

Пример аппроксимации расчетных моментов и прогибов прямоугольной железобетонной плиты

Вербицкая О.Л.

Белорусский национальный политехнический университет

Дана оценка зависимостям изгибающих моментов и прогибов железобетонной прямоугольной гладкой плиты от величины нагрузки. Учтены нелинейность деформирования железобетонных элементов согласно нормам Республики Беларусь.

Хорошо известно, что железобетон представляет собой сложный композитный материал, который состоит из значительно отличающихся друг от друга материалов. Железобетон отличается своей нелинейностью и способностью к ползучести. Очень важно в железобетоне обеспечить совместность деформирования арматуры и бетона. Это связано с образованием трещин, проскальзыванию и сцеплению.

Если для моделирования железобетонных конструкций применяется метод конечных элементов, то должно быть учтено в процессе нагружения нелинейность деформаций. Хорошо известно, что нелинейность деформирования оказывает значительное влияние на характер распределения внутренних сил и величину деформаций. Существенный вклад в этом вопросе оказывает и трещинообразование, которое присутствует в растянутых зонах бетона.

Трудности учета выше указанных факторов, объясняются физико-механическими свойствами железобетона. Например, изгиб плиты следует рассматривается как статически неопределимую конструкцию. Это связано с необходимостью учета перераспределения внутренних сил между арматурой и бетоном. Стоит вопрос об участии ребер плиты в восприятии изгибающих моментов.

При проектировании сложилась такая ситуация, когда внутренние силы в элементах конструкции определяются в линейно-упругой стадии, условие прочности определяется из нелинейных деформаций и бетона и арматуры. Конечно, это дает значительные погрешности в результатах расчета. Это частично можно исправить введением понижающих коэффициентов.

Строительные правила Республики Беларусь рекомендуют производить расчет бетонных и железобетонных конструкций с учетом возможного образования трещин, а также неупругих деформаций арматуры и бетона (рис.1).

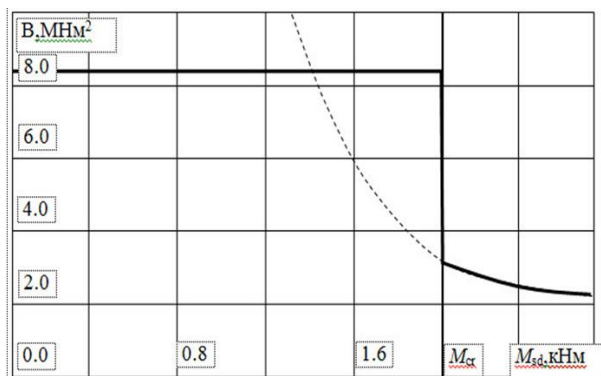


Рис.1. Зависимость жесткости плиты от величины момента

По рекомендациям СП изгибная жесткость плиты с учетом и без учета образования трещин вычисляется по формуле (1), имеет нелинейный характер и разрыв. Отметим, что жесткость плиты при изгибающем моменте меньшем моменту образования трещин M_{cr} не изменяется. Это значит, что элемент деформируется линейно. Если изгибающий момент больше момента образования трещин, то жесткость меняется по гиперболическому закону. На границе $M_{sd}=M_{rd}$ наблюдается разрыв зависимости (1).

$$B = \begin{cases} \frac{E_{c,eff} J_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{sd}} \right)^2 \left(1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right)}, & M_{sd} > M_{cr}; \\ E_{c,eff} J_I, & M_{sd} \leq M_{cr}, \end{cases} \quad (1)$$

где

$E_{c,eff}$ - эффективный модуль упругости бетона;

E_{cm} - модуль упругости бетона;

M_{sd} - расчетный изгибающий момент, вызванный действием нагрузки и установленный в результате расчета плиты;

β_1 - коэффициент, принимаемый согласно указаниям СП;

β_2 - коэффициент, учитывающий длительность действия нагрузки и принимаемый согласно указаниям СП;

J_I, J_{II} – моменты инерции сечения, соответственно, без трещин и с трещинами;

M_{cr} – момент образования трещин.

