

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Гидротехническое и энергетическое строительство,
водный транспорт и гидравлика»

ГИДРАВЛИКА, ГИДРОЛОГИЯ, ГИДРОМЕТРИЯ ВОДОТОКОВ (РАЗДЕЛ «ГИДРАВЛИКА»)

Пособие

для обучающихся по специальностям

1-70 03 01 «Автомобильные дороги»,

1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области строительства и архитектуры*

Минск
БНТУ
2021

УДК 556.536
ББК 30.123я7
Г46

А в т о р ы:

И. В. Качанов, Н. В. Вишняков, И. М. Шаталов, М. К. Щербакова

Р е ц е н з е н т ы:

директор ОАО «Белсудопроект» *А. П. Афанасьев*;
кафедра «Энергосбережение, гидравлика и теплотехника»
Белорусского государственного технологического университета
(зав. каф., канд. техн. наук, доцент *А. С. Дмитриченко*)

Г46 **Гидравлика**, гидрология, гидрометрия водотоков (раздел «Гидравлика»): пособие для обучающихся по специальностям 1-70 03 01 «Автомобильные дороги», 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены» / И. В. Качанов [и др.]. – Минск : БНТУ, 2021. – 179 с.
ISBN 978-985-583-688-0.

Пособие содержит основные сведения, понятия, определения, уравнения и расчетные инженерные формулы раздела «Гидравлика» дисциплины «Гидравлика, гидрология и гидрометрия водотоков» в объеме курса лекций, предусмотренные учебным планом специальностей 1-70 03 01 «Автомобильные дороги» и 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены». Может быть использовано в учебном процессе для студентов высших учебных заведений строительных специальностей (строительство автомобильных дорог, мостов и тоннелей и т. д.). Предлагаемое пособие также может представлять практический интерес для инженерно-технических специалистов строительных организаций и ведомств.

УДК 556.536
ББК 30.123я7

ISBN 978-985-583-688-0

© Белорусский национальный
технический университет, 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Гидравлика является базой для ряда специальных дисциплин. Изучение материалов этого курса позволит обучающимся получить основные общетехнические знания, без которых практически невозможно изучение специальных курсов в области транспортной деятельности, в том числе автодорожного строительства.

В пособии использованы материалы учебников и учебных пособий А. И. Богомолова, А. В. Большакова, Н. М. Константинова, С. Ф. Рапинчука, Р. И. Германа и др.

ВВЕДЕНИЕ

Гидравлика – прикладная наука, изучающая законы равновесия и движения жидкостей и практическое применение этих законов к решению различных инженерных задач.

Слово «гидравлика» происходит от сочетания двух греческих слов: «хюдор» – вода и «аулос» – труба.

Практическое значение гидравлики велико, так как она является базой для ряда специальных дисциплин.

Гидравлика состоит из двух разделов. Раздел гидравлики, изучающий законы равновесия, называют *гидростатикой*. В гидростатике рассматриваются силы, действующие на погруженные тела, стенки сосудов, резервуаров, и вопросы плавания тел. Раздел гидравлики, изучающий законы движения, называется *гидродинамикой*. В гидродинамике рассматривается течение жидкостей в трубопроводах, руслах, сооружениях и машинах, а также взаимодействие движущихся тел с окружающей их жидкостью.

Гидравлика начала развиваться в древние времена в связи со строительством водопроводов, плотин и других сооружений, но как наука получила широкое развитие в XVII–XVIII веках.

Первым сочинением по гидравлике, дошедшим до нас, является трактат греческого физика Архимеда «О плавании тел», написанный им за 250 лет до нашей эры. После этого почти 17 столетий гидравлика не получала заметного развития.

В 1612 г. Галилео Галилей сформулировал условие равновесия жидкости и теоретически подтвердил закон Архимеда о плавании тел. В 1643 г. ученик Галилея Торичелли предложил формулу скорости истечения жидкости из отверстия. В 1653 г. Паскаль открыл закон передачи давления внутри жидкости. В 1686 г. Ньютон сформулировал понятие о вязкости жидкости и предложил гипотезу о законе внутреннего трения жидкости.

В России гидравлика получила существенное развитие в XVIII веке. Крупнейшими учеными Российской Академии наук, Ломоносовым, Бернулли и Эйлером, были разработаны теоретические основы гидравлики, позволившие выделить ее в самостоятельную науку.

В 1760 г. М. В. Ломоносов опубликовал закон сохранения энергии. В 1738 г. Даниил Бернулли опубликовал теорему о законе энергии в движущейся жидкости, которая до сих пор широко ис-

пользуется в гидравлике для практических расчетов. Леонард Эйлер в 1755 г. вывел основные дифференциальные уравнения идеальной жидкости.

Крупный вклад в развитие гидравлики внесли также русские ученые: Д. И. Менделеев, Н. П. Петров, Н. Е. Жуковский. Большую роль в развитии гидравлики сыграли наши советские ученые: Н. Н. Павловский, М. А. Великанов, Е. А. Замарин, И. И. Агроскин, И. И. Леви, А. П. Зегжда, М. Д. Чертоусов, Р. Р. Чугаев, П. Г. Киселёв, С. В. Избаш, А. Н. Ахугин и др.

1. ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ

1.1. Важнейшие физические свойства жидкостей

Все физические тела могут находиться в трех состояниях: твердом, жидком и газообразном.

Жидкими телами, или *жидкостями*, называют физические тела, обладающие большой подвижностью частиц и легко изменяющие свою форму под действием сил даже малой величины. Благодаря большой подвижности частиц жидкость всегда принимает форму сосуда, в котором она находится.

Жидкости делятся на *капельные* и *газообразные*. Капельные жидкости (вода, ртуть, бензин, нефть и т. д.) оказывают большое сопротивление силам, стремящимся изменить их объем. Под влиянием температуры и давления объем жидкостей изменяется очень незначительно. Газообразные жидкости (воздух и другие газы), в отличие от капельных сжимаемы, не образуют свободной поверхности и занимают весь свободный объем.

В гидравлике рассматриваются только капельные жидкости, хотя ее основные законы применимы и при изучении газов, когда их сжимаемостью можно пренебречь.

При решении гидравлических задач приходится пользоваться *основными физическими свойствами жидкостей*. К таким свойствам относятся объемный вес, плотность, сжимаемость, температурное расширение и вязкость.

Объемный вес жидкости – это отношение ее веса G к объему W :

$$\gamma = \frac{G}{W},$$

где γ – объемный вес, Н/м³.

Иногда пользуются понятием относительного веса. *Относительный вес* δ – величина безразмерная, равная отношению объемного веса данной жидкости к объемному весу дистиллированной воды, взятой в том же объеме при 4 °С:

$$\delta = \frac{G}{G_B}.$$

Плотность жидкости, кг/м^3 , – это отношение ее массы m , кг, к единице объема W , м^3 :

$$\rho = \frac{m}{W}.$$

Плотность и объемный вес жидкости связаны между собой соотношением:

$$\gamma = \frac{G}{W} = \frac{mg}{W} = \rho g,$$

где $G = mg$ (g – ускорение свободного падения, равное $9,81 \text{ м/с}^2$).

Плотность жидкости так же, как и объемный вес, зависит от давления и температуры. Значения плотности некоторых жидкостей приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Жидкость	Температура T , °С	Плотность ρ , кг/м^3
Вода пресная	20	998
Ртуть	20	13 550
Керосин тракторный	20	819
Бензин авиационный	20	745
Масло касторовое	20	960
Масло трансформаторное	20	884

Способность жидкости изменять свой объем с увеличением внешнего давления называется *сжимаемостью*. Сжимаемость жидкостей характеризуется *коэффициентом сжимаемости* β_p , представляющим собой относительное изменение объема жидкости, приходящееся на единицу изменения давления, Па^{-1} :

$$\beta_p = -\frac{1}{W_0} \frac{\Delta W}{\Delta p},$$

где W_0 – первоначальный объем, м^3 ;

ΔW – изменение этого объема при повышении давления на величину Δp , м^3 .

Величина, обратная коэффициенту сжимаемости β_p , называется *модулем объемной упругости жидкости* $E_{ж} = \frac{1}{\beta_p}$, Па. Для воды

$$E_{ж} = 2,06 \cdot 10^9 \text{ Па.}$$

Температурное расширение жидкости характеризуется *коэффициентом объемного расширения* β_t , представляющим собой относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на 1°C , $^\circ\text{C}^{-1}$:

$$\beta_t = \frac{1}{W_0} \frac{\Delta W}{\Delta t},$$

где Δt – изменение температуры жидкости.

В отличие от других тел, объем воды при ее нагревании от 0 до 4°C уменьшается. При 4°C вода имеет наибольшую плотность и наибольший удельный вес; при дальнейшем нагревании ее объем увеличивается. Коэффициент β_t воды увеличивается с возрастанием давления при повышении ее температуры от 0 до 50°C и уменьшается с возрастанием давления при дальнейшем повышении ее температуры. Однако в расчетах многих сооружений при незначительных колебаниях температуры воды и давления изменением коэффициента β_t можно пренебречь.

При движении реальной жидкости между соседними ее слоями, а также жидкостью и стенками, возникают силы взаимодействия, называемые силами внутреннего трения. Эти силы обусловлены *вязкостью жидкости*.

Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление относительному движению ее частиц.

На рис. 1.1. изображена схема движения жидкости параллельными слоями вдоль твердой стенки. Слои жидкости будут двигаться с различными скоростями, вследствие тормозящего влияния стенки.

Сила взаимодействия внутреннего трения, возникающая между слоями, определяется по закону Ньютона – Петрова

$$T = \pm \mu \omega \frac{\Delta u}{\Delta n},$$

где ω – площадь соприкасающихся слоев, м^2 ;
 μ – динамический коэффициент вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$;
 Δu – разность скоростей двух соприкасающихся слоев, $\text{м}/\text{с}$;
 Δn – расстояние между этими слоями по нормали, м .

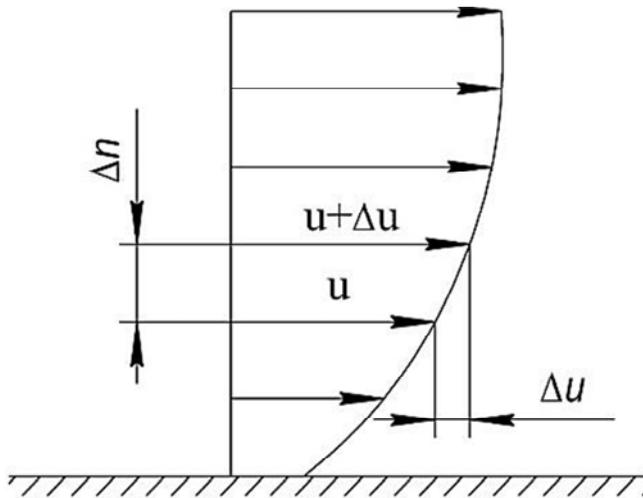


Рис. 1.1. Профиль скоростей при движении вязкой жидкости

Интенсивность изменения скорости по высоте потока характеризуется отношением $\frac{\Delta u}{\Delta n}$, которое носит название *градиент скорости*.

Сила внутреннего трения, приходящаяся на единицу площади соприкасающихся слоев жидкости, называется *напряжением внутреннего трения* τ :

$$\tau = \frac{T}{\omega} = \mu \frac{\Delta u}{\Delta n}.$$

Вязкость жидкости характеризуется динамическим и кинематическим коэффициентами.

Динамический коэффициент вязкости μ – сила трения, приходящаяся на единицу площади соприкасающихся слоев жидкости, при градиенте скорости равном единице. Размерность динамическо-

го коэффициента вязкости можно установить из формулы для определения напряжения внутреннего трения τ , Па·с:

$$|\mu| = \frac{|\tau| \Delta n}{\Delta u}.$$

Кинематический коэффициент вязкости ν представляет собой отношение динамического коэффициента вязкости к плотности жидкости, м²/с

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Вязкость жидкостей зависит от температуры и давления. С увеличением температуры вязкость капельных жидкостей уменьшается, а газов – возрастает. В табл. 1.2 приведены значения кинематического коэффициента вязкости пресной воды и некоторых масел при разных температурах.

Кинематический коэффициент вязкости воды при заданной температуре можно определить по эмпирической формуле Пуазейля:

$$\nu = \frac{0,0178}{1 + 0,0337T + 0,000221T^2}.$$

Таблица 1.2

Жидкость	Кинематическая вязкость, м ² /с, при T, °C			
	20	40	60	80
Вода пресная	0,0100·10 ⁻⁴	0,0065·10 ⁻⁴	0,0047·10 ⁻⁴	0,0036·10 ⁻⁴
Масла:				
касторовое	0,0015	0,00035	0,00009	0,00004
трансформаторное	0,00003	0,00001	0,00008	0,000008
индустриальное 12	0,00005	0,00002	0,00001	0,000006
турбинное	0,0001	0,00004	0,00002	0,000009

В практике вязкость смазочных масел и других жидкостей измеряется в относительных единицах – *градусах Энглера* (°E). Для

определения относительной вязкости используются вискозиметры Энглера. Пересчет вязкости в абсолютные единицы можно произвести по формуле Убеллоде:

$$\nu = \left(0,0731^{\circ\text{E}} - \frac{0,0631}{^{\circ\text{E}}} \right) 10^{-4}.$$

Капельные (реальные) жидкости при изменении температуры и давления весьма мало изменяют свой объем. Этим изменением практически можно пренебречь. Поэтому в гидравлике для облегчения решения многих практических задач пользуются понятием идеальной жидкости. *Идеальная жидкость* – это такая воображаемая жидкость, которая обладает абсолютной подвижностью частиц и абсолютно не изменяет своего объема.

Считая идеальную жидкость абсолютно подвижной, мы принимаем ее вязкость равной нулю и избавляемся от необходимости учитывать силы внутреннего трения при ее движении. Для перехода к реальным жидкостям в расчетные формулы вводятся соответствующие поправочные коэффициенты, которые учитывают проявление вязкости в движущейся жидкости. Эти коэффициенты получены в основном опытным путем.

1.2. Гидростатическое давление и его свойства

Гидростатика – это раздел гидравлики, изучающий законы равновесия жидких тел и их практическое приложение. На покоящуюся жидкость действуют две категории сил: внешние (поверхностные) и массовые (объемные).

Внешними называются силы, действующие на поверхности рассматриваемых объемов жидкости. К ним относятся атмосферное давление, действующее на поверхности жидкости в открытом сосуде, давление поршня на поверхность жидкости и др.

Массовыми называются силы, действующие на каждую частицу рассматриваемого объема и пропорциональные ему. Это силы тяжести, силы инерции и центробежные силы во вращающихся сосудах.

Внутри покоящейся жидкости, находящейся под действием внешних и массовых сил, возникают силы взаимодействия между ее смежными частицами, которые называются *силами гидростатического*

давления. Для установления основных положений, связанных с понятием гидростатического давления, рассмотрим некоторый объем жидкого тела, находящегося в равновесии (рис. 1.2). Данный объем разделим плоскостью AB на две части и одну из этих частей (верхнюю I) мысленно отбросим. Для сохранения равновесия нижней части приложим к ее площади ω силу P , эквивалентную действию отброшенной верхней части. Сила P называется *силой гидростатического давления*. Разделив величину P на ω , получим

$$\bar{p} = \frac{P}{\omega},$$

где \bar{p} – среднее гидростатическое давление

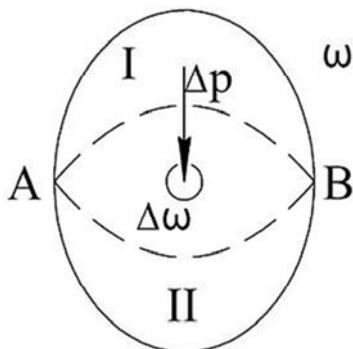


Рис. 1.2. Определение давления в точке

Средним гидростатическим давлением называется сила сжатия жидкости, приходящаяся на единицу площади. Выделим на площади ω небольшую площадку $\Delta\omega$. Если ее будем уменьшать до нуля, то и сила давления ΔP на нее будет стремиться к нулю, а отношение $\frac{\Delta P}{\Delta\omega}$ будет представлять собой гидростатическое давление в точке. Математически это записывается так:

$$p = \lim \left(\frac{\Delta P}{\Delta\omega} \right).$$

Таким образом, *гидростатическое давление* – это сжимающее напряжение, возникающее в покоящейся жидкости под действием внешних сил.

Гидростатическое давление имеет размерность паскаль (Па).

В технической системе единицей гидростатического давления является килограмм – сила на квадратный метр (техническая атмосфера, ат). $1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 9,81 \text{ Н/см}^2 = 98 \text{ 100 Па}$.

Соответственно одна физическая атмосфера $1 \text{ атм} = 101 \text{ 357 Па}$.

