла $F_{вых}$ = 30 мм^2, а скоростной коэффициент φ = 0,95. Скоростью пара на входе в сопло пренебречь.

8. Определить длину расширяющейся части сопла Лаваля, через которое происходит истечение окиси углерода с начальными параметрами p_1 = 1,6 МПа и t_1 = 600 °С в количестве 0,6 кг/с в среду с атмосферным давлением p_2 = 0,1 МПа. Угол конусности 10°, скоростной коэффициент сопла φ = 0,93. Скоростью на входе в сопло пренебречь.

9. Водяной пар с начальной скоростью w_1 = 200 м/с при p_1 = 2,0 МПа и = 400 °С вытекает через суживающееся сопло в среду с давлением p_2 = 0,6 МПа. Площадь выходного сечения 1000 мм^2. Определить расход и выходную скорость пара.

10. Пар с давлением 1 МПа, температурой 250 °С и начальной скоростью 100 м/с истекает через суживающееся сопло в атмосферу (p_2 = 0,1 МПа). Найти скорость и температуру в выходном сечении.

11. Азот с начальными параметрами p_1 = 2 МПа и t_1 = = 300 °С вытекает в количестве 0,5 кг/с через сопло Лаваля в атмосферу (p_2 = 0,1 МПа). Определить площади минимального и выходного сечений сопла, если его скоростной коэффициент φ = 0,9. Скоростью азота на входе в сопло пренебречь.

12. Через суживающееся сопло форсунки в цилиндр ДВС подается распыливающий воздух с начальными параметрами p_1 = 6 МПа и t_1 = 200 °С. Определить скорость истечения, а также удельный объем и температуру воздуха на выходе из сопла, если давление в цилиндре p_2 = 4 МПа. Скоростью на входе в сопло пренебречь.

13. Перегретый пар с начальными параметрами p_1 = 1,6 МПа и t_1 = 300 °С вытекает через суживающееся сопло в атмосферу (p_2 = 0,1 МПа). Определить скорость истечения, если скоростной коэффициент сопла φ = 0,9. Скоростью на входе в сопло пренебречь.

14. Определить диаметры минимального и выходного сечений сопла Лаваля обдувочного аппарата парового котла с расходом сухого насыщенного пара 0,3 кг/с, если начальное давление пара p_1 = 2 МПа, а конечное p_2 = 0,1 МПа. Скоростью пара на входе в сопло, потерями и теплообменом со стенками пренебречь.

15. Определить скорость истечения кислорода через сопло Лаваля, если начальные параметры p_1 = 0,8 МПа и t_1 = 700 °С, а давление среды на выходе из сопла равно атмосферному (p_2 = 0,1 МПа). Скоростной коэффициент сопла φ = 0,92. Скоростью на входе пренебречь.

16. Расход воздуха при истечении его из суживающегося сопла составляет 425 кг/час. Начальные параметры: p_1 = 1,0 МПа, t_1 = 20 °С. Воздух вытекает в среду с давлением 100 кПа. Принимая скоростной коэффициент φ = 0,93, определить площадь выходного сечения и скорость потока.

17. Какое сопло нужно установить, чтобы полностью использовать располагаемый перепад давлений при истечении воздуха от начальных параметров p_1 = 2,5 МПа и t_1 = 150 °С до давления 1,4 МПа. Какова действительная скорость истечения, если φ = 0,9.

18. Перегретый пар с параметрами p_1 = 3 МПа и t_1 = 300 °С дросселируется в регулирующем клапане до p_2 = 2,6 МПа, а затем расширяется в турбине, работающей на выхлоп в атмосферу (p_3 = 0,1 МПа). Определить потерю располагаемой работы вследствие дросселирования.

19. Метан (CH_4) с начальными параметрами p_1 = 1 МПа и t_1 = 200 °С вытекает из сопла Лаваля в атмосферу (p_2 = = 0,1 МПа). Расход метана 6 кг/с. Определить диаметр выходного сечения сопла, если скоростной коэффициент φ = 0,95. Скоростью метана на входе в сопло пренебречь.

20. Влажный пар с начальными параметрами p_1 = 1,5 МПа и X = 0,95 вытекает из сопла Лаваля в среду с давлением p_2 = = 0,2 МПа в количестве 5 кг/с. Определить площади мини-

мального и выходного сечений сопла, если скоростной коэффициент его $\varphi = 0{,}95$.

