5. Bribiesca, E. A chain code for representing 3-D curves / E. Bribiesca // Pattern Recog, 2000. – Vol. 33, №. 5. – P. 755–765.

6. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М. : Техносфера, 2006. – 616 с.

7. Рудаков, П. И. Обработка сигналов и изображений. MATLAB 5.x / П. И. Рудаков, И. В. Сафонов. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. – 416 с.

8. PublicHealth [Электронный ресурс]. – Режим доступа: ttps://phil.cdc.gov/Details.aspx?pid=189. – Дата доступа: 07.08.2021.

УДК539

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРА, ПОДВЕРЖЕННОГО ДАВЛЕНИЮ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ

Гундина М.А., Юхновская О.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. В данной статье рассматривается решение задачи определения напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра, подверженного внутреннему и внешнему давлению, реализованные в компьютерной системе WolframMathematica.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, толстостенный цилиндр, метод конечных элементов.

SIMULATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF A CYLINDER UNDER PRESSURE IN PLASTIC CASE

Hundzina M., Yuhnovskaya O.

Belarusian National Technical University
Minsk, Belarus

Abstract. This article discusses the solution to the problem of determining the stress-strain state of a thick-walled cylinder subject to internal and external pressure, implemented in the Wolfram Mathematica computer system.

Key words: stress-strain state, thick-walled cylinder, finite element method.

Адрес для переписки: Юхновская О.В., пр. Независимости, 65, г. Минск 220113, Республика Беларусь
e-mail: juhnovskaja@bntu.by

Исходя из опыта эксплуатации и проведенных исследований, основными факторами, определяющими долговечность цилиндрических изделий, можно назвать следующие: внешние механические нагрузки; нагрузки, связанные с совершением рабочего цикла; воздействие рабочей и окружающей среды; длительная эксплуатация и хранение этих изделий [1].

Поэтому моделирование напряженно-деформированного состояния толстостенных цилиндров представляет значительный интерес сточки зрения обеспечения работоспособности конструкции. Проведены исследования данной тематики в отечественной и зарубежной литературе. В исследованиях Куликова И.С. и Ширвеля П.И. рассмотрен случай неосесимметричного НДС однородного бесконечно длинного, сплошного цилиндра, находящегося в температурном поле T и подвергающегося действию радиационного распухания и внешнего давления. Разработана схема численного решения данной задачи в перемещениях, с дальнейшим построением тензоров деформаций и напряжений в любой точке по периметру цилиндра [2]. В статье Бульбовича Р.С. определено напряженно-деформированное состояние ортотропного упругопластического тела метода конечных элементов на примере толстостенной трубы, нагруженной внутренним давлением [3]. В статье Зайцева В.Ю. и Порунова Д.С. приведена оценка напряжения и перемещения во внутреннем объеме цилиндрических изделий под воздействием различных механических нагрузок [1].

В работе Сало В.А. предлагает использование RVR-метода для решения пространственной задачи о напряженно-деформированном состоянии толстостенного цилиндра, который находится под действием статической нагрузки при различных граничных условиях на торцах [4].

Рассмотрим цилиндр с внутренним радиусом R_1(0,8 мм) и внешним радиусом R_2 (3,8 мм). Высота цилиндра составляет 10 мм. Пусть на этот цилиндр действует внутреннее давление P_i и внешнее давление P_0. Эту задачу можно рассматривать как случай плоского напряжения ($\sigma_z = 0$) либо как случай плоской деформации ($\varepsilon_z = 0$).

Рассмотрим концы цилиндра, которые могут свободно расширяться. Пусть $\sigma_z = 0$. За счет равномерной радиальной деформации τ_n. σ_φ и σ_r обозначают касательные и радиальные напряжения, действующие перпендикулярно сторонам элемента (рис. 1).

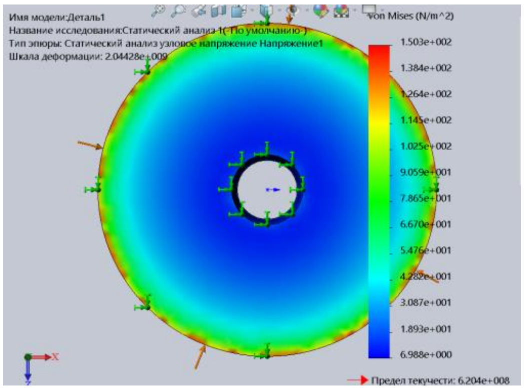

Рисунок 1 – Схема нагружения цилиндра в случае действия P_0

Для упругопластического сплошного цилиндра имеем компоненты вектора приращений:

$$u_r(r,\varphi)=\sum_{n\geq 0} U_n(\varphi) r^{\lambda_n}, \quad u_\varphi(r,\varphi)=\sum_{n\geq 0} V_n(\varphi) r^{\lambda_n}.$$