Гидростатическое давление может быть выражено высотой столба жидкости: в метрах водяного столба (м вод. ст.), в миллиметрах ртутного столба (мм рт. ст.). Например, высота водяного столба, соответствующая атмосферному давлению:

$$h_{\text{в}} = \frac{98 \text{ 100 Н / м}^2}{9810 \text{ Н / м}^3} = 10 \text{ м},$$

а для ртути:

$$h_{\text{рт}} = \frac{98,1 \text{ кН / м}^2}{133 \text{ кН / м}^3} = 0,736 \text{ м} = 736 \text{ мм}.$$

Гидростатическое давление обладает *двумя основными свойствами*:

1. Всегда направлено по внутренней нормали к площадке действия. Это свойство является следствием того, что касательные и растягивающие усилия в покоящейся жидкости отсутствуют. Предположим, что гидростатическое давление в точке *A* направлено не по нормали к площадке действия, а под углом $\alpha > 90^\circ$ (рис. 1.3, *a*). Тогда мы можем разложить его на две составляющие: касательную p_x и нормальную p_y . Но в покоящейся жидкости касательные напряжения отсутствуют и могут появиться только при движении жидкости, что нарушило бы ее равновесие. Поэтому гидростатическое давление должно быть направлено только по нормали, т. е. перпендикулярно площадке действия.

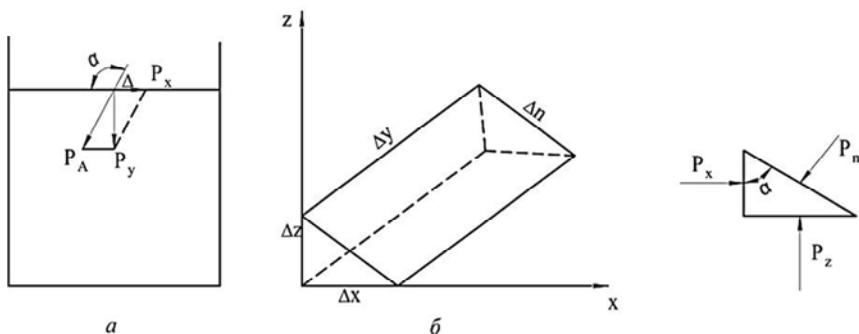


Рис. 1.3. Доказательство свойств гидростатического давления:
a – первого свойства; *б* – второго свойства

2. В данной точке жидкости действует по всем направлениям одинаково (не зависит от расположения площадки). Для доказательства этого выделим внутри жидкости, находящейся в равновесии, бесконечно малый объем жидкости ΔW в виде трехгранной призмы с ребрами Δx , Δy , Δz (рис. 1.3, б). Мысленно отбросим всю окружающую призму жидкость, а для сохранения ее равновесия к каждой грани приложим силы гидростатического давления:

$$P_x = p_x \Delta z \Delta y; \quad P_z = p_z \Delta x \Delta y; \quad P_n = p_n \Delta n \Delta y.$$

Силы гидростатического давления на переднюю и заднюю грани призмы мы не рассматриваем, так как они уравновешивают друг друга. На призму также действует сила ее собственного веса, равная

$$G = \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z.$$

Спроектируем все действующие силы на выделенный объем силы на координатные оси OX и OZ :

$$p_x \Delta z \Delta y - p_n \Delta n \Delta y \cos \alpha = 0;$$

$$p_z \Delta x \Delta y - p_n \Delta n \Delta y \sin \alpha - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = 0.$$

Но $\Delta n \cos \alpha = \Delta z$, а $\Delta n \sin \alpha = \Delta x$, тогда

$$p_x \Delta z \Delta y - p_n \Delta z \Delta y = 0;$$

$$p_z \Delta x \Delta y - p_n \Delta x \Delta y - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = 0.$$

После сокращения первого уравнения на $\Delta z \Delta y$, а второго на $\Delta y \Delta z$ получим

$$p_x = p_n;$$

$$p_z = p_n + \frac{1}{2} \rho g \Delta z.$$

Членом $\frac{1}{2} \rho g \Delta z$, ввиду его малости, можно пренебречь, тогда

$$p_z = p_n.$$

Если p_x и p_z равны p_n , то они равны между собой, поскольку угол α был выбран произвольно. Следовательно, и во всех остальных направлениях величина гидростатического давления будет одинакова, т. е.

$$p_x = p_y = p_z = p_n = p.$$

1.3. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля

Гидростатическое давление возникает только в случае действия на жидкость внешних сил. Рассмотрим основной случай равновесия жидкости, когда на нее действует только сила тяжести. Свободная поверхность жидкости при этом является горизонтальной плоскостью. Пусть жидкость находится в неподвижном сосуде (рис. 1.4), и на свободную ее поверхность действует давление p_0 .

Возьмем на глубине h точку A и определим величину гидростатического давления. Для этого около точки A выделим элементарную горизонтальную площадку $\Delta\omega$ и построим на ней вертикальный цилиндрический объем высотой h . Рассмотрим условие его равновесия.

На выделенный объем действуют силы:

– давления жидкости на нижнее основание, направленные вверх $P = p\Delta\omega$;

– давления на поверхности $P_0 = p_0\Delta\omega$ и собственного веса жидкости G в указанном объеме $G = \rho gh\Delta\omega$.

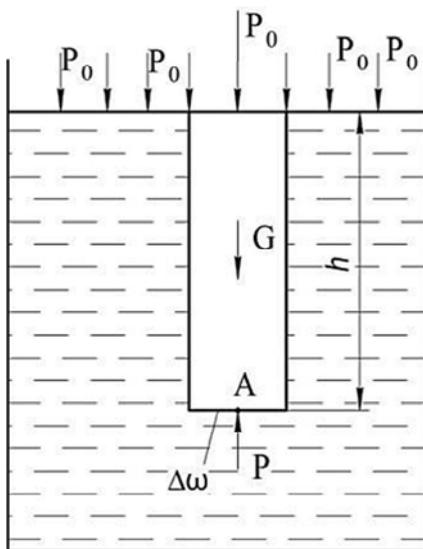


Рис. 1.4. Вывод основного уравнения гидростатики

Спроектируем указанные силы на вертикальную ось:

$$p\Delta\omega - p_0\Delta\omega - \rho gh\Delta\omega = 0.$$

Сократив на $\Delta\omega$ и перегруппировав члены, получим

$$p = p_0 + \rho gh. \quad (1.1)$$

Это уравнение позволяет определить гидростатическое давление в любой точке покоящейся жидкости. Его называют *основным уравнением гидростатики*.

Так как $\rho g = \gamma$, то формула (1.1) примет вид:

$$p = p_0 + \gamma h.$$

Из формулы (1.1) видно, что на сколько увеличится давление на поверхности жидкости, на столько же увеличится и гидростатическое давление в рассматриваемой точке или давление, производимое на поверхности жидкости, передается во все точки данного объема жидкости без изменения. Это положение носит название *закона Паскаля* о передаче давления внутри жидкости.

1.4. Гидравлические машины

К гидравлическим машинам относятся гидравлический пресс, гидравлический аккумулятор, домкрат, подъемник и др. Принцип работы их основан на законе Паскаля. Рассмотрим одну из них: гидравлический пресс.

Гидравлический пресс применяется в тех случаях, когда нужно получить большие усилия, например, при прессовании, испытании материалов и др. Принципиальная схема прессы изображена на рис. 1.5. Он состоит из малого 1 и большого 3 цилиндров, соединенных между собой трубкой 2. В каждом цилиндре имеется поршень. Малый поршень 6 соединен с рычагом 7, имеющим неподвижную опору в точке А.

Установим основные соотношения, определяющие работы прессы. Обозначим силу, приложенную к концу рычага, P_p , а силу, передаваемую на малый поршень, P_1 . Составим уравнение моментов относительно точки А:

$$P_p b = P_1 a.$$

Отсюда сила, передаваемая на малый поршень, будет равна

$$P_1 = \frac{P_p b}{a}.$$

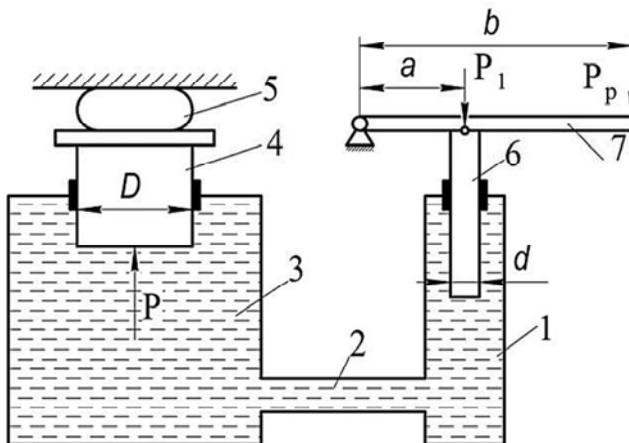


Рис. 1.5. Схема гидравлического пресса:
 1 – малый цилиндр; 2 – труба; 3 – большой цилиндр; 4 – большой поршень;
 5 – груз; 6 – малый поршень; 7 – рычаг

Эта сила создает под малым поршнем добавочное гидростатическое давление, равное $p = \frac{P_1}{\omega}$. Это добавочное давление по закону Паскаля передается во все точки жидкости и, в частности, в нижнее основание большого поршня 4. Сила давления на большой поршень будет равна

$$p = \frac{P_1}{\omega} \Omega,$$

где Ω – площадь поперечного сечения большого поршня, m^2 ;
 ω – площадь поперечного сечения малого поршня, m^2 .

Отношение площади большого поршня Ω к площади малого поршня ω называется передаточным числом $\frac{\Omega}{\omega} = \left(\frac{D}{d}\right)^2$. Тогда сила давления на большой поршень равна

$$P = P_p \frac{b}{a} \left(\frac{D}{d}\right)^2.$$

В действительности сила P будет несколько меньше из-за потерь энергии на преодоление трения в движущихся частях пресса и утечек жидкости через зазоры. Это учитывается введением в расчетную формулу коэффициента полезного действия η , который обычно равен 0,75–0,85. Следовательно, расчетная формула гидравлического пресса равна

$$P = P_p \frac{b}{a} \left(\frac{D}{d} \right)^2 \eta.$$

В современных гидравлических прессах можно достигнуть больших усилий: до 250 000 Н и более.

1.5. Виды давлений. Приборы для измерения гидростатического давления

Различают следующие виды гидростатического давления: атмосферное (барометрическое), абсолютное (полное), избыточное (манометрическое) и вакуумметрическое (разрежение).

В технике за нормальное атмосферное давление принимают равным $p_{ат} = 1 \text{ кгс/см}^2$, что соответствует в СИ 98 100 Па. Атмосферное давление зависит от высоты места над уровнем моря и погоды. С высотой оно убывает.

Абсолютным давлением называют гидростатическое давление, определяемое по формуле (1.1), $p = p_0 + \rho gh$. Как видно из этой формулы, абсолютное давление состоит из двух слагаемых: внешнего давления на поверхности жидкости p_0 и давления, создаваемого весом столба жидкости, ρgh .

Гидростатическое давление, создаваемое весом столба жидкости, называется *избыточным (манометрическим)* гидростатическим давлением. Оно определяется как разность между абсолютным давлением в жидкости и атмосферным давлением:

$$P_{изб} = P_{абс} - P_{ат},$$

или

$$P_{изб} = p_0 + \rho gh - p_{ат}.$$

Если $p_0 = p_{\text{атм}}$, то избыточное давление равно $p_{\text{изб}} = \rho gh$. Следовательно, величина избыточного давления равна весу столба жидкости высотой h , приходящемуся на единицу площади.

Абсолютное давление измеряют в технических атмосферах, называемых абсолютными (ата), а избыточное – в технических атмосферах, называемых избыточными (ати).

Величина абсолютного гидростатического давления может быть меньше атмосферного. Недостаток абсолютного давления до атмосферного называют *вакуумом* (разрежением). Вакуум определяется разностью между атмосферным и абсолютным давлением:

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{ат}} - p_{\text{абс}}.$$

Вакуумметрическое давление может изменяться от нуля до одной атмосферы. Вакуум может характеризоваться величиной абсолютного давления. Например, абсолютное давление $p_{\text{абс}} = 0,4$ ат соответствует вакууму $p_{\text{вак}} = 1 - 0,4 = 0,6$ ат.

Для измерения каждого из названных давлений применяются различные приборы, которые классифицируются по трем основным признакам:

- 1) род измеряемой величины;
- 2) принцип действия;
- 3) класс точности.

По принципу действия все приборы для измерения давления могут быть разделены на две группы: *жидкостные* и *механические*.

К *жидкостным* относятся приборы, основанные на гидростатическом принципе действия, которое заключается в том, что измеряемое давление уравнивается высотой столба жидкости. Одним из наиболее простых таких приборов является *пьезометр*, который применяется для измерения избыточного давления. Он представляет собой стеклянную трубку небольшого диаметра (10–15 мм), присоединенную одним концом к области измерения давления. Второй ее конец открыт и сообщается с атмосферой (рис. 1.6). При измерении давления трубка помещается на щит, с нанесенной на него измерительной шкалой. Под действием давления жидкость в трубке поднимется на высоту h , измерив которую, определяют величину избыточного гидростатического давления в точке A в линейных

единицах (метрах водяного столба). Для перевода линейных единиц в паскали (Па) используют зависимость

$$p = \rho gh,$$

где h – показание пьезометра в метрах водяного столба.

Например, пьезометр показывает $h = 1,2$ м вод. ст., тогда избыточное давление в точке A будет равно

$$p = \rho gh = 0,98 \cdot 10^4 \cdot 1,2 = 11\,760 \text{ Па.}$$

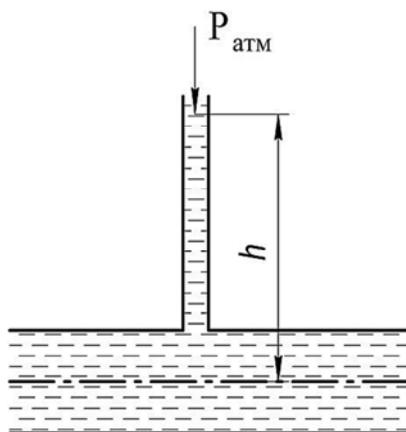


Рис. 1.6. Пьезометр, присоединенный к трубопроводу

Пьезометр – очень точный прибор. Однако он удобен для измерения небольших давлений: до 0,4 ати. При больших давлениях трубка пьезометра получается слишком длинной, так как 1 ат соответствует 10 м вод. ст. В этих случаях используют манометры, в которых измеряемое давление уравнивается жидкостью большей плотности. Такой жидкостью обычно является ртуть, так как ее плотность в 13,6 раза больше плотности воды. Поэтому при измерении одних и тех же давлений трубка в ртутном манометре получается короче пьезометрической трубки.

На рис. 1.7, *a* показан ртутный манометр, который представляет собой U-образную стеклянную трубку. Изогнутое ее колено заполне-

но ртутью. Манометр подключен к сосуду. Под действием давления уровень ртути в левом колене понизится, а в правом – повысится. Гидростатическое давление в точке A со стороны сосуда будет равно

$$p_A = p + \rho g h_1,$$

а со стороны трубки в точке B

$$p_B = p_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}}.$$

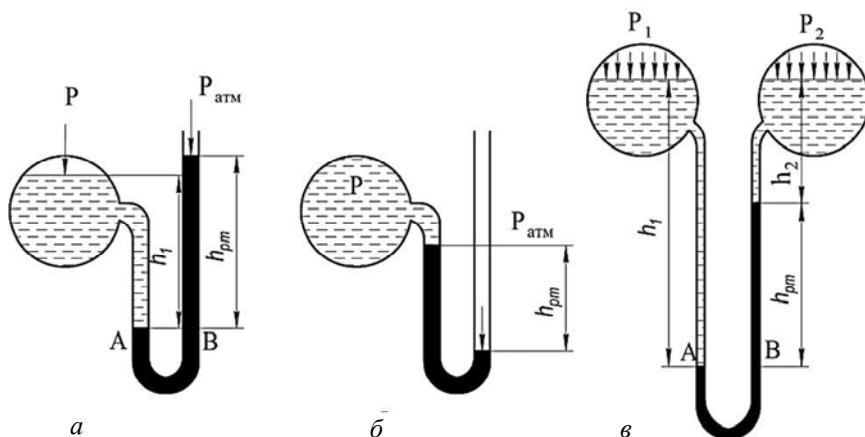


Рис. 1.7. Схемы U-образных жидкостных приборов:
 а – манометра; б – вакуумметра; в – дифференциального манометра

Так как жидкость в приборе находится в равновесии и точки A и B лежат в одной горизонтальной плоскости, т. е.

$$p + \rho g h_1 = p_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}},$$

отсюда следует, что

$$p = p_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} - \rho g h_1,$$

где ρ – плотность жидкости в сосуде;

$\rho_{\text{рт}}$ – плотность ртути.

Зная, что $p - p_{\text{ат}} = p_{\text{изб}}$, имеем

$$p_{\text{изб}} = \rho_{\text{рт}}gh_{\text{рт}} - \rho gh_1.$$

Для измерения разности давлений в двух сосудах применяют дифференциальные ртутные манометры (рис. 1.7, в). Давление в точке A равно

$$p_A = p_1 + \rho gh_1,$$

а в точке B

$$p_B = p_2 + \rho gh_2 + \rho_{\text{рт}}gh_{\text{рт}}.$$

Но $p_A = p_B$, тогда

$$p_1 + \rho gh_1 = p_2 + \rho gh_2 + \rho_{\text{рт}}gh_{\text{рт}},$$

или

$$p_1 - p_2 = \rho g(h_1 - h_2) + \rho_{\text{рт}}gh_{\text{рт}},$$

где $h_1 - h_2 = h_{\text{рт}}$.