21. Определить скорость истечения перегретого пара через суживающееся сопло, если начальные параметры пара $p_1 = 0{,}6$ МПа и $t_1 = 350$ °C, а давление среды, в которую происходит истечение, $p_2 = 0{,}4$ МПа. Скоростью на входе в сопло, потерями и теплообменом со стенками пренебречь.

ПРИМЕРЫ

1. Сжатый воздух вытекает из суживающегося сопла в среду с давлением 0,10 МПа. Начальные параметры p_1 = 2,0 МПа, t_1 = 27 °С. Расход воздуха составляет 0,8 кг/с, скоростной коэффициент сопла – φ = 0,9. Определить площадь выходного сечения и скорость истечения.

Проверим отношение давлений:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{0,1}{2} = 0,05 < p_{\text{кр}} = 0,528.$$

Следовательно, в выходном сечении сопла устанавливается критическая скорость:

$$w_{\text{кр}} = \sqrt{2\frac{k}{k+1}p_1 v_1} = \sqrt{2\frac{k}{k+1}RT_1} =$$

$$= \sqrt{2\frac{1,4}{1,4+1}\frac{8314}{29}(27+273,15)} = 316,85, \text{ м/с.}$$

С учетом скоростного коэффициента скорость истечения:

$$w_{\text{кр}} = 316,85 \cdot 0,9 = 285,17, \text{ м/с.}$$

В адиабатном процессе расширения:

$$v_{\text{кр}} = v_1 \cdot 1,578 = \frac{RT_1}{p_1} \cdot 1,578 = \frac{8314}{29}\frac{(27+273,15)}{2 \cdot 10^6} \cdot 1,578 =$$

$$= 0,043 \cdot 1,578 = 0,068, \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Из уравнения неразрывности площадь выходного сечения сопла:

$$F = \frac{G \cdot v_{\text{кр}}}{w_{\text{кр}}} = \frac{0,8 \cdot 0,068}{285,17} = 1,91 \cdot 10^{-4}, \text{ м}^2.$$

2. Перегретый пар с начальными параметрами p_1 = 5 МПа и t_1 = 300 °С вытекает через суживающееся сопло в атмосферу (p_2 = 0,1 МПа). Определить секундный расход пара, если площадь выходного сечения сопла $F_{\text{вых}}$ = 40 мм^2. Скоростью пара на входе в сопло пренебречь.

Строим процесс расширения водяного пара в сопле в h, s-диаграмме.

$$h_1 = 2925,4 \text{ кДж/кг}, \; s_1 = 6,21 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}.$$

Проверяем отношение давлений:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{0,1}{5} = 0,02 < p_{\text{кр}} = 0,546.$$

Если $\dfrac{p_{\text{с}}}{p_1} \le \psi_{\text{кр}}$, то $p_2 = p_{\text{с}} = p_{\text{кр}}$, тогда надо определить $p_{\text{кр}}$:

$$p_{\text{кр}} = p_1 \cdot \psi_{\text{кр}} = 5 \cdot 0,546 = 2,73 \text{ МПа}.$$

Следовательно, в выходном сечении сопла устанавливается критическая скорость. По h, s-диаграмме, по $p_{\text{кр}}$ и $s_1 = s_{\text{кр}}$ определяем $h_{\text{кр}} = 2801,6$ кДж/кг, $v_{\text{кр}} = 0,073$ м^3/кг:

$$w_{\text{кр}} = 44,72\sqrt{h_1 - h_{\text{кр}}} = 44,72\sqrt{2925,4 - 2801,6} = 497,58 \text{ м/с}.$$

Расход пара:

$$G = \frac{w_{кр} F}{v_{кр}} = \frac{497,58 \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{0,073} = 0,273 \text{ кг/с.}$$

3. Определить длину расширяющейся части сопла Лаваля, через которое происходит истечение окиси углерода с начальными параметрами p_1 = 2 МПа и t_1 = 500 °С в количестве 0,5 кг/с в среду с атмосферным давлением p_2 = 0,1 МПа. Угол конусности 12°. Скоростью на входе в сопло пренебречь.