Соотношения Коши в полярной системе координат имеют вид:

$$\varepsilon_{rr}=u_{r,r}=\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n U_n r^{\lambda_n-1},$$

$$\varepsilon_{\phi\phi}=\frac{u_{\phi,\phi}}{r}+\frac{u_r}{r}=\sum_{n=0}^{\infty}(V_n'+U_n)r^{\lambda_n-1},$$

$$\varepsilon_{r\varphi}=\frac{1}{2}\left(u_{\varphi,r}+u_{r,\varphi}/r-u_\varphi/r\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(\lambda_n V_n+U_n'-V_n)r^{\lambda_n-1}$$

где ε_{rr}, $\varepsilon_{r\varphi}$, $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ – физические проекции компонент тензора деформаций; u_r, u_φ – компоненты вектора перемещений.

Скорость будем определять следующим образом:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial f}{\partial t}-v\left(\cos\phi\frac{\partial f}{\partial r}-\frac{\sin\phi}{r}\frac{\partial f}{\partial\phi}\right),$$

где v – скорость роста трещины.

Запишем соотношения теории течения, которые описывают зависимость между компонентами девиаторов деформаций и напряжений при $i, j = r, \varphi$ [5]:

$$\dot{s}_{rr}=2G_0\dot{\varepsilon}_{rr}-p(E)\dot{E}\varepsilon_{rr},$$

$$\dot{s}_{\varphi\varphi}=2G_0\dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi}-p(E)\dot{E}\varepsilon_{\varphi\varphi},$$

$$\dot{s}_{r\varphi}=2G_0\dot{\varepsilon}_{r\varphi}-p(E)\dot{E}\varepsilon_{r\varphi},$$

где $\dot{s}_{ij}$, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – приращения компонентов девиаторов напряжений и деформаций.

$E=\varepsilon_{rr}^2-\varepsilon_{rr}\varepsilon_{\varphi\varphi}+\varepsilon_{\varphi\varphi}^2+3\varepsilon_{r\varphi}^2$ – функция интенсивности деформаций;

$$p(E)=\sum_{n=0}^{\infty}b_n E^n.$$

Рассмотрим представление среднего напряжения также в виде асимптотического разложения в следующем виде:

$$\sigma=\sum_{n\geq 0}W_n(\varphi)r^{\lambda_n-1},$$

Запишем необходимые уравнения равновесия в полярной системе координат для плоской задачи:

$$\frac{\partial\dot{\sigma}_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\dot{\sigma}_{r\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{1}{r}(\dot{\sigma}_{rr}-\dot{\sigma}_{\varphi\varphi})=0,$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\dot{\sigma}_{\varphi\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{\partial\dot{\sigma}_{r\varphi}}{\partial r}+2\frac{\dot{\sigma}_{r\varphi}}{\partial r}=0,$$

$u_\varphi = 0$ при $r = 0$, $\sigma_r = -P$ при $r = R$.

Литература

1. Зайцев, В. Ю. Модели напряженно-деформированного состояния толстостенных цилиндров / В. Ю. Зайцев, Д. С. Порунов. – Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – Т. 20. – С. 1771–1775.
2. Ширвель, П. И. О неосесимметричном НДС неравномерно нагретого длинного сплошного цилиндра, подверженного нейтронному облучению / П. И. Ширвель, И. С. Куликов // Машиностроение : республиканский межведомственный сборник научных трудов / Белорусский национальный технический университет; под ред. Б. М. Хрусталева. – Минск : БНТУ, 2009. – Вып. 24, т. 1. – С. 184–189.
3. Бульбович, Р. В. Расчет напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра из ортотропного упругопластического материала при помощи модифицированного метода переменных параметров упругости с использованием метода конечных элементов / Р. В. Бульбович, В. В. Павлоградский, П. П. Еременко. – Пермь : Пермский национальный политехнический университет, 2015. – Т. 1. – С. 75–77.
4. Сало, В. А. Расчет напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра при различных граничных условиях на его торцевых поверхностях / В. А. Сало. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2004. – № 3. – С. 43–47.
5. Trifan, D. A new theory of plastic flow / D. Trifan // Quarterly of Applied Mathematics. – 1949. – No. 7. – P. 201–211.