Окончательно получим

$$p_1 - p_2 = (\rho_{\text{рт}} - \rho)gh_{\text{рт}}.$$

Для измерения давления меньше атмосферного (вакуума) служат приборы, называемые вакуумметрами (рис. 1.7, б). Принципиально они не отличаются от ртутных манометров. Изогнутая трубка присоединена к сосуду, в котором необходимо измерить давление. В этом случае имеем

$$p_{\text{ат}} = p + \rho_{\text{рт}}gh_{\text{рт}}.$$

Тогда

$$p = p_{\text{ат}} - \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}}.$$

Отсюда высота $h_{\text{рт}}$, соответствующая вакууму в сосуде, равна

$$h_{\text{рт}} = \frac{p_{\text{ат}} - p}{\rho_{\text{рт}} g}.$$

Например, показание ртутного вакуумметра $h_{\text{рт}} = 350$ мм, тогда вакуум $p_{\text{вак}} = \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} = \gamma h_{\text{рт}} = 132\,886 \cdot 0,350 = 46\,510$ Па.

Вакуумметрическое давление можно также измерять пьезометром. Для этого пьезометр подсоединяют к трубопроводу, давление в котором меньше атмосферного, и его нижний конец опускают в сосуд с водой (рис. 1.8).

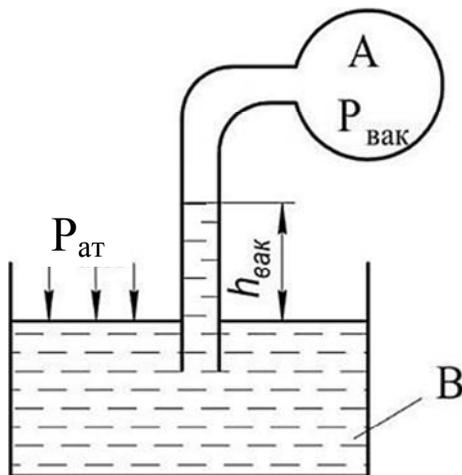


Рис. 1.8. Простейший вакуумметр

На поверхности воды давление атмосферное. За счет разности давлений жидкость поднимется в трубке на высоту $h_{\text{вак}}$. Эта высота обычно называется вакуумметрической высотой.

Пример. В сосуде *A* (рис. 1.8) абсолютное давление ниже атмосферного и равно $p_{абс} = 50$ кПа. В сосуде *B*, который соединен трубкой с сосудом *A*, давление на поверхности воды атмосферное. Определить вакуум в сосуде *A* и вакуумметрическую высоту $h_{вак}$.

Вакуум в сосуде *A* равен

$$p_{вак} = p_{ат} - p_{абс} = 98 \text{ кПа} - 50 \text{ кПа} = 48 \text{ кПа} = 48\,000 \text{ Па.}$$

$$h_{вак} = \frac{p_{ат} - p_{абс}}{\rho g} = \frac{p_{вак}}{\rho g} = \frac{48\,000}{9810} = 4,89 \text{ м.}$$

Основными преимуществами жидкостных приборов являются простота устройства и высокая точность. Применяются они в основном в лабораторной практике. Однако узость диапазона измеряемых давлений, не превышающего 3–4 ат для ртутных манометров, является их существенным недостатком. Кроме того, эти приборы обладают недостаточной механической прочностью из-за наличия стеклянных трубок.

В практике измерения больших давлений широкое распространение имеют механические приборы, к которым относятся пружинные и мембранные манометры. Принцип действия их заключается в том, что действию давления подвергается упругий элемент, деформация которого пропорциональна величине измеряемого давления.

Пружинные манометры имеют ряд преимуществ, важнейшими из которых являются портативность, простота устройства и применения, а главное, огромный диапазон измерения: до 10 тыс. ат. Основным чувствительным элементом в пружинном манометре (рис. 1.9) является изогнутая латунная трубка *1* овального сечения. Одним концом трубка соединяется с сосудом, в котором необходимо измерить давление, а второй конец трубки запаян. Под действием давления, больше атмосферного, трубка стремится разогнуться, и движение ее конца рычагом *2* передается на зубчатую передачу *3*, приводящую в движение стрелку *4*, по отклонению которой судят о величине давления. Нуль шкалы манометра соответствует нормальному атмосферному давлению, и стрелка показывает на шкале *5* только избыточное давление. Пружинные вакуумметры по конструкции не отличаются от пружинных манометров. Однако под воздействием

вакуума трубка сжимается, вызывая перемещение стрелки в направлении, противоположном ее перемещению в манометре. Пружинные приборы, которые могут измерять избыточное вакуумметрическое давления, называются *мановакуумметрами*.

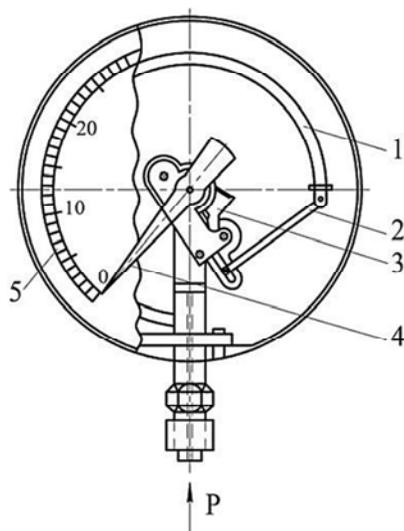


Рис. 1.9. Схема пружинного манометра:
1 – изогнутая латунная трубка; 2 – рычаг; 3 – зубчатая передача;
4 – стрелка; 5 – шкала

1.6. Построение эюр гидростатического давления

Эюр давления называют график, изображающий распределение гидростатического давления вдоль какой-либо поверхности или контура в зависимости от глубины. Построение эюр облегчает расчет устойчивости подпорных стенок, проектирование гидротехнических затворов и решение многих практических задач.

Как следует из уравнения (1.1), гидростатическое давление вдоль какой-либо вертикальной стенки изменяется по закону прямой линии, так как оно прямо пропорционально глубине погружения рассматриваемых точек. Следовательно, чтобы построить эюру, достаточно знать гидростатическое давление в двух точках прямого участка стенки. Одну точку удобнее взять на свободной поверхно-

сти жидкости, где избыточное давление равно нулю, а вторую – на дне, где избыточное давление $p_{изб} = \rho gh$.

Построим эпюру избыточного давления на плоскую вертикальную стенку AB , перегородаживающую канал (рис. 1.10, a). На поверхности жидкости, в точке A , $h = 0$ и $p = 0$. В точке B – $p = \rho gh$. Отложим эту величину от точки B . Так как давление на единицу площади стенки изменяется по закону прямой линии, то соединим точку A с концом отрезка Bb прямой линией. Прямоугольный треугольник ABb будет эпюрой избыточного гидростатического давления.

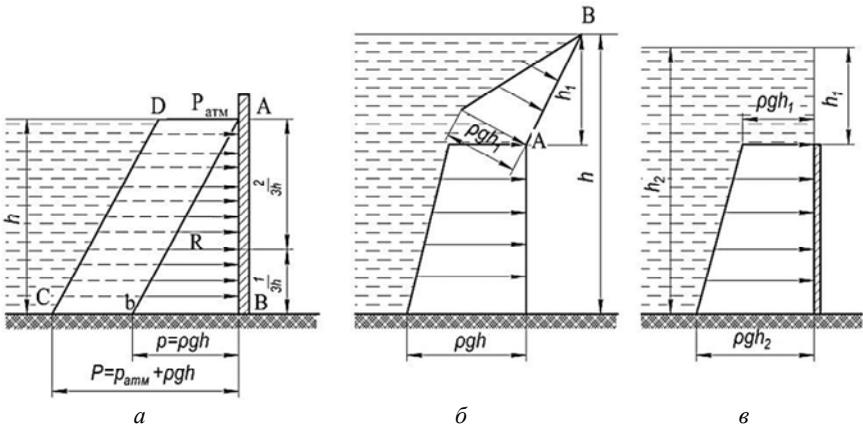


Рис. 1.10. Эпюры гидростатического давления на вертикальную стенку:
 a – абсолютного; $b, в$ – избыточного давления

Среднее значение гидростатического давления по высоте стенки будет равно

$$p_M = \frac{0 + \rho gh}{2} = \frac{\rho gh}{2}.$$

Если стенка имеет ширину один метр, то суммарное гидростатическое давление на нее будет равно

$$P = p_M \omega = p_M \cdot h \cdot 1 = \frac{\rho gh \cdot h}{2} = \frac{\rho gh^2}{2},$$

где $\frac{\rho gh^2}{2}$ является площадью эпюры гидростатического давления.

Значит, давление жидкости на единицу ширины прямоугольной стенки равно площади эпюры гидростатического давления. Если стенка имеет ширину b , то суммарная сила давления на эту стенку будет равна

$$P = \frac{\rho g h^2 b}{2}.$$

Эта сила должна пройти через центр тяжести площади эпюры, так как давление жидкости на единицу ширины стенки равно ее площади. Поскольку центр тяжести треугольника расположен на расстоянии $1/3$ от основания, то глубина погружения центра давления равна

$$h_d = \frac{2}{3} h.$$

Эпора абсолютного гидростатического давления изображается трапецией $ABCD$ (рис. 1.10, a), так как в каждой точке вдоль стенки абсолютное давление больше избыточного на $p_{ат}$.

На рис. 1.10, $b, в$ приведены эпюры избыточного гидростатического давления на плоскую прямоугольную стенку с наклонной частью AB , на погруженную под уровень жидкости вертикальную стенку.

1.7. Сила давления жидкости на плоские стенки.

Центр давления

Жидкость действует на ограничивающие ее стенки с некоторой силой, называемой *силой давления*. Для определения этой силы рассмотрим сосуд с жидкостью. Одна стенка этого сосуда наклонена к горизонту под углом α (рис. 1.11). Каждая точка стенки, соприкасающейся с жидкостью, испытывает различное давление в зависимости от глубины погружения. Наибольшее давление будет испытывать нижняя часть стенки.

Разделим эту стенку по высоте на ряд элементарных горизонтальных полосок площадью $\Delta\omega$. Определим давление жидкости на одну полоску, находящуюся на расстоянии h от свободной поверх-

ности жидкости. Гидростатическое давление в любой точке полоски определяется по уравнению (1.1), $p = p_0 + \rho gh$, и является одинаковым вследствие малости полоски. Сила давления на эту полоску будет равна

$$\Delta P = p \Delta \omega = (p_0 + \rho gh) \Delta \omega.$$

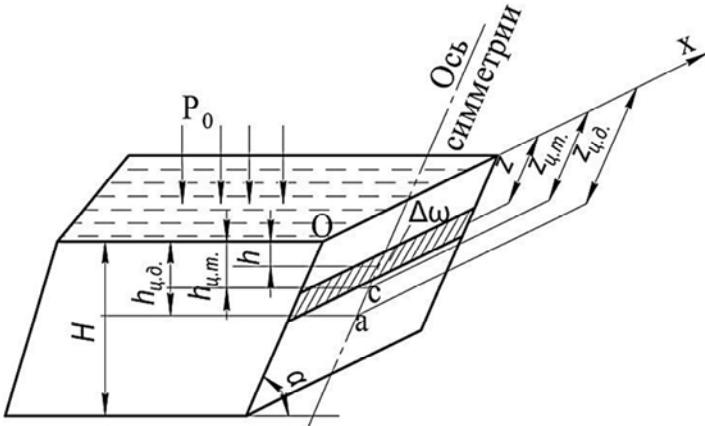


Рис. 1.11. К определению силы давления на плоскую стенку

Так как стенка состоит из ряда таких полосок, то сила давления на всю стенку будет равна сумме сил давлений на отдельные полоски:

$$P = \sum \Delta P = \sum (p_0 + \rho gh) \Delta \omega = p_0 \sum \Delta \omega + \rho g \sum h \Delta \omega,$$

где $\sum \Delta \omega = \omega$ (общая площадь наклонной стенки);

$$h = z \sin \alpha, \text{ а}$$

$$\sum h \Delta \omega = z \sin \alpha \sum \Delta \omega = \sin \alpha \sum z \Delta \omega,$$

где z – расстояние от оси полоски до поверхности жидкости;

$\sum z \Delta \omega$ представляет собой статический момент площади ω относительно линии пересечения плоскости стенки с поверхностью жидкости и равняется

$$\sum z \Delta \omega = \omega z_{ц.т.},$$

где $z_{ц.т}$ – расстояние от поверхности жидкости до центра тяжести этой площади.

Тогда

$$\sum p \Delta \omega = \omega z_{ц.т} \sin \alpha = \omega h_{ц.т}.$$

где $h_{ц.т}$ – глубина погружения центра тяжести стенки $h_{ц.т} = z_{ц.т} \sin \alpha$.

Следовательно

$$P = p_0 \omega + \rho g h_{ц.т} \omega = (p_0 + \rho g h_{ц.т}) \omega.$$

Величина $p_0 + \rho g h_{ц.т}$ представляет собой гидростатическое давление в центре тяжести стенки p_0 , тогда $P = p_c \omega$, т. е. сила суммарного давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади смоченной стенки на гидростатическое давление в ее центре тяжести.

В открытых резервуарах давление на поверхности жидкости равно атмосферному, т. е. $p_0 = p_{ат}$, тогда сила давления на плоскую стенку равна

$$P = \rho g h_{ц.т} \omega. \quad (1.2)$$

Сила давления на горизонтальную стенку (дно сосуда) также определяется по формуле (1.2), а $h_{ц.т}$ равно глубине жидкости в сосуде. Если мы возьмем несколько сосудов разной формы с одинаковой площадью дна и заполним их жидкостью на одинаковую высоту H , то сила давления на дно всех сосудов будет одинаковой. Это свойство жидкости в гидравлике называется *гидростатическим парадоксом*.

В ряде случаев, кроме величины давления жидкости на стенку, необходимо бывает знать координаты точки ее приложения. Точка, в которой приложена сила суммарного гидростатического давления, называется *центром давления*. Для определения координаты центра давления рассмотрим симметричную плоскую стенку, наклоненную к горизонту под углом α , изображенную на рис. 1.11. Воспользовавшись положением теоретической механики о равенстве момента

равнодействующей сумме моментов составляющих, приравняем сумму моментов сил давления на элементарные полоски $\Delta\omega$ относительно оси OX к моменту равнодействующей силы давления на всю стенку O относительно той же оси:

$$\sum \rho g h \Delta\omega z = \rho g h_{ц,т} \omega z_{ц,д}.$$

Но $h = z \sin \alpha$, а $h_{ц,т} = z_{ц,т} \sin \alpha$, тогда

$$\sum \rho g \sin \alpha \Delta\omega z^2 = \rho g z_{ц,т} \sin \alpha z_{ц,д};$$

$$\rho g \sin \alpha \sum \Delta\omega z^2 = \rho g z_{ц,т} z_{ц,д} \omega \sin \alpha;$$

$$\sum \Delta\omega l^2 = \omega z_{ц,т} z_{ц,д}.$$

Выражение $\sum \Delta\omega z^2$ есть момент инерции I площади стенки относительно оси OX . Тогда

$$I = \omega z_{ц,т} z_{ц,д}.$$

Откуда

$$l_{ц,д} = \frac{I}{\omega z_{ц,т}}. \quad (1.3)$$

Для расчетов более удобно заменить момент инерции площади относительно оси, совпадающей с поверхностью жидкости, моментом инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести площади. Подставим в формулу (1.3) известное в теоретической механике выражение $I = I_c + z_{ц,т}^2 \omega$, получим

$$z_{ц,д} = z_{ц,т} + \frac{I}{\omega z_{ц,т}}. \quad (1.4)$$

Из выражения (1.4) следует, что центр давления всегда расположен ниже центра тяжести на величину $\frac{I}{\omega z_{ц.т}}$. Для прямоугольной стенки центр давления находится на расстоянии $1/3$ ее высоты от основания, а центр тяжести – на $1/2$ ее высоты.

1.8. Сила давления жидкости на криволинейные поверхности

На практике широкое применение имеют различного рода цилиндрические поверхности, которые испытывают давление жидкости. Это секторные затворы плотин, стенки труб, цилиндрических резервуаров и т. д.

В случае криволинейной стенки задача определения величины, направления и точки приложения силы давления жидкости несколько усложняется, так как элементарные силы давления, направленные нормально к поверхности стенки, имеют различное направление. В этом случае определяют вначале составляющие силы давления по заданным направлениям, а затем геометрическим сложением находят равнодействующую силу давления.

Для определения равнодействующей силы рассмотрим цилиндрическую поверхность $ABCD$, находящуюся под гидростатическим давлением (рис. 1.12, *a*). Выделим объем жидкости ABB_1CDA_1 , который ограничен слева цилиндрической поверхностью $ABCD$, справа – вертикальной плоскостью AA_1B_1B , а снизу – горизонтальной плоскостью A_1B_1CD . Рассмотрим силы, действующие на выделенный объем жидкости.

На вертикальную плоскость AA_1B_1B действует горизонтальная сила давления P_1 , определяемая как сила давления на плоскую стенку

$$P_1 = \rho g \frac{H}{2} \omega.$$

где ω – площадь плоскости AA_1B_1B .