Понятно, что разрыв в законе деформирования железобетонного элемента создает практически непреодолимые сложности при расчете конструкций, связанные с невозможностью обеспечения сходимости решения нелинейной задачи. Для преодоления этой трудности в диссертации [1] функция (1) представлена приближена.

$$B = B_0 + \frac{3(B_{cr} - B_0) - M_{cr}C}{M_{cr}^2} M^2 + \frac{M_{cr}C - 2(B_{cr} - B_0)}{M_{cr}^3} M^3, \quad (2)$$

где

B_0 – жесткость при нулевом изгибающем моменте;

B_{cr} – жесткость при моменте равном моменту образования трещин;

M_{cr} – изгибающий момент, соответствующий образованию трещин;

C – производная функции жесткости на интервале $M > M_{cr}$;

M – расчетный изгибающий момент в сечении плиты от нагрузки, обозначаемый в СНБ как M_{sd} .

График этой функции приведен на рисунке 2.

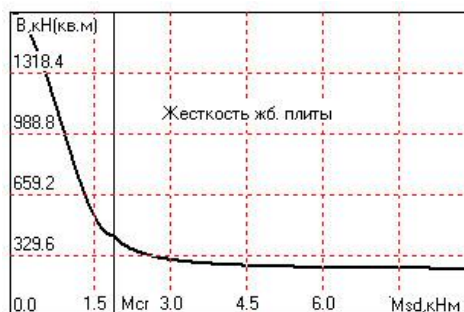


Рис.2. Аппроксимация жесткости нелинейно деформируемого железобетонного элемента плиты

Используя полученную зависимость, выполним расчет прямоугольной гладкой железобетонной плиты с шарнирно опертymi

краями по авторской программе *Sturm*. Пусть плита загружена равномерной распределенной нагрузкой p . Размеры плиты в плане $4,2 \times 4,2$ м; толщина плиты 120 мм; модули упругости арматуры и бетона соответственно равны 200 ГПа и 32 ГПа; коэффициент Пуассона бетона 0,2; толщина защитного слоя 15 мм; средняя прочность бетона на растяжение 2,2 МПа; Нормативное сопротивление бетона сжатию 20 МПа; нормативное сопротивление арматуры растяжению 400 МПа; площадь сетки $0,196 \text{ см}^2/\text{КЭ}$; допустимая величина ширины раскрытия трещин 0.4 мм; допустимый максимальный прогиб плиты 30 мм.

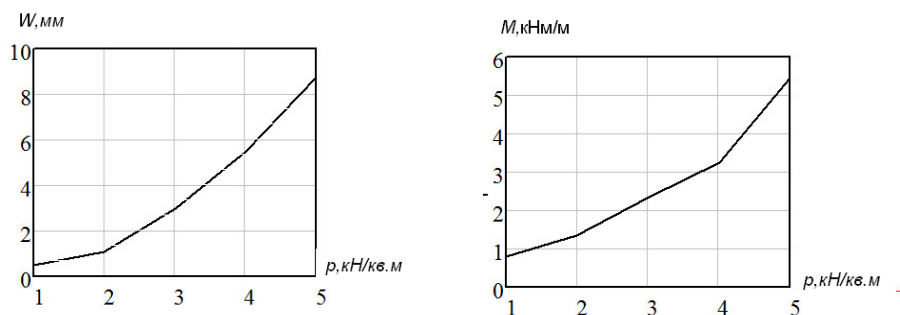


Рис.3. Максимальный прогиб и изгибающий момент в плите при различных нагрузках

На рисунке 3 приведены зависимости максимального прогиба и максимального изгибающего момента в плите от интенсивности нагрузки. Очевидно, что за счет нелинейности железобетона и прогиб плиты и изгибающий момент изменяются по нелинейному закону.

Литература

1. Вербицкая, О.Л. Оптимизация физически нелинейных прямоугольных пластин кусочно-постоянного сечения: диссертация на соискание ученой степени к.т.н.: 05.23.17./ О.Л. Вербицкая; БНТУ. – Минск, 2011. – 142 с.