

Задача оптимизации двухслойной прямоугольной плиты на упругом основании

Шевчук Л.И.

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается задача оптимизации двухслойных и многослойных прямоугольных плит на упругом основании. Расчет плиты выполняется методом конечных элементов. В качестве основания принята модель Винклера. Для оптимизации использован метод сокращения ресурсов.

Ставится задача оптимизации многослойной плиты на упругом основании по стоимости затраченных материалов на ее изготовления. Статический расчет прямоугольной плиты выполняется методом конечных элементов. Численная модель построена из прямоугольных изгибных конечных элементов с четырьмя узлами и двенадцатью степенями свободы. Нагрузка прикладывается в виде вертикальных узловых сил. Используется винклеровское основание, представленное в виде упругих вертикальных стержней, прикрепляемых одним концом к узлам конечно-элементной модели, а другим – к жесткой опоре.

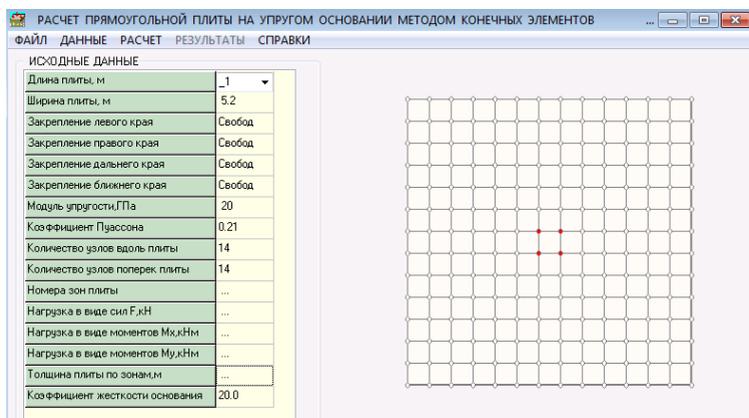


Рис. 1. Интерфейс компьютерной программы *PlitaFund*,

Принимается жесткость основания по осадке стандартного штампа. Для этого устанавливается закон изменения осадки абсолютно жесткой плиты от жесткости стержней, моделирующей винклеровское основание. Учет собственного веса плиты исключает ее отрыв от основания.

В качестве целевой функции принята стоимость материала, затраченная на изготовление плиты. Отметим, что стоимость материалов зависит от объемов ее слоев и цены материалов этих слоев $C(\vec{X})$, $\vec{X} \in R^n$. Параметры оптимизации ограничены сверху и снизу.

$$x_{k,\min} \leq x_k \leq x_{k,\max}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Кроме того, поставлены ограничения по прочности и жесткости

$$R_k - \sigma_{k,\max} \geq 0, \quad W_{adm} - W_{\max} \geq 0, \quad (2)$$

где

$x_{k,\min}$, $x_{k,\max}$ – максимальная и минимальная толщина k -ого слоя;

R_k – расчетное сопротивление материала k -го слоя;

W_{adm} , W_{\max} – допускаемый и максимальный прогибы.

Разработан алгоритм и составлена программа оптимизации прямоугольной многослойной плиты с выбором шага поиска решения по ресурсам прочности и жесткости. Для сокращения времени статического расчета плиты используется средне взвешенный модуль

$$E_{eq} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k x_k}{\sum_{k=1}^n x_k}. \quad (3)$$

Для оптимизации двухслойной плиты на упругом основании использована технология, изложенная в работе [1].

$$x_k^z = \min \begin{cases} x_k^0 - \omega (x_k^0 - x_{k,adm}); \\ x_k^0 - \omega \left(\frac{W_{adm} - W_0}{W_s - W_0} \right) (x_k^0 - x_k^s); \\ x_k^0 - \omega \left(\frac{R - \sigma_0}{\sigma_s - \sigma_0} \right) (x_k^0 - x_k^s), \end{cases} \quad (4)$$

где

x_k^z – прогнозируемый параметр оптимизации;

x_k^0 – параметр оптимизации в центральной точке;

ω – множитель релаксации $0 < \omega \leq 1$;

x_{kadm} – минимально допустимая толщина;

w_{adm} – допустимый прогиб пластины;

w_0 – прогиб пластины в центральной точке;

w_s – прогиб пластины в базовой точке;

x_k^s – параметр оптимизации в базовой точке, соответствующей наименьшему объему пластины, т.е. в направлении которой совершается движение;

R – расчетное сопротивление материала;

σ_0 – максимальное напряжение в пластине, соответствующее центральной точке;

σ_s – максимальное напряжение в пластине, соответствующее базовой точке, в направлении которой совершается движение;

s – номер базовой точки;

k – номер параметра оптимизации.

Расчет начинается с назначения стартовой точки, расположенной в неограниченной области поиска. Для определения очередной точки поиска оптимального решения использованы ресурсы прочности и жесткости (1), (2) [1].

По результатам, полученным из выражения (4), определяется шаг текущего приближения

$$S = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k^z - x_k^0)^2}. \quad (5)$$

Как показали расчеты, приведенная выше технология позволяет выполнять оптимизационные расчеты не только двухслойных плит, но и многослойных.

Литература

1. Шевчук, Л. И. Оптимизация центрально загруженной прямоугольной плиты на упругом основании / Л. И. Шевчук, О. Л. Вербицкая // Автомобильные дороги, мосты и подземные сооружения: материалы Международной научно-практической конференции Белорусский национальный технический университет. – 2010. – Ч.1. – С. 373-378.