Определяется критическое давление:

$$p_{кр} = \psi_{кр} p_1 = 0,528 \cdot 2 = 1,056 \text{ МПа.}$$

Удельный объем в точке 1:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8314}{28} \frac{(500 + 273,15)}{2 \cdot 10^6} = 0,115 \text{ м}^3\text{/кг.}$$

Удельный объем в критической точке:

$$v_{кр} = v_1 (\frac{p_1}{p_{кр}})^{\frac{1}{k}} = 0,115 \cdot (\frac{2}{1,056})^{\frac{1}{1,4}} = 0,181 \text{ м}^3\text{/кг.}$$

Удельный объем на выходе из сопла:

$$v_2 = v_1 (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{1}{k}} = 0,115 \cdot (\frac{2}{0,1})^{\frac{1}{1,4}} = 0,977 \text{ м}^3\text{/кг.}$$

Скорость в минимальном сечении сопла Лаваля:

$$w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4+1} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0,115} = 518,01 \text{ м/с.}$$

Скорость в выходном сечении сопла Лаваля:

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1} p_1 v_1 [1 - (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}]} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4-1} 2 \cdot 10^6 \cdot 0,115 \left[1 - (\frac{0,1}{2})^{\frac{1,4-1}{1,4}}\right]} = 966,3 \text{ м/с}.$$

Площадь минимального сечения:

$$F_{\min} = F_{\text{кр}} = \frac{G_{\max} v_{\text{кр}}}{w_{\text{кр}}} = \frac{0,5 \cdot 0,181}{518,01} = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Диаметр критического сечения:

$$\mathrm{d}_{\min} = \sqrt{\frac{4F_{\min}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,75 \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 0,015 \text{ м}.$$

Площадь выходного сечения:

$$F_{\text{вых}} = F_2 = \frac{G_{\max} v_2}{w_2} = \frac{0,5 \cdot 0,977}{966,3} = 5,06 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Диаметр выходного сечения:

$$\mathrm{d}_{\text{вых}} = \mathrm{d}_2 = \sqrt{\frac{4F_{\text{вых}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5,06 \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 0,025 \text{ м}.$$

Длина расширяющейся части сопла:

$$l = \frac{\mathrm{d}_{\text{вых}} - \mathrm{d}_{\min}}{2\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}} = \frac{0,025 - 0,015}{2\mathrm{tg}\frac{12}{2}} = \frac{0,01}{2 \cdot 0,105} = 0,048 \text{ м}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кириллин, В. А. Техническая термодинамика : учебник для вузов / В. А. Кириллин, В. В. Сычев, А. Е. Шейндлин. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Изд. дом МЭИ, 2008. – 495 с.: ил.

2. Теплотехника : учебник для вузов / В. Н. Луканин [и др.]; под ред. В. Н. Луканина. – 7-е изд., испр. – Москва: Высшая школа, 2009. – 671 с.: ил.

3. Кудинов, В. А. Техническая термодинамика и теплопередача : учебник для академического бакалавриата / В. А. Кудинов, Э. М. Карташов, Е. В. Стефанюк. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2015 – 567 с.: ил.

4. Рабинович, О. М. Сборник задач по технической термодинамике : учебное пособие / О. М. Рабинович. – 5-е изд., перераб., стереотипное изд. – Москва: Альянс, 2015. – 344 с. : ил. + диаграмма.

5. Зубарев, В. Н. Практикум по технической термодинамике : учебное пособие / В. Н. Зубарев, А. А. Александров, В. С. Охотин. – 3-е изд., перераб. – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 303 с.

6. Сборник задач по технической термодинамике : учебное пособие / Т. Н. Андрианова [и др.]; под общ. ред. Т. Н. Андриановой. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006. – 354 с.

Учебное издание

ХУТСКАЯ Наталия Геннадьевна
ПАЛЬЧЕНОК Геннадий Иванович
НОВИК Андрей Владимирович

ТЕРМОДИНАМИКА ПОТОКА

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности
1 43 01 06 «Энергоэффективные технологии
и энергетический менеджмент»

Редактор *Е. О. Германович*
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 20.10.2021. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 3,84. Уч.-изд. л. 3,00. Тираж 100. Заказ 549.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.