

## Решение одной прикладной задачи методом управления системой с распределенными параметрами

Воронова Н.П., Березовский Н.И., Борисейко В.В.  
Белорусский национальный технический университет

*В статье исследуется процесс теплообмена в противоточном теплообменнике методом управления системами с распределенными параметрами. Решение задачи предлагается проводить численными методами, что позволяет оптимизировать процесс теплообмена.*

Рассмотрим теплообменный аппарат, где теплообмен происходит между двумя движущимися средами соответственно со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Задача управления проточным теплообменом относится к задачам управления системами с распределенными параметрами [1]. Распределение температур в движущихся средах обозначим  $T_1(x, t)$  и  $T_2(x, t)$ , где  $x$  – координата по оси движения,  $t$  – время. В случае линейного закона теплообмена Ньютона процесс теплообмена между движущимися средами описывается системой [2]:

$$\begin{cases} k_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} + k_1 \frac{\partial T_2}{\partial x} v_1 + T_1 - T_2 = 0, \\ k_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} + k_2 \frac{\partial T_1}{\partial x} v_2 + T_2 - T_1 = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $k_1, k_2$  – коэффициенты, характеризующие теплофизические свойства сред,  $0 < x < l$ ,  $t > 0$ ,  $l$  – длина теплообменника.

Для определения модели противоточного теплообменника зададим начальные и граничные условия в виде [3]:

$$T_1(x, 0) = T_1(x), \quad T_2(x, 0) = T_2(x), \quad (2)$$

$$T_1(0, t) = T_1(t), \quad T_2(l, t) = T_2(t). \quad (3)$$

В граничных условиях (3) принималось, что скорость  $v_1$  совпадает по направлению с осью  $x$ , а  $v_2$  направлена в противоположном направлении.

Функцию  $T_1(t)$  можно рассматривать как управляющее воздействие [4]. Тогда задача управления таким аппаратом состоит в следующем: найти такое управление  $T_1(t)$ , при котором температура второй среды на выходе из теплообменника поддерживалась бы на заданном уровне  $T^*(t)$ , несмотря на изменение входной температуры второй среды  $T_2(t)$  и изменение скорости  $v_2(t)$ , т.е. необходимо выполнение равенства

$$T_2(o, t) = T^*(t), \quad t \geq 0. \quad (4)$$

Равенство (2) в большинстве случаев на всем промежутке времени выполнить весьма затруднительно, тогда необходимо минимизировать отклонение  $T_2(o, t)$  от  $T^*(t)$ , например с помощью функционала  $I_0$

$$I_0 = \int_0^{t_0} [T_2(o, t) - T^*(t)]^2 dt \rightarrow \min, \quad (5)$$

где  $t_0$  – заданное время работы теплообменника.

Задача (1), (2), (3) может быть решена с помощью метода сеток с вычислением интеграла (5) методом Симпсона, используя узлы сеток [5].

## Литература

1. Методы управления системами с распределенными параметрами/ А.Г. Бутковский. – М.: Издательство «Наука», 1975. – С.568.
2. Термодинамические процессы: учеб. для вызов. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2009. – С.397.

3. Техническая термодинамика: учеб. для студентов строит. и энергет. специальностей: в 2 ч./ Б.М. Хрусталева и др. – Минск: Технопринт, 2004. – Ч.2. – С.558.
4. Математическое моделирование и управление теплотехнологиями промышленных производств/ Н.П. Воронова. – Минск: БНТУ, 2009. – С.260.
5. Математическое моделирование энергосберегающих режимов нагрева, сушки и термообработки/ Н.П. Воронова. – Минск: БНТУ, 2006. – С.86.