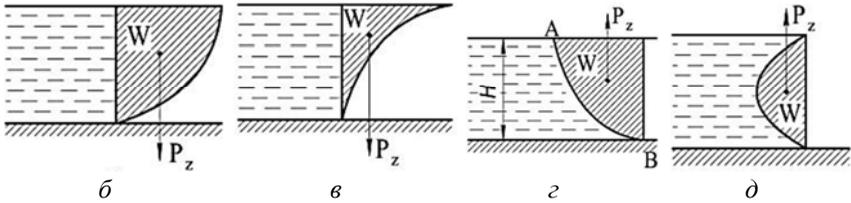
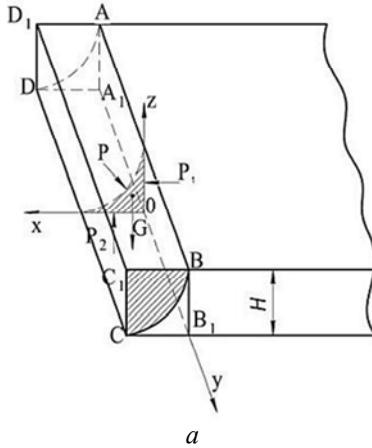


Рис. 1.12. Определение силы давления на криволинейную поверхность:
a – к определению сил давления; *б, в, г, д* – примеры тел давления

На плоскость A_1B_1CD снизу вверх действует сила P_2 , равная

$$P_2 = \rho g H \omega,$$

где ω – площадь плоскости A_1B_1CD .

Сила тяжести G выделенного объема жидкости направлена по вертикали вниз и приложена в центре его тяжести. Со стороны цилиндрической поверхности действует сила реакции P , равная по величине и обратная по направлению силе P_1 .

Под действием указанных сил объем жидкости ABB_1CDA_1 находится в равновесии. Спроектируем эти силы на координатные оси Ox и Oz :

$$\sum x = P_1 - P_x = 0;$$

$$\sum z = P_2 - G - P_z = 0.$$

Составляющие силы P по координатным осям будут равны

$$P_1 = P_x; \quad (1.5)$$

$$P_z = P_2 - G.$$

Из уравнения (1.5) следует, что горизонтальная составляющая силы P на плоскость AA_1B_1B представляет собой проекцию криволинейной поверхности $ABCD$ на вертикальную плоскость:

$$P_x = \rho g \frac{H}{2} \omega = \rho g h_{ц.т} \omega,$$

где $h_{ц.т} = \frac{H}{2}$ – глубина погружения центра тяжести криволинейной поверхности.

Вертикальная составляющая P_z равна разности веса жидкости в объеме прямоугольной призмы сечением BB_1CC_1 и веса рассматриваемого объема жидкости AA_1BB_1CD и представляет собой вес жидкости в объеме BCC_1AD_1D над криволинейной поверхностью. Этот объем жидкости называется *объемом тела давления* и обозначается W .

Тогда

$$P_z = \rho g W,$$

т. е. вертикальная составляющая давления жидкости на криволинейные поверхности равна по величине весу жидкости в объеме тела давления.

На рис. 1.12 приведены примеры построения поперечного сечения тела давления для нескольких криволинейных поверхностей.

Вертикальная составляющая всегда проходит через центр тяжести тела давления и может быть направлена вверх или вниз. Если тело давления заполнено водой (действительный объем), то P_z направлена вниз (рис. 1.12, б, в). Если же тело давления не заполнено водой (фиктивный объем), то P_z направлена вверх (рис. 1.12, з, д).

Величина равнодействующей силы давления определяется по зависимости:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}.$$

Направление равнодействующей определяется по углу наклона ее к осям:

$$\cos(P, x) = \frac{P_x}{P}, \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = \frac{P_z}{P_x}.$$

Центр давления будет находиться в точке пересечения равнодействующей с криволинейной поверхностью.

1.9. Закон Архимеда. Плавание тел

Рассмотрим условия равновесия тел в жидкости (рис. 1.13).

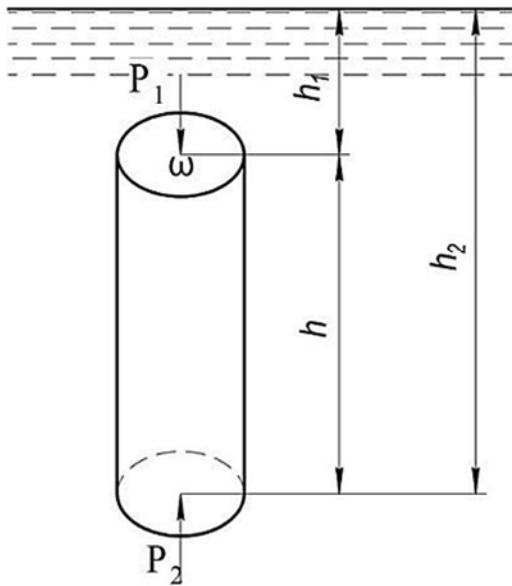


Рис. 1.13. Доказательство закона Архимеда

Погрузим в жидкость вертикальный цилиндр (рис. 1.13). Давление на его верхнее основание будет меньше, чем на нижнее, так как оно погружено на меньшую глубину. Давление жидкости на верхнее основание $p_1 = p_0 + \rho gh_1$, а на нижнее — $p_2 = p_0 + \rho gh_2$. Силы давления соответственно будут равны $P_1 = (p_0 + \rho gh_1)\omega$ и $P_2 = (p_0 + \rho gh_2)\omega$. Сила P_2 будет больше силы P_1 .

Равнодействующая этих сил будет направлена в сторону действия большей силы и равна

$$P = P_2 - P_1 = \rho g\omega(h_2 - h_1) = \rho g\omega h,$$

где h — высота цилиндра, м;

ω — площадь его основания, м².

Значит, ωh — объем цилиндра W , а $\rho g\omega h$ — его вес. Тогда

$$P = \rho gW. \quad (1.6)$$

Сила P называется архимедовой или подъемной силой. Она стремится приподнять цилиндр вверх. Равенство (1.6) носит название *закона Архимеда*. Согласно закону Архимеда на всякое тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная по величине и обратная по направлению весу жидкости, вытесненной этим телом. Линия действия архимедовой силы проходит через центр тяжести погруженного объема.

Кроме архимедовой силы P , на тело, погруженное в жидкость, действует сила веса тела G , направленная вниз. Условие равновесия погруженного в жидкость тела определяется соотношением действующих на тело вертикальных сил. Если вес тела G больше архимедовой силы P , то тело тонет (рис. 1.14, *a*); если $G = P$ (рис. 1.14, *б*), то тело находится внутри жидкости, в состоянии безразличного равновесия; если $G < P$ (рис. 1.14, *в*), то тело всплывает на поверхность жидкости.

Под весом тела G подразумевается не только вес плавающего тела (корабль, плот), но и вес дополнительной нагрузки. Точка приложения силы веса тела G называется центром *тяжести* (рис. 1.14, *з*). Вес жидкости, вытесненной телом, называется *водоизмещением*. Центр тяжести водоизмещения D , через который проходит линия действия архимедовой силы, называется *центром водоизмещения*.

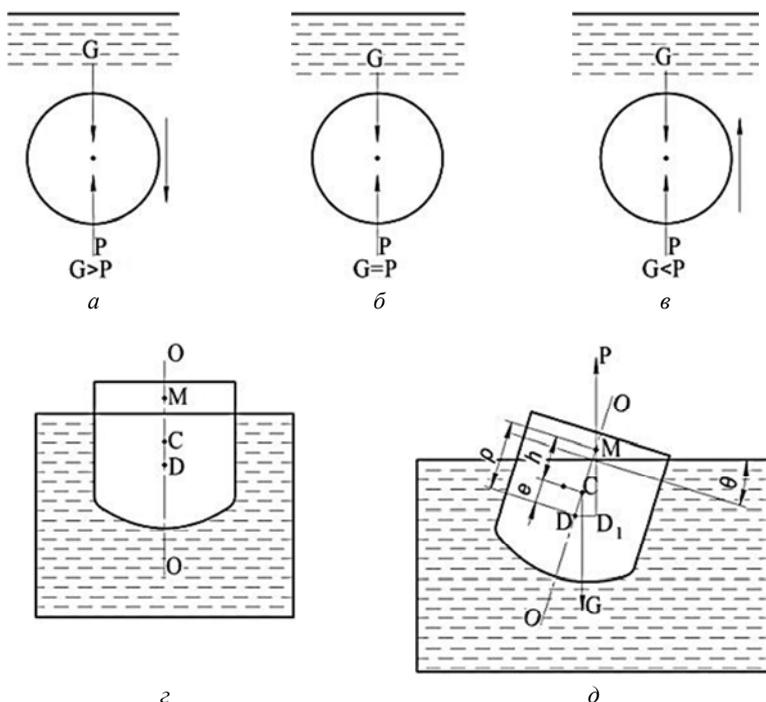


Рис. 1.14. Плавание тел:
 а, б, в – равновесие тела в подводном плавании;
 г, д – устойчивое равновесие тела в надводном плавании

Для равновесия тела, погруженного в жидкость, необходимо, чтобы его центр тяжести и центр водоизмещения лежали на одной вертикальной прямой, проходящей через ось его симметрии, называемой *осью плавания*. В противном случае возникает момент, который нарушает равновесие тела. Плоскость свободной поверхности жидкости, пересекающая плавающее тело, называется *плоскостью плавания*, а линия пересечения поверхности тела с плоскостью плавания называется *ватерлинией*.

Чтобы плавающее тело, отклонившись от положения равновесия, не опрокидывалось, оно должно обладать устойчивостью. *Устойчивостью* называется способность плавающего тела возвращаться в положение равновесия из положения крена после прекращения действия сил, вызвавших крен.

Пусть под действием внешних сил плавающее тело наклонилось на угол θ (рис. 1.14, д). Положение центра тяжести C при этом не изменится, а центр водоизмещения D сместится в сторону крена в точку D_1 . Приложим в точке D_1 архимедову силу P и линию ее действия продлим до пересечения с осью плавания $\theta-\theta$ в точке M . Точка M называется *метацентром*, а расстояние от точки M до точки D или D_1 называется *метацентрическим радиусом* r . Величина метацентрического радиуса (для кренов не более 15°) может быть определена по формуле

$$r = \frac{I}{W},$$

где I – момент инерции плоскости плавания относительно продольной оси, вокруг которой происходит поворот тела;

W – объем подводной части плавающего тела (водоизмещение).

Расстояние h между точками M и C называется *метацентрической высотой*. Метацентрическая высота будет положительной, если точка M лежит выше точки C , в противном случае – отрицательной.

$$h = r \pm e = \frac{I}{W} \pm e,$$

где e – расстояние между центром тяжести C и центром водоизмещения D .

При $h > 0$ положение плавающего тела будет устойчивым, при $h < 0$ положение плавающего тела будет неустойчивым, при $h = 0$ плавающее тело будет находиться в состоянии безразличного равновесия. Следовательно, чем ниже расположен центр тяжести и чем больше метацентрическая высота, тем больше будет устойчивость плавающего тела.

2. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ

2.1. Виды движения жидкости

Гидродинамика – раздел гидравлики, изучающий законы движения жидкости под действием приложенных к ней сил. Основной задачей гидродинамики является определение величин, характеризующих движение жидкости: гидромеханического давления p (в дальнейшем будем называть его просто давлением) и скорости движения жидкости u . При этом скорости и давления могут зависеть не только от координат, но и от времени.

В зависимости от изменения скорости и давления в гидродинамике различают два основных вида движения жидкости: установившееся и неустановившееся.

Установившимся называют такое движение жидкости, при котором скорость потока и давление в любой его точке не изменяются с течением времени и зависят только от ее положения в потоке, т. е. являются функциями ее координат:

$$u = f(x, y, z);$$

$$p = f(x, y, z).$$

Примером установившегося движения является истечение жидкости из отверстия резервуара при постоянном напоре.

Неустановившимся называют такое движение жидкости, при котором скорость движения и давление в каждой данной точке изменяются с течением времени, т. е. являются функциями не только координат, но и времени:

$$u = f(x, y, z, T);$$

$$p = f(x, y, z, T).$$

Примером неустановившегося движения является истечение жидкости из отверстия резервуара при изменяющемся напоре, опорожнение водохранилищ и др.

Установившееся движение подразделяется на равномерное и неравномерное.

Равномерным называют такое установившееся движение, при котором скорости и живые сечения потока не изменяются по длине.

Примером равномерного движения служит движение воды в допроводных трубах постоянного диаметра.

Неравномерным называют такое установившееся движение, при котором скорости и живые сечения потока изменяются по длине.

Примером неравномерного движения служит движение воды в трубе, имеющей разные диаметры по длине.

В зависимости от характера сил, действующих на жидкость и приводящих ее в движение, потоки могут делиться на напорные и безнапорные.

Напорными называются такие потоки, у которых все поперечное сечение заполнено жидкостью. Движение в этом случае происходит под действием давления (напора), создаваемого водонапорной башней или насосом.

Безнапорными называют такие потоки, у которых поперечное сечение не полностью заполнено жидкостью, т. е. движение со свободной поверхностью. Движение в этом случае происходит под действием сил тяжести самой жидкости. Это движение воды в реках и каналах, а также в трубах при неполном их заполнении.

2.2. Линия тока и элементарная струйка

Основными понятиями, которые используют в теории движения жидкости, являются понятия о линии тока и элементарной струйке. Рассмотрим поток жидкости при установившемся движении. Отдельные частицы жидкости в потоке перемещаются в различных направлениях и с различными скоростями. Выделим в этом потоке какую-либо частицу и проследим за ее движением. С течением времени эта частица пройдет через ряд точек A_1, A_2, A_3, A_4 (рис. 2.1, а). Линию движения частицы называют *траекторией*. В зависимости от характера движения частицы жидкости траектория может иметь вид прямой линии или быть криволинейной.

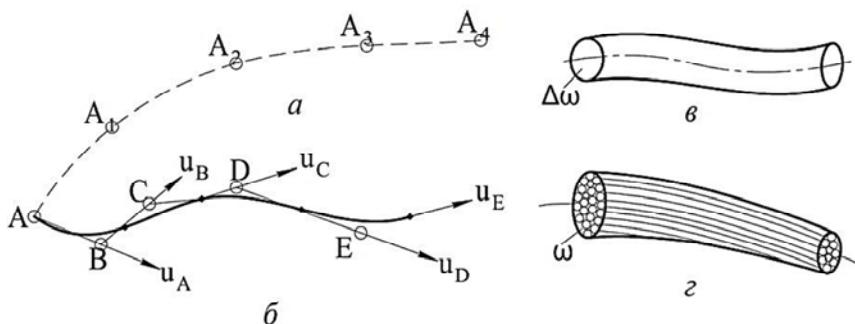


Рис. 2.1. Схема модели потока:
 a – след от движения частицы; b – схема построения линии тока;
 v – элементарная струйка; z – поток жидкости

Предположим, что в некоторый момент времени в точке A жидкость протекает со скоростью, изображаемой вектором u_A , (рис. 2.1, б). На этом векторе, на бесконечно малом расстоянии от точки A , возьмем точку B , где в тот же момент времени жидкость протекает со скоростью u_B . На векторе u_B возьмем точку C и отложим от нее вектор скорости u_C . Повторяя эти операции, найдем точки D , E и т. д. Если отложенные в этих точках векторы скорости соединить плавной кривой, касательной одновременно ко всем векторам, получим линию $ABCDE$, называемую *линией тока*.

Следовательно, *линией тока* называется кривая, проведенная через ряд точек движущейся жидкости таким образом, что она является касательной к направлению скоростей в этих точках в данный момент времени. Не следует смешивать линию тока с траекторией частицы жидкости. Они совпадают только при установившемся движении.

Выделим в движущейся жидкости элементарную площадку $\Delta\omega$ и через все точки, находящиеся внутри площадки и на ее контуре, проведем линии тока для данного момента времени (рис. 2.1, в). Линии тока образуют при этом трубчатую поверхность, называемую *трубкой тока*. Жидкость, заполняющая трубку тока, образует элементарную струйку.

Скорости и площади сечений элементарной струйки могут изменяться вдоль струйки, скорости же в пределах одного сечения элементарной струйки вследствие малости площадки одинаковы. Через боковую поверхность элементарной струйки протекание жидкости

невозможно, так как в любой точке поверхности струйки скорость направлена по касательной к поверхности. Совокупность элементарных струек движущейся жидкости называют *потоком* (рис. 2.1, з).

2.3. Основные гидравлические элементы потока

При движении жидкости определяют следующие элементы потока: площадь живого сечения, смоченный периметр и гидравлический радиус.

Живым сечением потока ω называется площадь сечения потока, проведенная нормально к направлению линий тока.

Смоченным периметром называется часть периметра живого сечения, на которой жидкость соприкасается с твердыми стенками. Смоченный периметр обозначается буквой χ (хи).

Отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру называют *гидравлическим радиусом* R :

$$R = \frac{\omega}{\chi}.$$

Гидравлический радиус имеет линейную размерность. Не следует смешивать понятия гидравлический радиус и геометрический радиус. При напорном движении жидкости в круглой трубе геометрический радиус равен $r = \frac{d}{2}$, а гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}.$$

Для потока прямоугольного сечения гидравлический радиус равен

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{2h + b}.$$

При решении многих гидравлических задач часто приходится использовать понятия расхода и средней скорости потока. Количе-

ство жидкости, протекающее через живое сечение потока в единицу времени, называется *расходом*. Расход жидкости измеряется в $\text{м}^3/\text{с}$, обозначается расход потока жидкости буквой Q , а расход элементарной струйки – ΔQ .

Расход потока равен сумме расходов элементарных струек:

$$Q = \sum \Delta Q.$$

Определим расход элементарной струйки. Предположим, что в сечении 1–1 (рис. 2.2) скорость движения частиц равна u . Тогда за время ΔT частицы жидкости переместятся в сечение 2–2, совершив путь Δl . Следовательно, за время ΔT через живое сечение элементарной струйки $\Delta \omega$ пройдет количество жидкости, равное объему цилиндра.

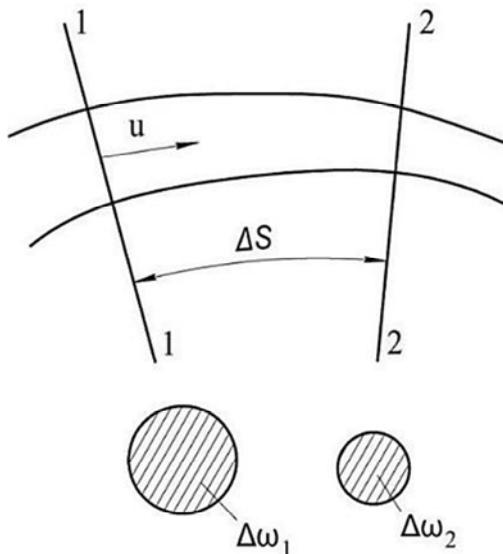


Рис. 2.2. Схема к выводу уравнения неразрывности элементарной струйки

Отсюда имеем

$$\Delta Q = \frac{\Delta \omega \Delta l}{\Delta T},$$

где отношение $\frac{\Delta l}{\Delta T} = u$, тогда расход элементарной струйки равен

$$\Delta Q = u \Delta \omega,$$

а расход потока

$$Q = \sum \Delta Q = \sum u \Delta \omega.$$

Применять это уравнение в расчетах затруднительно, так как скорости в разных струйках живого сечения различны. У стенок труб скорости меньше, а к оси труб увеличиваются. Поэтому в практических расчетах пользуются понятием средней скорости потока v .

Средняя скорость потока – это фиктивная скорость, с которой должны двигаться все частицы жидкости через рассматриваемое живое сечение, чтобы расход жидкости был равен действительному расходу, протекающему через это же сечение при действительных скоростях. Тогда уравнение расхода для потока будет иметь вид

$$Q = v \omega. \quad (2.1)$$

Из уравнения (2.1) средняя скорость равна

$$v = \frac{Q}{\omega}.$$

Иногда пользуются понятиями массового M и весового G расхода, под которыми подразумевают вес жидкости, проходящей в единицу времени через живое сечение потока. Существуют следующие зависимости:

$$M = \rho Q;$$

$$G = \rho g Q,$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м³;

ρg – удельный вес жидкости, Н/м³.

2.4. Уравнение неразрывности для элементарной струйки и потока

Выделим в потоке элементарную струйку (рис. 2.3). Выберем два произвольных сечения 1-1 и 2-2 и рассмотрим заключенный между ними отсек элементарной струйки.

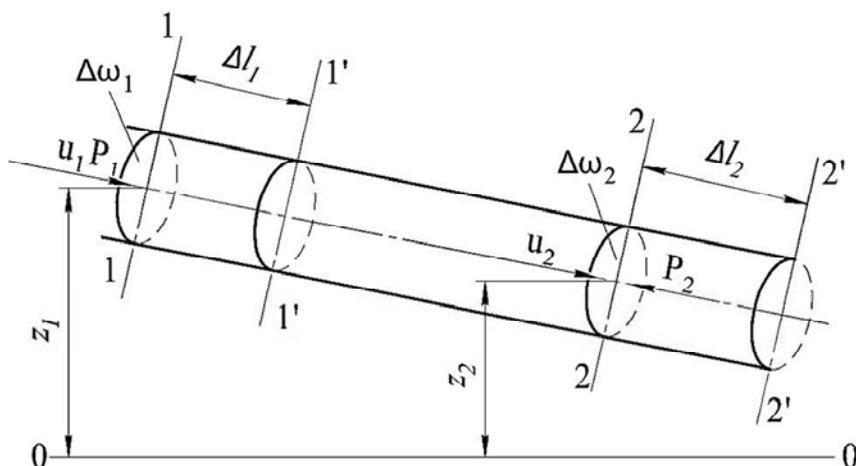


Рис. 2.3. Схема к выводу уравнения неразрывности и уравнения Бернулли для элементарной струйки

В этот отсек за единицу времени через сечение 1-1 поступит объем жидкости

$$\Delta Q_1 = u_1 \Delta \omega_1,$$

а через сечение 2-2 за это же время вытекает объем жидкости

$$\Delta Q_2 = u_2 \Delta \omega_2.$$

Но жидкость практически несжимаема, и разрывы при наличии атмосферного давления в сплошном потоке образовываться не могут. Кроме того, форма элементарной струйки с течением времени не изменяется и поперечный приток в струйку или отток из нее не-

возможен. Следовательно, элементарные расходы жидкости, проходящие через сечение 1-1 и 2-2, должны быть равны

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2,$$

или

$$u_1 \Delta \omega_1 = u_2 \Delta \omega_2.$$

Аналогичные соотношения можно написать для любых двух сечений элементарной струйки. Таким образом,

$$u_1 \Delta \omega_1 = u_2 \Delta \omega_2 = \text{const.} \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) называется *уравнением неразрывности элементарной струйки при установившемся движении жидкости*. Оно является первым основным уравнением гидродинамики.

Совокупность элементарных струек составляет поток жидкости, поэтому уравнение неразрывности для потока будет иметь вид

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = Q. \quad (2.3)$$

Из уравнения (2.3) видно, что расход жидкости неизменен для всех живых сечений, хотя в каждом сечении средняя скорость и площадь живого сечения могут быть различными.

Уравнению неразрывности потока можно придать другой вид:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1},$$

т. е. средние скорости движения жидкости в сечениях потока обратно пропорциональны площадям соответствующих живых сечений.

Уравнение неразрывности потока справедливо только для установившегося движения.

2.5. Уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Уравнение Бернулли является вторым основным уравнением гидродинамики. Оно устанавливает зависимость между скоростью и давлением в различных сечениях элементарной струйки.

Рассмотрим элементарную струйку идеальной жидкости при установившемся движении. Выделим в ней объем жидкости сечениями 1-1 и 2-2 (как на рис. 2.3), нормальными к ее оси. Высоту положения центров тяжести выбранных сечений будем отсчитывать от произвольно выбранной горизонтальной плоскости сравнения $\theta-\theta$. Обозначим расстояния от центров тяжести сечений до плоскости сравнения z_1 и z_2 , гидродинамические давления в центрах сечений p_1 и p_2 , площади живых сечений $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$ и скорости движения жидкости u_1 и u_2 .

Будем считать, что на выделенный объем действуют только силы тяжести и силы гидромеханического давления (жидкость идеальная и силы трения отсутствуют). За малый промежуток времени ΔT выделенный объем из положения 1-1, 2-2 переместится в положение 1'-1', 2'-2'. При этом будут пройдены пути $\Delta l_1 = u_1 \Delta T$ и $\Delta l_2 = u_2 \Delta T$. Применим к движущемуся объему теорему живых сил, или кинетической энергии. Согласно теореме приращение кинетической энергии выделенного объема равно сумме работ всех сил, действующих на этот объем. Выразим эту теорему уравнением

$$\Delta \frac{mu^2}{2} = \sum A_i, \quad (2.4)$$

где $\Delta \frac{mu^2}{2}$ – приращение кинетической энергии;

$\sum A_i$ – сумма работ действующих сил.

В данном случае $\Delta \frac{mu^2}{2}$ может быть определена как разность кинетической энергии объема ΔW_{1-2} , и ΔW_{1-2} . Но объем ΔW_{1-2} является составной частью объемов $\Delta W_{1'-2'}$ и ΔW_{1-2} .

$$\Delta W_{1-2} = \Delta W_{1-1'} + \Delta W_{1'-2};$$

$$\Delta W_{1'-2'} = \Delta W_{1'-2} + \Delta W_{2-2'}.$$

Кинетическая энергия объема $\Delta W_{1'-2}$ при перемещении остается прежней, так как этот объем не изменяет своего положения. Значит, приращение кинетической энергии определится разностью кинетических энергий объемов $W_{2-2'}$ и $\Delta W_{1-1'}$.

Объем жидкости между сечениями $1-1$ и $1'-1'$ равен

$$\Delta W_{1-1'} = \Delta \omega_1 \Delta l_1 = \Delta \omega_1 u_1 \Delta T,$$

а между сечениями $2-2$ и $2'-2'$

$$\Delta W_{2-2'} = \Delta \omega_2 \Delta l_2 = \Delta \omega_2 u_2 \Delta T.$$

Но согласно уравнению неразрывности расход всех сечений элементарной струйки одинаков. Тогда

$$\Delta \omega_1 u_1 = \Delta \omega_2 u_2 = \Delta Q,$$

или

$$\Delta W_{1-1'} = \Delta W_{2-2'} = \Delta W = \Delta Q \Delta T.$$

Масса рассматриваемых объемов равна

$$m = \rho \Delta W = \rho \Delta Q \Delta T.$$

Тогда приращение кинетической энергии будет равно

$$\Delta \frac{m u^2}{2} = \frac{\rho \Delta Q \Delta T}{2} u_2^2 - \frac{\rho \Delta Q \Delta T}{2} u_1^2,$$

или

$$\Delta \frac{m u^2}{2} = \frac{m}{2} u_2^2 - \frac{m}{2} u_1^2.$$

В сумму работ сил $\sum A_i$, действующих на рассматриваемый объем жидкости, входят работа силы тяжести A_G и работа сил давления A_p .

Работа силы тяжести равна произведению веса рассматриваемого объема жидкости на путь, пройденный им по вертикали при своем перемещении:

$$A_G = \Delta G_{1-1'}(z_1 - z_2),$$

где z_1 и z_2 – расстояние по вертикали от горизонтальной плоскости сравнения $\theta-\theta$ до центров тяжести масс объемов.

Вес объема жидкости между сечениями $1-1'$ равен

$$\Delta G_{1-1'} = \Delta \omega_1 \Delta l_1 \rho g = \Delta \omega_1 \Delta T \rho g = \Delta Q \Delta T \rho g,$$

но

$$\Delta Q \Delta T \rho = m,$$

тогда

$$\Delta G_{1-1'} = mg,$$

а работа сил тяжести равна

$$A_G = mgz_1 - mgz_2.$$

Работа сил давления состоит из сил давления на боковую поверхность объема жидкости и на торцевые поперечные сечения.

Силы давления на боковую поверхность равны нулю, так как они направлены нормально к ней, а, следовательно, и к направлению движения жидкости.

Сумма работ сил давления на торцевые поперечные сечения равна

$$\sum A_p = p_1 \Delta \omega_1 \Delta l_1 - p_2 \Delta \omega_2 \Delta l_2.$$

В этом уравнении $p_1 \Delta \omega_1$ – сила давления на торец $1-1'$, а $p_2 \Delta \omega_2$ – сила давления на торец $2-2'$ (эта сила отрицательна, так как она направлена противоположно движению жидкости). Но $\Delta \omega_1 \Delta l_1$ – объем жидкости в сечении $1-1'$, а $\Delta \omega_2 \Delta l_2$ – объем жидкости в сечении $2-2'$. Эти объемы равны между собой. Учитывая, что

$$m = \rho W_{1-1'} = \rho W_{2-2'},$$

имеем

$$\Delta W_{1-1'} = \Delta W_{2-2'} = \frac{m}{\rho}.$$

Тогда

$$\sum A_p = p_1 \frac{m}{\rho} - p_2 \frac{m}{\rho}.$$

Подставим в уравнение (2.4) значения для работ сил и для приращения кинетической энергии:

$$\frac{mu_2^2}{2} - \frac{mu_1^2}{2} = mgz_1 - mgz_2 + p_1 \frac{m}{\rho} - p_2 \frac{m}{\rho}.$$

Разделив обе части этого уравнения на mg и перегруппировав слагаемые уравнения по сечениям, получим

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}. \quad (2.5)$$

Так как сечения $1-1$ и $2-2$ были взяты произвольно, то полученное уравнение можно представить в виде

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}, \quad (2.6)$$

где сумма трех слагаемых для любого сечения элементарной струйки идеальной жидкости есть величина постоянная.

Уравнения (2.5) и (2.6) и являются *уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости*.

2.6. Геометрический и физический смысл уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли можно истолковать (интерпретировать) с двух точек зрения: *геометрической* и *физической*. Рассмотрим сначала геометрический смысл каждого из слагаемых уравнения Бернулли. Обратим внимание на размерность каждого из его слагаемых.

Первое слагаемое z имеет линейную размерность и представляет собой высоту расположения центра тяжести рассматриваемого сечения струйки над произвольно выбранной плоскостью сравнения. Его называют *геометрическим напором*.

Второе слагаемое $\frac{p}{\rho g}$ также имеет линейную размерность и называется *пъезометрической высотой* или *пъезометрическим напором* (*гидростатическим напором*).

Слагаемое $\frac{u^2}{2g}$ также имеет линейную размерность и представляет собой некоторую высоту, на которую поднялась бы частица жидкости, начавшая двигаться вертикально со скоростью u при отсутствии сопротивлений. Это слагаемое называют *скоростной высотой*, или *скоростным напором* (*гидродинамическим напором*).

Следовательно, геометрический смысл уравнения Бернулли может быть сформулирован так: для всех сечений элементарной струйки идеальной жидкости сумма геометрического, пъезометрического и скоростного напоров есть величина постоянная, которая называется *полным напором* и обозначается H (гидромеханическим напором):

$$H = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{const.}$$

Все слагаемые уравнения Бернулли можно изобразить графически (рис. 2.4, а). Для этого величину $\frac{p}{\rho g}$ в виде отрезков отложим

вверх от центров тяжести 1 и 2 сечений элементарной струйки и верхние концы отрезков соединим плавной линией. Эта линия называется *пъезометрической линией*. От пъезометрической линии

вверх отложим величины $\frac{u^2}{2g}$ и концы отрезков соединим линией,

которая называется *напорной линией*. Она займет горизонтальное положение, так как для элементарной струйки идеальной жидкости полный напор одинаков для всех сечений.

Физический (энергетический) смысл уравнения Бернулли состоит в том, что оно выражает закон сохранения энергии. Левая часть уравнения Бернулли представляет собой полную удельную энергию в сечении 1–1 элементарной струйки, а правая – полную удельную энергию в сечении 2–2. Следовательно, каждое слагаемое уравнения Бернулли представляет собой определенный вид энергии:

- 1) z – удельная потенциальная энергия положения;
- 2) $\frac{p}{\rho g}$ – удельная потенциальная энергия давления;
- 3) $z + \frac{p}{\rho g}$ – удельная потенциальная энергия;
- 4) $\frac{u^2}{2g}$ – удельная кинетическая энергия.

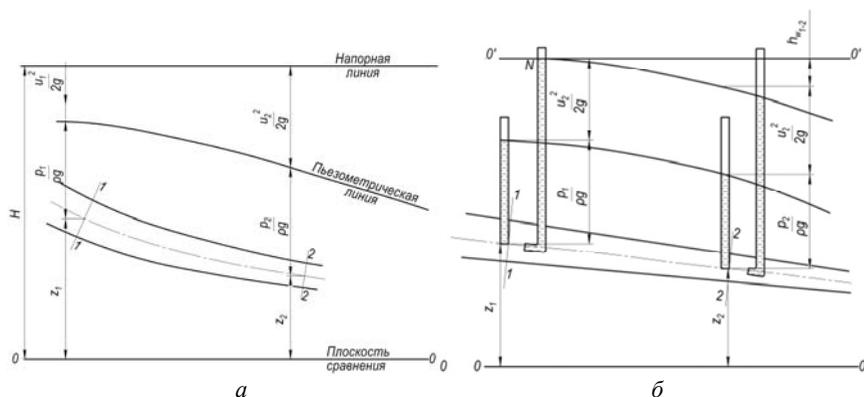


Рис. 2.4. Графическое изображение уравнения Бернулли:
 а – для элементарной струйки идеальной жидкости;
 б – для элементарной струйки реальной жидкости

Сумма трех этих энергий равна полной удельной энергии и постоянна по длине элементарной струйки идеальной жидкости. Следует отметить, что полная удельная энергия элементарной струйки есть величина постоянная для всех рассматриваемых сечений, но удельная потенциальная и удельная кинетическая энергии в различных сечениях могут различаться.

