## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ТКП 45-1.04-305-2016. Техническое состояние и техническое обслуживание зданий и сооружений.
2. СН 1.04.01-2020. Техническое состояние зданий и сооружений.
3. СН 1.03.01-2019. Возведение строительных конструкций зданий и сооружений.
4. ТКП 45-1.04-37-2008. Обследование строительных конструкций зданий и сооружений. Порядок проведения.

УДК 692.1

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УСОВЕРШЕНСТВОВАННОГО МЕТОДА МОДАЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТУКТУРНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*ВАН СЯНЬПЭН, ВАН МИНЮАНЬ*
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

К современным методам контроля качества и прочности строительных конструкций без их разрушения относятся неразрушающие методы исследований, в том числе и с применением компьютерных технологий. С совершенствованием вибрационных методов анализа структурные повреждения все чаще выявляются и локализуются на стадии испытаний конструкций. В настоящей статье рассмотрен пример расчета на структурные повреждения 10-этажной рамной строительной конструкции.

Структурное повреждение обычно проявляется как уменьшение жесткости и прочности дефектной части конструкции. Различные повреждения вызывают разнообразные изменения в поведении конструкции. Поэтому чрезвычайно важно знать и оценивать точные значения вибрационных параметров, которые тесно связаны с динамическими характеристиками конструкций и позволяют оценить повреждению. Поскольку матрица жесткости объединяет преимущества двух параметров: собственной частоты и формы колебаний, она может быть использована для обнаружения повреждений строительных конструкций.

Матрицу жесткости можно оценить более точно, используя меньшее количество параметров. Как правило, она строится по форме, которая включает собственную частоту колебаний и массу конструкции. Для нормализации модальной формы требуется получение структуры хотя бы одной точки ввода и вывода информации в реальном времени. Но для многих структур, конструкции которых подвержены случайным возбуждениям, например, возбуждениям от окружающей среды, такие входные и выходные данные трудно получить точно. Для этой ситуации Дуан Чжонгдонг и др. предложили обобщенную матрицу жесткости, которая отличается от истинной матрицы жесткости только одним масштабным коэффициентом [1]. Эта концепция позволяет применять метод определения места повреждений, основанный на обобщенной матрице жесткости, в условиях различных воздействий окружающей среды.

Идентификация повреждений, также важна, как и выбор соответствующих методов обработки конкретных параметров, поскольку только в этом случае повреждение конструкции будет четко определено. По сравнению с определением жесткости, метод кривизны матрицы гибкости является более простым, точным и не требует создания модели конечных элементов, поэтому имеет очень важное практическое значение для строительной инженерии.

Существует множество методов определения места повреждения строительной конструкции. Так, Лу и др. [2] определяют место повреждения путем комбинирования матрицы гибкости и метода кривизны. Тан Сяобинь и др. [3, 4] используют кривизну гибкости напрямую, Ли Юнмей и др. [5] определяют максимальную разностную кривизну первого порядка каждого столбца матрицы гибкости. Цао Хуэй и др. [6–8] используют дифференциальную кривизну, а Яо Цзинчуань и Чжан Лимэй [4,9] – разницу в кривизне гибкости до и после повреждения и коэффициент мутации амплитуды кривизны гибкости для определения места повреждения различных структур.

Однако с помощью многих существующих методов гибкости и кривизны невозможно точно определить повреждение первого или последнего элемента конструкции. Чтобы просто и эффективно оценить повреждение всех элементов конструкции, предлагается улучшенный метод модальной кривизны с использованием средней разницы гибкости. Этим методом сначала получается средняя разность гибкости от диагональных элементов матрицы пропорциональной гибкости до повреждения, а затем объединяются диагональные элементы матрицы пропорциональной гибкости после повреждения и используется первичная дифференциальная кривизна для определения места повреждения конструкции.

На основе матрицы пропорциональной гибкости и улучшенного метода модальной кривизны численно моделируются условия единичного и множественного повреждений 10-этажной рамной конструкции, а также сравниваются результаты различных степеней повреждения одного и того же элемента. Результаты моделирования подтверждают осуществимость метода, его точность и, следовательно, эффективность.