2.7. Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости

Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости будет отличаться от уравнения (2.5), так как в реальной жидкости при движении возникают силы трения, что вызывает потерю части энергии движущейся жидкости. Поэтому полная удельная энергия для элементарной струйки реальной жидкости в сечении 1–1 будет больше полной удельной энергии в последующем сечении 2–2 на величину потерянной энергии. Величину потерь удельной энергии обозначим через $h_{\text{тр}}$. Тогда уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости будет иметь вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{\text{тр}}.$$

Изобразим графически уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости.

Возьмем элементарную струйку переменного сечения (рис. 2.4, б). Движение жидкости будет происходить с изменяющейся по длине скоростью. Выберем два поперечных сечения 1–1 и 2–2. Установим в каждом сечении пьезометрические трубки, служащие для измерения давления. Уровни в этих трубках будут различными вследствие потерь энергии. Соединим показания пьезометрических трубок и получим пьезометрическую линию p – p , дающую картину изменения величины $\frac{p}{\rho g}$ по длине струйки.

Рядом с пьезометрическими трубками для измерения величины $\frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g}$ поместим скоростные трубки. Изогнутые их концы направим навстречу движению жидкости. Эти трубки называются *гидрометрическими трубками Пито*. Уровень жидкости в скоростных трубках будет выше, чем в пьезометрических, на величину $\frac{u^2}{2g}$. Соединим уровни в скоростных трубках и получим напорную линию

$E-E$, которая по длине трубки всегда понижается по направлению течения. На рис. 2.4, б наглядно видно, что потеря напора представляет собой разность между высотой горизонтальной линии, проведенной на уровне жидкости в трубке Пито в начальном сечении, и высотой уровня жидкости в последующем сечении.

Для общей характеристики движения реальной жидкости используются понятия гидравлического и пьезометрического уклонов потока.

Отношение потери напора к длине струйки между выбранными сечениями называется *гидравлическим уклоном*:

$$I = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \right)}{l} = \frac{h_{\text{тр}}}{l},$$

где l – расстояние между сечениями 1–1 и 2–2.

Пьезометрическим уклоном называется изменение пьезометрического напора, отнесенное на единицу длины:

$$I_{\text{п}} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right)}{l}.$$

Понятия гидравлического и пьезометрического уклонов широко используются в расчетах водопроводных систем.

2.8. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

В практике при решении различных задач о движении жидкости приходится иметь дело с потоками конечных размеров. Такие потоки состоят из множества элементарных струек. Чтобы распространить на такой поток уравнение Бернулли, полученное для элементарной струйки реальной жидкости, необходимо написать его для множества струек, а затем просуммировать. Поступая таким образом, мы приходим к выводу, что величины z_1 и z_2 берутся между произвольной плоскостью сравнения и центрами тяжести поперечных сечений потока.

$\frac{p_1}{\rho g}$ и $\frac{p_2}{\rho g}$ берутся такими же, как и для элементарной струйки.

Сумма $z + \frac{P}{\rho g}$ для всех элементарных струек живого сечения будет одинаковой. Следовательно, ее можно без изменения ввести в уравнение Бернулли для потока реальной жидкости.

Несколько сложнее задача определения скоростного напора (кинетической энергии) для потока жидкости, так как скорости каждой элементарной струйки, взятой в потоке, различны. Значит, кинетическая энергия этих струек различна. Кинетическую энергию потока необходимо выражать по средней скорости. Чтобы оценить действительную кинетическую энергию потока по кинетической энергии, подсчитанной по средней скорости, вводят поправочный коэффициент α . Он представляет собой отношение действительной кинетической энергии жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение, к кинетической энергии, которой обладал бы поток при том же расходе, если бы скорости во всех точках живого сечения были одинаковыми и равнялись бы средней скорости.

Тогда окончательное выражение для средней кинетической энергии будет иметь вид

$$E_{\text{к.ср}} = \frac{\alpha v^2}{2g}.$$

Коэффициент α зависит от формы эпюры распределения скоростей по живому сечению потока и называется *коэффициентом неравномерного распределения скоростей в потоке* (коэффициент Кориолиса).

В основном коэффициент α определяется опытным путем. Для равномерного турбулентного потока α принимается в пределах 1,05–1,10, а для равномерного ламинарного потока $\alpha = 2$.

Таким образом, уравнение Бернулли для потока реальной жидкости будет иметь вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{\text{тр}}. \quad (2.7)$$

2.9. Потери напора при движении жидкости

В уравнении Бернулли для потока реальной жидкости (2.7) слагаемое $\sum h_{\text{тр}}$ учитывает потери напора на преодоление различных гидравлических сопротивлений движению жидкости. Потери напора в гидравлике делятся на два вида: потери по длине потока и местные потери.

Потери напора, проявляющиеся по всей длине потока, обусловлены силами трения частиц жидкости друг о друга и о стенки, ограничивающие поток. Обозначим их h_l .

Местные потери возникают в отдельных местах потока и обусловлены различными местными препятствиями в потоке (сужение или расширение потока, поворот, кран, задвижка, отвод и др.). Обозначим их h_m .

Общие потери напора $h_{\text{тр}}$ складываются из потерь напора по длине и суммы местных потерь напора:

$$h_{\text{тр}} = h_l + \sum h_m.$$

Источником как потерь по длине, так и местных является вязкость жидкости. Силы вязкости в жидкости существенно зависят от режима ее движения. Поэтому при расчете потерь напора необходимо учитывать режим движения жидкости.

2.10. Режимы движения жидкости. Число Рейнольдса

Движение вязкой жидкости характеризуется двумя режимами: *ламинарным* и *турбулентным*.

Впервые мысль о существовании двух режимов движения жидкости высказал русский ученый Д. И. Менделеев в 1880 году. Три года спустя, в 1883 году, английский физик О. Рейнольдс подтвердил это экспериментально. Свои исследования О. Рейнольдс выполнил на специальной установке, принципиальная схема которой до настоящего времени используется для демонстрации режимов движения жидкости. Такая установка показана на рис. 2.5.

Она состоит из большого бака 5, заполненного исследуемой жидкостью, и небольшого бака 3, в который налита окрашенная жидкость. Постоянный уровень жидкости в баке поддерживается сливной трубкой 1. К баку 5 присоединена стеклянная трубка постоянного диаметра d , скорость течения в которой можно регулировать краном 7, установленным в конце трубки. Измерение расхода жидкости осуществляется с помощью мерного сосуда 8. К трубке 6 из бачка 3 подведена тонкая трубка 2, имеющая сверху краник 4. Через трубку 2 окрашенная жидкость поступает в стеклянную трубку 6.

При малом открытии крана 7 жидкость в стеклянной трубке движется с небольшой скоростью. Открывая одновременно краник 8, мы увидим в стеклянной трубке 6 тонкую струйку окрашенной жидкости, которая четко выделяется среди движущейся жидкости, не окрашивая ее. Это свидетельствует о том, что при малых скоростях жидкость движется параллельными слоями и частицы жидкости не перемешиваются. Такое параллельно-струйное движение называется *ламинарным* (от латинского слова «ламина» – слой) *режимом*.

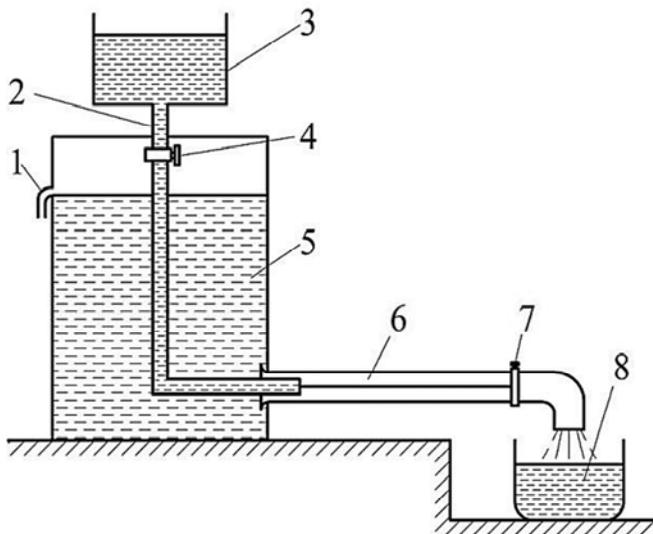


Рис. 2.5. Схема установки Рейнольдса:

- 1 – сливная трубка; 2 – тонкая трубка; 3 – небольшой бак;
- 4 – краник; 5 – большой бак; 6 – стеклянная трубка;
- 7 – регулировочный кран; 8 – мерный сосуд

При постепенном повышении скорости течения окрашенная струйка начнет искривляться, приобретая волнистый характер. Затем на отдельных ее участках появляются разрывы, и в определенный момент времени при некотором значении скорости она совершенно исчезает, окрасив всю массу жидкости в стеклянной трубке. В этом случае в движении жидкости нет видимой закономерности, нарушается параллельность движения и ламинарный режим переходит в турбулентный. *Турбулентный режим* (от латинского слова «турбулентус» – бурный, беспорядочный) характеризуется интенсивным перемешиванием частиц жидкости в результате их движения по сложным траекториям.

На основании проведенных опытов с различными жидкостями Рейнольдс установил, что переход одного режима в другой зависит от диаметра трубопровода d , средней скорости движения жидкости v , ее вязкости и температуры. Для установления режима движения жидкости им предложен критерий, называемый числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{v d \rho}{\mu},$$

где $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кинематический коэффициент вязкости.

Тогда

$$Re = \frac{v d}{\nu}.$$

Критерий Рейнольдса является безразмерным параметром.

Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим переходит в турбулентный, называют *критическим* $Re_{кр}$. По исследованиям Рейнольдса для труб круглого сечения $Re_{кр} = 2320$. Следовательно, при $Re < 2320$ движение жидкости ламинарное, а при $Re > 2320$ – турбулентное.

Скорость, соответствующая критическому числу Рейнольдса, называется *критической скоростью*:

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{d}.$$

При движении жидкости в открытых руслах число Рейнольдса определяют по формуле

$$Re = \frac{vR}{\nu},$$

где R – гидравлический радиус, м.

В этом случае число Рейнольдса $Re_{кр} = 580$.

На практике ламинарный режим встречается при движении очень вязкой жидкости, при движении жидкости в капиллярных трубках и при движении воды в порах грунта.

Турбулентный режим встречается чаще: при движении жидкости в трубопроводах, при движении воды в реках и каналах.

2.11. Основное уравнение равномерного движения жидкости

Равномерное движение жидкости наблюдается в каналах, водопроводных трубах, маслопроводах в том случае, если форма живого сечения, скорость течения и глубина не изменяются по длине потока. При этом возникают потери напора только по длине.

Для вывода основного уравнения равномерного движения рассмотрим поток жидкости, движущейся по наклонной трубе постоянного диаметра (рис. 2.6).

Выделим сечениями 1–1 и 2–2 некоторый объем жидкости длиной l и составим для этих сечений уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{l-2},$$

где z_1 и z_2 – ординаты центра тяжести сечений 1–1 и 2–2;

p_1 и p_2 – давления в центрах тяжести этих сечений;

v_1 и v_2 – средние скорости в этих сечениях;

h_{l-2} – потери напора по длине между сечениями 1–1 и 2–2.

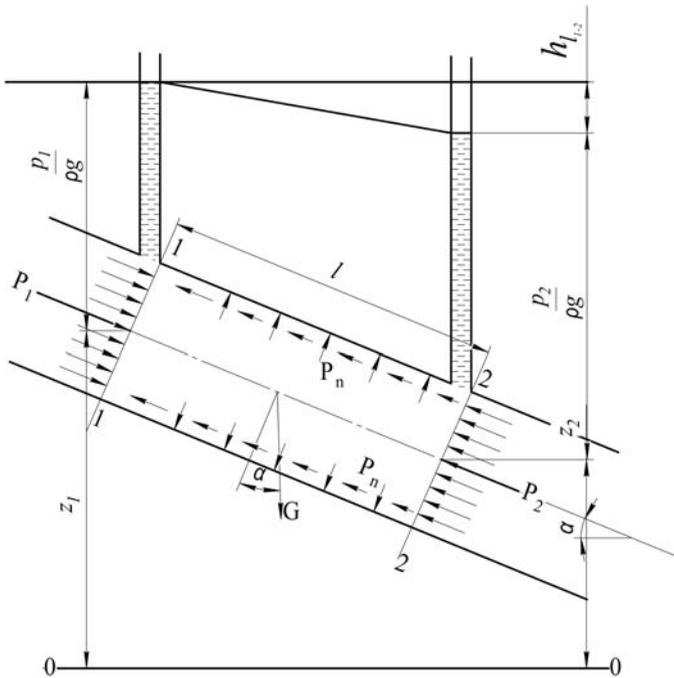


Рис. 2.6. Схема установки Рейнольдса

Но при равномерном движении $v_1 = v_2$, тогда уравнение Бернулли примет вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_{1-2},$$

откуда

$$h_{1-2} = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right), \quad (2.8)$$

т. е. для случая равномерного движения потеря напора по длине равна разности удельных потенциальных энергий. Для вычисления этой разности рассмотрим условия равномерного движения выделенного объема жидкости.

На выделенный объем действуют следующие силы:

1. Силы суммарного гидростатического давления P_1 и P_2 , нормальные к сечениям 1-1 и 2-2; сила P_1 направлена в сторону движения, а сила P_2 – в сторону, противоположную движению. Эти силы равны произведению средних гидродинамических давлений p_1 и p_2 на площадь живого сечения ω :

$$P_1 = p_1\omega;$$

$$P_2 = p_2\omega.$$

2. Сила тяжести (вес выделенного объема жидкости) G :

$$G = \rho g\omega l,$$

где l – длина выделенного объема.

3. Сила сопротивления движению жидкости T . Эта сила равна произведению касательного напряжения τ на площадь внутренней поверхности трубы:

$$T = \tau\chi l,$$

где χ – смоченный периметр.

4. Силы гидродинамического давления P_n на боковую поверхность, действующие нормально к этой поверхности.

Применим к выделенному объему жидкости теорему механики, согласно которой при равномерном движении тела сумма проекций всех внешних сил, действующих на тело, равна нулю. На основании этой теоремы спроектируем на ось движения $x-x$ все силы, действующие на выделенный объем жидкости. Будем иметь

$$P_1 - P_2 + G \sin \alpha - T = 0.$$

Подставим значения сил и получим

$$p_1\omega - p_2\omega + \rho g\omega l \sin \alpha - \tau\chi l = 0,$$

но $\sin \alpha = \frac{z_1 - z_2}{l}$, тогда

$$p_1\omega - p_2\omega + \rho g\omega l \frac{z_1 - z_2}{l} - \tau\chi l = 0.$$

Сократив все члены уравнения на $\rho g\omega$, будем иметь

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right) = \frac{\tau\chi l}{\rho g\omega}. \quad (2.9)$$

Сравнивая полученное уравнение (2.9) с уравнением (2.8), имеем, что при равномерном движении жидкости потери напора по длине участка трубы или канала равны

$$h_{1-2} = \frac{\tau\chi l}{\rho g\omega} = \frac{\tau l}{\rho gR},$$

отсюда

$$\frac{\tau}{\rho} = g \frac{h_{1-2}}{l} \frac{\omega}{\chi}.$$

Но $\frac{h_{1-2}}{l} = I_n$, а $\frac{\omega}{\chi} = R$, тогда

$$\frac{\tau}{\rho} = gI_n R. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) называют *основным уравнением равномерного движения жидкости в трубах и каналах*.

Академик Н. Н. Павловский опытным путем установил, что

$$\frac{\tau}{\rho g} = b\nu^m,$$

где b – опытный множитель;

ν – средняя скорость движения жидкости в потоке;

m – показатель степени, равный при ламинарном режиме $m = 1$, при турбулентном $m = 1,75-2$.

2.12. Распределение скоростей при ламинарном и турбулентном режимах

При движении жидкости по трубам и каналам у поверхности стенок и между частицами жидкости возникают силы трения и сцепления, тормозящие ее. В результате этого частицы жидкости в одном и том же потоке передвигаются с различными скоростями, причем распределение местных скоростей в живом сечении потока зависит от режима движения жидкости. При ламинарном режиме местные скорости растут к оси потока быстрее, чем при турбулентном режиме. Эпюра скоростей представляет собой параболоид вращения, а сечение параболоида осевой плоскостью – квадратичную параболу (рис. 2.7, а).

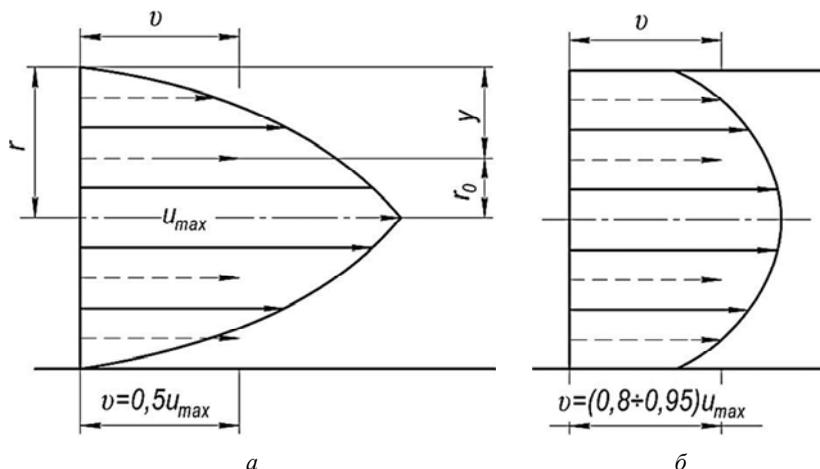


Рис. 2.7. Эпюры скоростей при режимах движения:
а – ламинарном; б – турбулентном

Местную скорость в любой точке поперечного сечения, взятой на расстоянии y от оси трубы, можно получить по выражению

$$u = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} (r^2 - r_0^2),$$

где r – радиус трубы;

r_0 – расстояние от оси трубы до точки, в которой определяется скорость;

μ – динамический коэффициент вязкости.

Если $r_0 = r$ (у стенок трубы), то $u = 0$, а если $r_0 = 0$ (на оси потока), то $u_{\max} = u$, т. е. максимальное значение имеет скорость на оси трубы:

$$u_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} r^2.$$

При ламинарном режиме движения средняя скорость v равна половине максимальной:

$$v = \frac{1}{2} u_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} r^2.$$

При турбулентном режиме движения эпюра скоростей меняет свое очертание (рис. 2.7, б). Происходит это потому, что при турбулентном режиме движения частицы жидкости интенсивно перемешиваются между собой, увеличивая силы трения. Благодаря этому скорости распределяются по живому сечению более равномерно, чем при ламинарном режиме. Отношение средней скорости к максимальной при турбулентном режиме равно $\frac{v}{u_{\max}} = 0,80-0,95$. Это отношение возрастает с увеличением числа Рейнольдса.

2.13. Потери напора по длине при ламинарном режиме

Потери напора по длине потока обусловлены силами трения частиц жидкости друг о друга и о стенки трубопровода. Величина сил трения зависит от ряда факторов, а в первую очередь от режима движения жидкости.

Поскольку эпюра распределения скоростей имеет вид параболоида с максимальным значением скорости по оси трубы, то расход жидкости будет равен объему этого параболоида.

Объем параболоида W равен

$$W = \pi r^2 \frac{h}{2},$$

где h – высота параболоида, равная максимальной скорости.

$$h = u_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} r^2.$$

Тогда полный расход будет равен

$$Q = \frac{1}{2} \pi r^2 \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} r^2 = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} \pi r^4.$$

Вместо r подставим диаметр трубы d , получим

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{128\mu l} \pi d^4. \quad (2.11)$$

Но расход в трубе можно выразить через среднюю скорость:

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{128\mu l} \pi d^4 = v \pi \frac{d^2}{4}.$$

Тогда

$$v = \frac{p_1 - p_2}{32\mu l} d^2. \quad (2.12)$$

Для вывода теоретической формулы для определения потерь напора рассмотрим участок трубы длиной l , по которому жидкость движется в условиях ламинарного режима. Расход и среднюю скорость в этой трубе определим по формулам (2.11) и (2.12). В этих формулах p_1 и p_2 обозначают давления в начале и в конце участка трубопровода.

Из формулы (2.12) потеря давления в трубе будет равна

$$p_1 - p_2 = \frac{32\mu l}{d^2} v.$$

Заменяв динамический коэффициент вязкости μ кинематическим ν ($\mu = \nu \rho$) и разделив обе части равенства на ρg , получим

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{32\mu l}{\rho g d^2} v.$$

Левая часть этого равенства соответствует потерям напора в трубе постоянного диаметра, т. е.

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_l.$$

Тогда

$$h_l = \frac{32\nu l}{gd^2} v.$$

Преобразовав эту формулу, умножив числитель и знаменатель правой части на $\frac{v}{2}$, получим

$$h_l = \frac{64\nu}{vd} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Но $\frac{\nu}{vd} = \frac{1}{Re}$. Тогда

$$h_l = \frac{64}{Re} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Обозначим $\frac{64}{Re}$ через λ и получим универсальную формулу Дарси – Вейсбаха в окончательном виде

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (2.13)$$

где λ – коэффициент гидравлического сопротивления трения (коэффициент потерь по длине). От правильного выбора коэффициента зависит точность гидравлических расчетов.

2.14. Потери напора по длине при турбулентном режиме

Уравнение Дарси – Вейсбаха (2.13) является универсальным расчетным, с помощью которого можно определять потери напора как при ламинарном, так и при турбулентном режимах. Структура формулы остается неизменной, но коэффициент при турбулентном режиме зависит не только от числа Рейнольдса, но и от шероховатости стенок труб.

Из формулы (2.13) можно определить среднюю скорость потока:

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\lambda} \frac{h_l}{l} d},$$

где $\frac{h_l}{l} = I$ – гидравлический уклон, а $d = 4R$.

Тогда

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda} \sqrt{RI}},$$

$\sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$ обозначим через коэффициент C . Получим формулу для скорости при равномерном движении в следующем виде:

$$v = C\sqrt{RI}.$$

Эта формула в гидравлике называется *формулой Шези*. Коэффициент C называется скоростным множителем с размерностью м^{0.5}/с.

Из формулы Шези можно получить выражение для определения потерь напора по длине потока:

$$v = C\sqrt{RI} = C\sqrt{R \frac{h_l}{l}}.$$

Откуда

$$h_l = \frac{v^2 l}{C^2 R}.$$

Этой формулой обычно пользуются для определения потерь напора в открытых руслах и трубах некруглого сечения.

Третью расчетную зависимость для определения потерь напора по длине потока можно получить из формулы расхода $Q = v\omega$. Подставим в эту формулу значение средней скорости v из формулы Шези:

$$Q = C\sqrt{RI}\omega.$$

Обозначим $\omega C\sqrt{R}$ через K . Тогда

$$Q = K\sqrt{I}. \quad (2.14)$$

Величина K называется *модулем расхода*, или *расходной характеристикой*. Она имеет размерность расхода.

Поскольку $I = \frac{h_l}{l}$, то формулу (2.14) можно записать

$$Q = K\sqrt{\frac{h_l}{l}},$$

отсюда потери напора по длине потока h_l будут равны

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2}l. \quad (2.15)$$

Формулой (2.15) можно пользоваться как при расчете труб, так и при расчете открытых русел.

2.15. Формулы для коэффициента гидравлического сопротивления λ

Многочисленными экспериментами доказано, что коэффициент λ зависит не только от числа Рейнольдса, но и от характеристик шероховатости стенок трубы или русла, в которых происходит движение. Поверхность стенок, ограничивающих поток жидкости, не является идеально гладкой, а обладает шероховатостью. Шероховатость характеризуется величиной и формой выступов и неровностей, зависящей от материала стенки, от его обработки.

Высота выступов шероховатости вдоль стенки не постоянна, а сами выступы имеют различную форму. Это усложняет учет влияния шероховатости на коэффициент λ . Для упрощения расчета вводится понятие о средней высоте выступов шероховатости. Эту высоту, измеренную в линейных единицах, называют *абсолютной шероховатостью* и обозначают Δ . Некоторые значения абсолютной шероховатости для труб, изготовленных из различных материалов, приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Материал труб	Состояние труб	Δ , мм
Стальные бесшовные	Новые	0,01–0,02
Стальные бесшовные	После нескольких лет эксплуатации	0,15–0,30
Тянутые из стекла	Новые	0,001–0,002
Стальные сварные	–	0,03–0,10
Чугунные	–	0,20–0,50
Чугунные	Бывшие в употреблении	0,50–1,50
Бетонные	Новые	0,15–0,30
Бетонные	Бывшие в употреблении	0,30–0,80
Деревянные	Из тщательно отструганных клепок	0,10–0,30
Деревянные	Из неотструганных досок	1,00–2,50

Для определения коэффициента λ предложен ряд формул, учитывающих зависимость его от различных факторов. Первые эксперименты по определению были проведены А. Никурадзе, который проводил опыты в гладких трубах и в трубах с различной искусственной шероховатостью, полученной путем наклейки на внутреннюю поверхность песчинок определенной крупности. На основании опытных данных им было установлено существование пяти зон, каждая из которых характеризуется своими закономерностями.

Далее опыты Никурадзе были уточнены в связи с современными воззрениями на структуру турбулентного потока, согласно которым считается, что турбулентные потоки состоят из пограничного слоя и турбулентного ядра (рис. 2.8). *Пограничный слой* расположен непосредственно у стенок труб и состоит из тонкого слоя жидкости с ламинарным движением, называемого *ламинарной пленкой*, и *переходного слоя*.

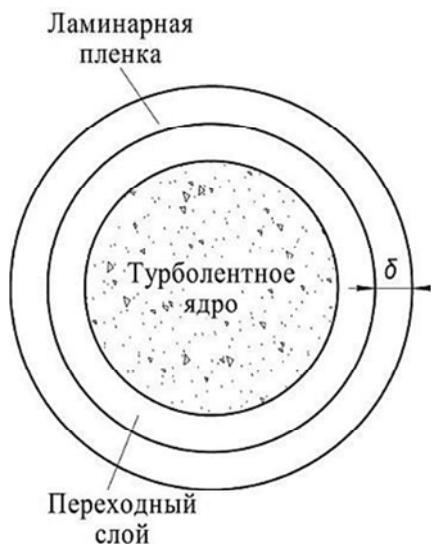


Рис. 2.8. Структура потока при турбулентном режиме движения жидкости

Толщина ламинарной пленки δ может быть определена по формуле

$$\delta = \frac{30d}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}.$$

Из этой формулы видно, что толщина ламинарной пленки зависит от числа Рейнольдса.

В зависимости от соотношения толщины ламинарной пленки δ и абсолютной шероховатости Δ различают *гидравлически гладкие стенки* и *шероховатые*.

Рассмотрим более подробно опыты Никурадзе. На рис. 2.9 представлены результаты опытных исследований, выполненных Никурадзе для труб с искусственной шероховатостью. На графике по оси абсцисс отложены величины $\lg \text{Re}$, а по оси ординат – $\lg(100 \lambda)$. Кривые построены для шести труб, имеющих различную относительную шероховатость $\frac{r}{\Delta}$. Всю область чисел Рейнольдса на графике можно разделить на пять зон.

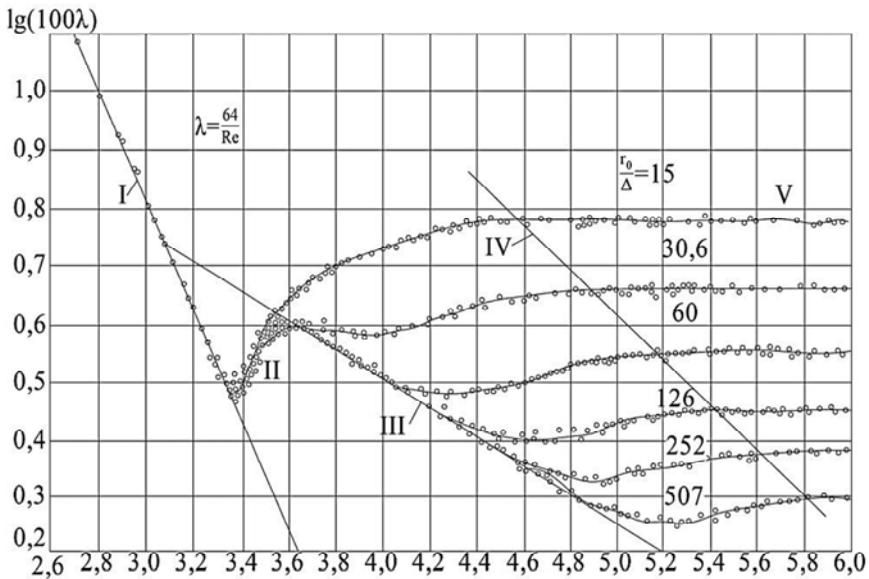


Рис. 2.9. График И. Никурадзе

Зона I соответствует прямой I и относится к ламинарному режиму ($Re < 2320$). В этой зоне коэффициент λ зависит только от числа Рейнольдса и определяется для труб круглого сечения по формуле Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{Re}.$$

Зона II – переходная между ламинарным и турбулентным режимами. В этой зоне коэффициент λ также зависит только от числа Рейнольдса и может быть определен по формуле Н. З. Френкеля:

$$\lambda = \frac{2,7}{Re^{0,53}}.$$

Эта зона не имеет особого практического значения.

Зона III соответствует турбулентному режиму движения жидкости в гидравлически гладких трубах. Гидравлически гладкими называются

ются трубы, у которых высота выступов шероховатости меньше толщины ламинарной пленки δ . Число Рейнольдса в этой зоне находится в пределах $2320 < Re < 20 \frac{d}{\Delta}$. Коэффициент λ , как и в предыдущих двух зонах, является функцией только числа Рейнольдса и может определяться по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}.$$

Для этой же зоны может быть использована формула П. К. Коцакова:

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,5)^2}.$$

Зона IV является переходной между зонами турбулентного движения жидкости в гидравлически гладких и гидравлически шероховатых трубах ($20 \frac{d}{\Delta} < Re < 500 \frac{d}{\Delta}$). В этой зоне высота выступов шероховатости Δ равна толщине ламинарной пленки δ . Коэффициент λ в этой зоне зависит как от числа Рейнольдса, так и от шероховатости труб. Для определения λ в этой зоне может быть рекомендована формула А. Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{1,46\Delta}{d} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25}.$$

В V зоне линии с различными относительными шероховатостями становятся параллельными оси абсцисс. Это свидетельствует о том, что коэффициент λ зависит не от числа Рейнольдса, а только от шероховатости. Пятая зона называется зоной турбулентного режима в гидравлически шероховатых трубах, или зоной квадратичного сопротивления. В этой зоне высота выступов шероховатости больше толщины ламинарной пленки. Граница V зоны определяется соотношением

$$Re > 500 \frac{d}{\Delta}.$$

Коэффициент λ в этой зоне определяется по формуле Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,74 + 2 \lg \frac{r}{\Delta}\right)^2},$$

или по формуле Б. Л. Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d}\right)^{0,25}.$$

Особое значение при расчете труб и каналов в зоне шероховатых труб имеют формулы академика Н. Н. Павловского и профессора И. И. Агроскина для нахождения скоростного множителя C , связанного с коэффициентом λ следующей зависимостью:

$$\lambda = \frac{8g}{C^2}.$$

2.16. Потери напора на преодоление местных сопротивлений

При движении реальной жидкости, кроме потерь по длине, могут иметь место местные потери напора, которые возникают вследствие преодоления потоком различных препятствий (местных сопротивлений). К таким препятствиям относятся расширение и сужение трубопровода, колена, тройники, повороты потока, вентили и др. (рис. 2.10). Характер потока в местных сопротивлениях отличен от характера потока в прямой трубе. Проходя через местное сопротивление, поток деформируется, в результате чего образуются водоворотные зоны, которые являются источником местных потерь напора.

Местные потери напора определяются по формуле

$$h_M = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (2.16)$$

где ζ – коэффициент местного сопротивления;

v – средняя скорость движения жидкости в трубопроводе за местным сопротивлением.

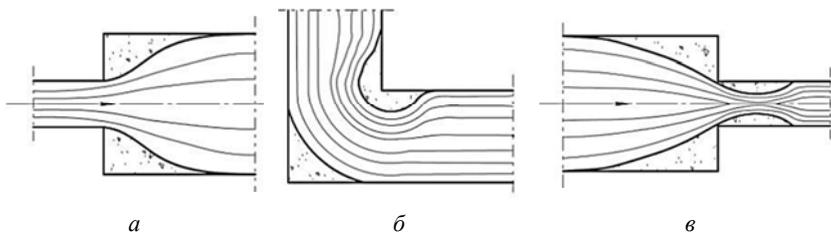


Рис. 2.10. Виды местных сопротивлений:
a – внезапное расширение потока; *б* – прямоугольное колено;
в – внезапное сужение потока

Коэффициент местного сопротивления ζ зависит не только от вида сопротивления, но и от режима движения жидкости; причем коэффициент ζ значительно изменяется в области ламинарного режима. При турбулентном режиме изменения коэффициента местного сопротивления ζ от числа Рейнольдса настолько незначительны, что ими можно пренебречь. Поэтому при практических расчетах считают, что коэффициент ζ в турбулентном режиме зависит только от вида местного сопротивления. Средние значения ζ при турбулентном режиме для некоторых видов местных сопротивлений приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Вид местного сопротивления	Значение коэффициента местного сопротивления ζ
Вход в трубу без закругления входных кромок	0,50
То же при хорошо закругленных кромках	0,10
Выход из трубы в резервуар	1,00
Плавный поворот трубы на 90°	0,50
Резкий поворот трубы на 90°	1,25–1,50
Задвижка при полном открытии	0,11–0,12
Задвижка при среднем открытии	2,00
Различные краны	5,00–7,00
Клапан с сеткой на всасывающей трубе насоса	5,00–10,00

Если в трубопроводе имеется ряд местных сопротивлений, то общие потери напора определяют как сумму потерь напора на прямолинейном участке и в местных сопротивлениях:

$$h_{\text{тр}} = h_l + h_m,$$

или

$$h_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v^2}{2g} = (\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta) \frac{v^2}{2g}.$$

Выражение $\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta$ обозначим через ζ и назовем эту величину *коэффициентом системы*. Тогда

$$h_{\text{тр}} = \zeta_{\text{сист}} \frac{v^2}{2g}.$$

Если сопоставить формулы (2.13) и (2.16), то можно сделать вывод, что коэффициент ζ эквивалентен $\lambda \frac{l}{d}$. Поэтому местные потери напора иногда рассматривают как потери на некоторой эквивалентной длине $l_{\text{эkv}}$ прямолинейной трубы. Эта длина определяется по формуле

$$l_{\text{эkv}} = \frac{\zeta}{\lambda} d$$

и добавляется к длине трубопровода при расчете потерь по длине.