**1. Обобщенная матрица жесткости**. В базовой теории структурной динамики свободная вибрация масс (undamped-free vibration) выражается уравнением:

$$K\Phi=M\Phi\Lambda, \tag{1}$$

где $K$ – матрица жесткости;

$\Phi$ – форма колебаний масс;

$M$ – матрица масс;

$\Lambda$ – частотная характеристика.

Матрица гибкости является обратной матрицей жесткости и выражается формулой:

$$f = K - 1. \tag{2}$$

Комбинированная формула матрицы гибкости может быть получена из выражения модальных параметров:

$$f = \Phi\Lambda^{-1} \cdot \Phi^{-1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \omega_i \cdot \varphi_i^T, \tag{3}$$

где $\omega_i$ – i-я модальная частота;

$\varphi_i$ – форма моды, нормированная по массе i-го порядка;

$n$ – число степеней свободы.

Чтобы получить истинную матрицу жесткости конструкции, нужно ответить на вопрос: как получить нормированную по массе форму моды.

Для получения нормированной по массе формы моды требуется, по крайней мере, одна точка измерения на структуре для одновременного ввода и вывода, но для большинства факторов окружающей среды структуру ввода получить сложно или невозможно. Таким образом, лучше использовать матрицу пропорциональной гибкости, предложенной Луан Чжонгдун [3] для замены реальной матрицы гибкости конструкции. Отношение матрицы пропорциональной гибкости к реальной матрице гибкости является лишь константой, которая является модальным качеством конструкции первого порядка. Тогда матрица пропорциональной гибкости конструкции может быть выражена следующим образом:

$$f_p = \gamma_1^2 \cdot f\Phi = \gamma_1^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \omega_i \cdot \varphi_i^T. \qquad (4)$$

Метод построения матрицы пропорциональной гибкости в случае полных степеней свободы и частичных степеней свободы подробно описан в [3].

Использование реальной матрицы конструкции и метода кривизны получило широкое признание. Для определения метода повреждения конструкции по методу кривизны мы использовали диагональные элементы матрицы пропорциональной гибкости. Преимущества этого распространенного метода в простоте, доступности и точности.

При использовании кривизны диагональных элементов для определения повреждений конструкции, связь между кривизной диагонального элемента матрицы структурной пропорциональной гибкости и истинной матрицей гибкости следующая:

$$f = \begin{bmatrix} f_{1-1} & \cdots & f_{1-n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n-1} & \cdots & f_{n-n} \end{bmatrix} = \frac{1}{r_1^2} \cdot f_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1^2} r_{1-1} & \cdots & \frac{1}{r_1^2} r_{1-n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{r_1^2} r_{n-1} & \cdots & \frac{1}{r_1^2} r_{n-n} \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

При использовании кривизны диагонального элемента для определения места повреждения конструкции соотношение между кривизной матрицы пропорциональной гибкости конструкции и реальной матрицей гибкости кривизны диагонального элемента выглядит следующим образом:

$$\frac{r_{i-1} - 2 \cdot r_i + r_{i+1}}{h^2} = r_1^2 \cdot \frac{f_{i-1} - 2 \cdot f_i + f_{i+1}}{h^2}. \qquad (6)$$

Из уравнения (6) видно, что кривизна матрицы пропорциональной гибкости и матрица истинной гибкости при использовании метода режима кривизны пропорциональны, поэтому кривизна, полученная с помощью двух матриц гибкости, должна быть одинаковой после максимальной нормализации. Следовательно, результаты определения местоположения повреждения на основе матрицы пропорциональной гибкости и матрицы реальной гибкости одинаковы, а матрица пропорциональной гибкости не влияет на индекс повреждения.

**2. Улучшеный метод модальной кривизны**. Усовершенствованный метод модальной кривизны основан на существующем и широко применяемом методе модальной кривизны, который использует кривизну диагонального элемента для идентификации места повреждения конструкции, и сочетает предложенную разницу средней гибкости. Формула центральной разности обычно используется для получения модальной кривизны в месте повреждения конструкции. Из-за характеристик формулы центральной разности, кривизну определенной единицы конструкции необходимо определять путем объединения данных двух единиц до и после единицы, с помощью метода модальной кривизны. Из-за сложности определения места повреждения первого и последнего элементов конструкции их структурные повреждения легко не заметить.

Усовершенствованный метод модальной кривизны может эффективно и просто решить эту проблему, позволив точно определить место повреждения всех элементов.

В 1991 г. Панди и др. [10] предложили метод модальной кривизны, с помощью которого исследования проводили многие ученые. Результаты показали, что данный метод дает возможность достаточно точно идентифицировать структурные повреждения строительных конструкций. Для определения структурных изменений конструкции методом модальной кривизны используется формула центральной разности:

$$\nu_k'' = \frac{\nu_{k-1} - 2\cdot\nu_k + \nu_{k+1}}{h^2}\ , \tag{7}$$

где $\nu$ – модальное смещение;

$h$ – длина элемента.

Средняя разница гибкости – это недавно предложенный параметр, рассчитываемый по диагональным элементам матрицы пропорциональной гибкости до повреждения конструкции. Этот параметр не только легко рассчитать, но, что наиболее важно, он очень помогает оценить повреждение первого и последнего элементов конструкции.

Индекс структурного повреждения *D* определяется как максимальное нормализованное значение кривизны *C* в каждом узле, полученное с помощью улучшенного метода модальной кривизны. Кривизна каждого узла представляет собой новую матрицу, состоящую из средней разницы гибкости и диагональных элементов матрицы гибкости $f^d$ после структурного повреждения. Новая матрица, составленная из диагональных элементов, получается после определения разности центров, а алгоритм действий для получения индекса повреждения конструкции выглядит следующим образом:

1) определяем матрицу гибкости $f^d$ после структурных повреждений:

$$f^d = \begin{bmatrix} r^{\Lambda}_{1-1} & \cdots & r^{\Lambda}_{1-n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r^{\Lambda}_{n-1} & \cdots & r^{\Lambda}_{n-n} \end{bmatrix}; \tag{8}$$

2) берем соответствующие диагональные элементы матрицы гибкости до и после структурного повреждения и среднюю разницу гибкости $\overline{r}$, чтобы построить новый вектор-столбец *U*, который определяется следующим образом:

$$U = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_n & u_{n+1} \end{bmatrix} \tag{9}$$

или

$$U = \left[ r_{1-1} - \bar{r} \quad r_{1-1}^{\Lambda} \quad \cdots \quad r_{n-n}^{\Lambda} \quad r_{n-n} + \bar{r} \right]; \tag{10}$$

3) используем формулу кривизны для определения разности центров вновь созданного вектора-столбца *U*, чтобы получить кривизну каждого узла после повреждения конструкции:

$$C_i = \frac{u_{i-1} + 2u_i - u_{i+1}}{h^2}, \tag{11}$$

где $C_i$ – кривизна в узле i (i = 1,2, ..., n);
$h$ – единичная длина;
$u_i$ - соответствует элементу в векторе-столбце *U*.

В результате получаем максимальное значение кривизны $C_i$ каждого узла, а отсюда выводим индекс повреждения конструкции *D*, например: $C_1 = 1$, $C_2 = 3$, $C_3 = 2$; $D = C_1 + C_2 + C_3 = 1 + 3 + 2$.

**3. Обнаружение структурных повреждений строительной конструкции.** Чтобы идентифицировать структурные повреждения конструкции необходимо выполнить следующие действия:

1) получить реакцию на вибрацию до и после повреждения конструкции и получить первые несколько модальных параметров конструкции на основе определенного метода идентификации параметров, такого как метод ERA;

2) построить матрицы пропорциональной гибкости до и после структурного повреждения и использовать диагональные элементы матрицы пропорциональной гибкости до структурного повреждения для получения средней разницы гибкости;

3) объединить среднюю разницу гибкости и диагональные элементы матрицы пропорциональной гибкости до и после структурного повреждения, чтобы сформировать новый вектор-столбец *U*;

4) использовать формулу центральной разности, чтобы получить кривизну вектора-столбца *U* в каждом узле и нормализовать кривизну до максимального значения;

5) использовать кривизну максимального значения, чтобы определить местонахождение единицы повреждения конструкции, где положительное значение связано с местом повреждения конструкции.

**4. Выводы.** В статье предлагается идентифицировать повреждения каркасной строительной конструкции на основе матрицы пропорциональной гибкости и усовершенствованного метода модальной кривизны.

Предлагаемый усовершенствованный метод модальной кривизны, позволяет точно определить место повреждения каркасной строительной конструкции.

Новый параметр средней разницы гибкости, использованный для оценки повреждения конструктивных первого и последнего элементов рамной конструкции, полезен для улучшения метода модальной кривизны, а также закладывает основу для мониторинга состояния строительных конструкций с помощью этого метода в будущем.

Предлагаемый метод определения местоположения повреждений подходит для различных способов возбуждения и, поскольку не требует измерения входного возбуждения, может использоваться для структурного мониторинга в реальном времени и регулярных проверок.

Чтобы идентифицировать место повреждения конструкции, предлагаемый метод требует получения только данных о динамической реакции «до» и «после» повреждения конструкции, и не требует создания конечно-элементной модели конструкции, что позволяет избежать сложной установки и корректировки модели.

Несложное создание матрицы пропорциональной гибкости и легкость расчета с помощью улучшенного метода модальной кривизны делают предложенную методику простой и эффективной, что закладывает основу для ее инженерного применения при идентификации местоположения повреждений строительных конструкций.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юцинь, Л. Обнаружение повреждений инженерных конструкций на основе стохастической модели пространства состояний [J] // Journal of Vibration Engineering. – 2007. – № 20(6). – С. 599–605.

2. Load vectors for damage localization [J] // Journal of Engineering Mechanics. – 2002. – Vol. 128(1). P. 7–14.

3. Чжонгдун, Д. Матрица структурной пропорциональной гибкости [Дж] // Журнал Харбинского технологического института. – 2006. – № 38(8). – С. 1236–1238.

4. Сяобин, Т. Метод гибкости кривизны для определения структурных повреждений [Дж.] // Журнал Технологического университета. – Ухань, 2001. – № 23(8). – С. 18–20.

5. Цювэй, Я. Прогресс в исследованиях гибких методов определения повреждений инженерных сооружений [Дж.] // Вибрация и удары. – 2011. – № 30(12). С. 148–153.

6. Lu, Q. Multipe damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structures [J] // Journal of Sound and Vibration. – 2002. – Vol. 253(5). – P. 1101–1104.

7. Хуэй, Ц. Метод обнаружения повреждений, основанный на модальной кривизне [J] // Engineering Mechanics. – 2006. – № 23(4). – С. 33–38.

8. Хуэй, Ц. Использование разницы в кривизне гибкости формы для определения повреждения рамы [Дж.] // Вибрация и удары. – 2007. – № 26(6). – С. 116–120 .

9. Юнмэй, Л. Метод определения структурных повреждений на основе матрицы кривизны гибкости [Дж.] // Журнал Пекинского технологического университета. – 2008.– № 34(10). – С. 1066–1071.

10. Pandey, A. K. Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes [J] // Journal of sound and Vibration. – 1991. – № 145(2). – С. 321–332.

11. Цзинчуань, Я. Метод определения повреждений конструкции моста, основанный на скорости изменения кривизны модальной гибкости [Дж.] // China Railway Science. – 2008. – № 29(5). – С 51–57.

12. Zhang, L. Метод определения повреждений стальной ферменной конструкции на основе гибкости [J] // Journal of Vibration Engineering : Приложение. – 2004. – № 17. – С. 983–985.