В этом случае местные потери отдельно не рассчитываются.

3. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ В НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

3.1. Основные понятия и расчетные зависимости

Напорные трубопроводы предназначены для перемещения разнообразных жидкостей (воды, керосина, нефти и др.). В зависимости от материала они могут быть *металлическими* (стальными, латунными, чугунными и др.) и *неметаллическими* (пластмассовыми, стеклянными, железобетонными и др.).

В практике расчета напорные трубопроводы делят на *короткие* и *длинные*. К *коротким* относят трубопроводы небольшой длины, в которых местные потери напора составляют более 5–10 % потерь напора по длине. Примером коротких трубопроводов могут служить всасывающие линии центробежных насосов, системы смазки двигателей внутреннего сгорания, сливные патрубки. При расчете коротких трубопроводов обязательно учитывают потери напора в местных сопротивлениях.

К *длинным* относят трубопроводы, в которых преобладают потери напора по длине. Местными потерями обычно пренебрегают или же принимают равными 5–10 % потерь напора по длине. Примером длинных трубопроводов служат магистральные городские водопроводные сети, трубопроводы ирригационных систем и др. В зависимости от конфигурации длинные трубопроводы делят на *простые* и *сложные*. *Простым* трубопроводом называются последовательно соединенные трубы одного или нескольких диаметров без ответвлений (рис. 3.1, а, б). *Сложный* трубопровод состоит из магистрали с ответвлениями в разных точках. Сложные трубопроводы подразделяются на *тупиковые* (рис. 3.1, в) и *кольцевые* (рис. 3.1, г).

Основными расчетными формулами при гидравлических расчетах трубопроводов являются:

1) *уравнение Бернулли*:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{тр}};$$

2) уравнения для расхода:

$$Q = v\omega; \quad Q = K\sqrt{I};$$

3) уравнения для потерь напора по длине:

$$h_l = \lambda \frac{v^2 l}{2g d};$$

4) уравнение, определяющее местные потери напора:

$$h_m = \zeta \frac{v^2}{2g};$$

5) уравнение коэффициента сопротивления системы:

$$\zeta_c = \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta.$$

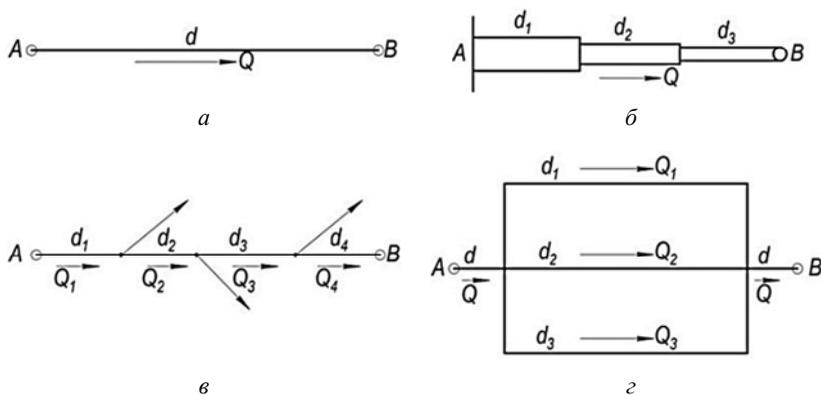


Рис. 3.1. Разновидности трубопроводов:
a – простой; *б* – последовательно соединенный; *в* – разветвленный;
г – параллельно соединенный

Отметим, что коэффициент гидравлических сопротивлений λ необходимо определять по формулам, приведенным выше, в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости труб.

Гидравлический расчет трубопроводов в значительной степени упрощается, если пользоваться справочными таблицами [7].

3.2. Гидравлический расчет коротких трубопроводов

При гидравлическом расчете коротких трубопроводов учитываются как потери напора по длине, так и местные потери напора.

Рассмотрим условие работы коротких трубопроводов, представленных на рис. 3.2, *а*, *б* при установившемся движении жидкости из резервуара *A* в резервуар *B*. Наметим расчетные сечения 1–1 и 2–2 на поверхности жидкости в сосудах, а плоскость сравнения 0–0 проведем по уровню жидкости в сосуде *B*. Напишем уравнение Бернулли для случая истечения жидкости под уровень (рис. 3.2, *а*):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{тр.}}$$

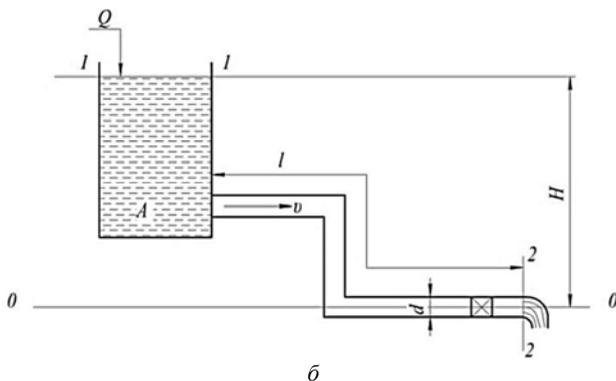
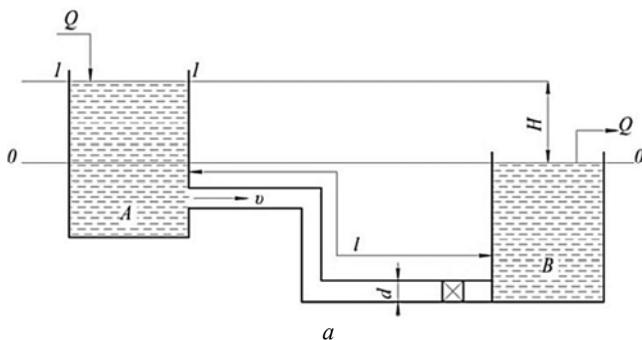


Рис. 3.2. Схемы к гидравлическому расчету коротких трубопроводов: *а* – истечение жидкости под уровень; *б* – истечение жидкости в атмосферу

Выясним значения отдельных слагаемых, входящих в это уравнение: $z_1 = H$; $z_2 = 0$; $p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$; $v_1 = v_2 = 0$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Поставим эти значения в уравнение Бернулли, получим

$$H = h_{\text{тр}},$$

т. е. при истечении под уровень напор H целиком расходуется на преодоление потерь напора в трубопроводе.

Общие потери напора в трубопроводе $h_{\text{тр}}$ слагаются из потерь напора по длине и местных потерь напора. Для рассматриваемого случая местные потери состоят из потерь напора на вход в трубу, потерь напора на два поворота, потерь напора в задвижке и потерь напора на выход из трубы. Если эти местные сопротивления не оказывают взаимного влияния друг на друга, то общие потери напора $h_{\text{тр}}$ будут равны алгебраической сумме местных потерь $\sum h_{\text{тр}}$ напора и потерь напора по длине h_l :

$$h_{\text{тр}} = h_l + \sum h_m,$$

где $\sum h_m = h_{\text{м.вх}} + 2h_{\text{м.пов}} + h_{\text{м.задв}} + h_{\text{м.вых}}$.

Тогда из уравнения Бернулли получим величину скорости

$$v = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{\text{сист}}}} \sqrt{2gh}.$$

Тогда расход жидкости Q будет равен

$$Q = \omega v = \omega \frac{1}{\sqrt{\zeta_{\text{сист}}}} \sqrt{2gH};$$

$\frac{1}{\sqrt{\zeta_{\text{сист}}}}$ обозначим $\mu_{\text{тр}}$ и получим

$$Q = \mu_{\text{тр}} \omega \sqrt{2gH}, \quad (3.1)$$

где $\mu_{\text{тр}}$ – коэффициент расхода трубопроводной системы.

Рассмотрим истечение жидкости из резервуара A в атмосферу (рис. 3.2, б). Сечение 1–1 проведем по уровню жидкости в резервуаре, а сечение 2–2 в конце трубопровода. Плоскость сравнения проведем по оси трубопровода. Для данного случая имеем

$$z_1 = H; z_2 = 0; p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}; v_1 = 0; v_2 = v; \alpha_1 = \alpha_2 = 1.$$

Подставляя эти величины в уравнение Бернулли, получим

$$H = \frac{v^2}{2g} + \sum h_{\text{тр}}, \quad (3.2)$$

где v – скорость в сечении 2–2.

Следовательно, при истечении жидкости в атмосферу напор расходуется на потери напора в трубопроводе и на создание кинетической энергии в выходном живом сечении.

Далее из уравнения Бернулли можно определить скорость

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{\text{сист}}}} \sqrt{2gH},$$

и расход

$$Q = \omega v = \omega \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{\text{сист}}}} \sqrt{2gH}.$$

Обозначим

$$\mu_{\text{тр}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{\text{сист}}}}$$

и получим

$$Q = \mu_{\text{тр}} \omega \sqrt{2gH}. \quad (3.3)$$

Окончательно расчетная формула (3.3) при истечении в атмосферу имеет один и тот же вид с формулой (3.1) при истечении под уровень. В этих формулах коэффициент расхода трубопроводной системы

$$\mu_{\text{тр}} = \frac{1}{\sqrt{\zeta_{\text{сист}}}} \frac{1}{\sqrt{\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta}},$$

при истечении в атмосферу

$$\mu_{\text{тр}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{\text{сист}}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta}}.$$

4. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТ И ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ, НАСАДКИ И ВОДОСЛИВЫ

4.1. Истечение жидкости через отверстия

На практике истечение жидкости из отверстий наблюдается при опорожнении цистерн и различных емкостей. Движение жидкости при истечении из отверстий может происходить как при постоянном, так и при переменном напоре. *Напором H* называется расстояние от свободной поверхности жидкости до центра тяжести отверстия. Истечение при постоянном напоре является примером установившегося движения жидкости, а истечение жидкости при переменном напоре относится к задачам неустановившегося движения.

И в том, и в другом случае истечение может происходить либо в атмосферу (незатопленное отверстие), либо в резервуар, заполненный жидкостью (затопленное отверстие).

Различают следующие виды отверстий: *малое* и *большое*, в *тонкой* и *толстой* стенке.

Малым называют отверстие, диаметр которого меньше $0,1$ напора ($d \leq 0,1H$). Это позволяет считать давление во всех точках этого отверстия практически одинаковым.

Отверстие в тонкой стенке не влияет на форму струи и условия истечения жидкости. Толщина стенки в этом случае не должна превышать $2-3$ диаметра отверстия, т. е. $\delta \leq (2...3)d$. При таком условии жидкость протекает через отверстие, не касаясь боковой поверхности его кромок.

При истечении из отверстия струя жидкости претерпевает значительные изменения. Это происходит из-за непараллельности движения струек в сечении отверстия, что обуславливает уменьшение площади поперечного сечения струи на выходе из отверстия на расстоянии $0,5d$ от внутренней стенки сосуда (рис. 4.1, *a*). Это сечение называется *сжатым*. Движение струи в сжатом сечении близко к параллельно-струйному.

Площадь сжатого сечения струи ω_c несколько меньше площади отверстия ω . Отношение площади сжатого сечения струи ω_c к площади отверстия называется *коэффициентом сжатия струи* ε :

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}$$

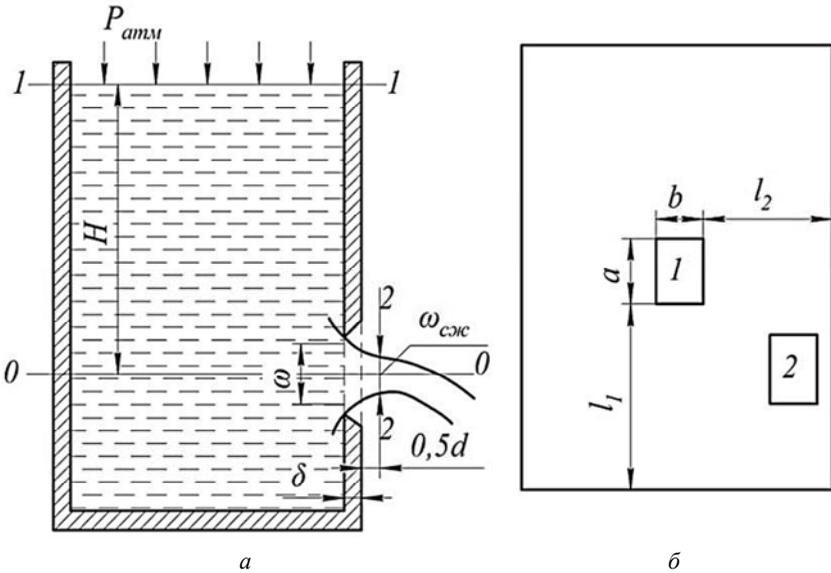


Рис. 4.1. Схема истечения из малого отверстия в тонкой стенке:
 а – сжатие струи на выходе; б – виды сжатия струи

Далее струя падает под действием силы тяжести, и ее поперечное сечение изменяет свою форму. Это явление носит название *инверсия струи*. Так при истечении из круглого отверстия поперечное сечение струи принимает форму эллипса, из треугольного отверстия – форму треугольной звезды.

Сжатие струи зависит от расположения отверстия относительно боковых стенок сосуда. В зависимости от этого различают *полное* и *неполное, совершенное* и *несовершенное сжатие*.

Если струя имеет сжатие по всему периметру, то сжатие называется *полным*. *Неполное* сжатие будет иметь место в том случае, если струя не испытывает сжатия по одной или же по нескольким сторонам. Неполное сжатие будет у отверстия, расположенного около боковой стенки резервуара. Коэффициент сжатия ε будет иметь большее значение при неполном сжатии.

Полное сжатие струи разделяется на совершенное и несовершенное. Сжатие называется *совершенным*, если отверстие расположено достаточно далеко от боковых стенок, свободной поверхности и дна, и они не оказывают влияния на характер истечения. Совершенное сжатие наблюдается, когда расстояние от стенок до отверстия превышает утроенный соответствующий размер отверстия. Для круглого отверстия это расстояние должно быть не менее трех диаметров отверстия, для прямоугольного отверстия (рис. 4.1, б) условиями совершенного сжатия будут $l_1 \geq 3a$ и $l_2 \geq 3b$.

Если это условие не соблюдается и отверстие находится на более близком расстоянии от стенок, то сжатие называют *несовершенным*. При несовершенном сжатии коэффициент ϵ будет больше, чем при совершенном.

При истечении из отверстий задача сводится к определению скорости и расхода вытекающей жидкости. Рассмотрим истечение жидкости через малое отверстие в тонкой боковой стенке (рис. 4.1, а) при постоянном напоре H . Выберем два сечения: 1-1 – на свободной поверхности жидкости в резервуаре, 2-2 – в сжатом сечении струи. Плоскость сравнения $\theta-\theta$ проведем по оси отверстия. Составим для этих сечений уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{тр}}.$$

Сечения 1-1 и 2-2 сообщаются с атмосферой, значит $p_1 = p_2 = p_{\text{ат}}$. Скорость в сечении 1-1 обозначим v_0 и назовем ее *скоростью подхода к отверстию*. Скорость в сжатом сечении обозначим v_c .

$$z_1 = H; z_2 = 0; \alpha_1 = \alpha_2 = 1.$$

Так как при истечении через отверстия имеются место только местные потери напора на вход потока в отверстие, то

$$h_{\text{тр}} = h_{\text{от}} = \zeta_{\text{от}} \frac{v_c^2}{2g},$$

где $\zeta_{\text{от}}$ – коэффициент местного сопротивления отверстия.

При этом уравнение Бернулли примет вид

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_c^2}{2g} + \zeta_{от} \frac{v_c^2}{2g}.$$

Обозначим

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = H_0,$$

где H_0 – полный гидродинамический напор с учетом скорости подхода к отверстию.

Тогда

$$H_0 = \frac{v_0^2}{2g}(1 + \zeta_{от}).$$

Следовательно, скорость истечения жидкости в сжатом сечении

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{от}}} \sqrt{2gH_0}.$$

Величина $\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{от}}}$ обозначается буквой φ и называется *коэффициентом скорости*:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{от}}}.$$

Тогда в сжатом сечении скорость истечения из малого отверстия будет равна

$$v_c = \varphi \sqrt{2gH_0}. \quad (4.1)$$

Расход жидкости в сжатом сечении

$$Q = \omega_c v_c = \omega_c \varphi \sqrt{2gH_0},$$

но $\omega_c = \varepsilon \omega$. Тогда

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH_0},$$

или

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH_0}, \quad (4.2)$$

где μ – коэффициент расхода жидкости через отверстие:

$$\mu = \varepsilon \varphi. \quad (4.3)$$

Скоростью подхода жидкости к отверстию часто пренебрегают ввиду ее малого значения и вместо H_0 в формулу (4.2) вводят напор H :

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}. \quad (4.4)$$

Коэффициенты сжатия ε , скорости φ и расхода μ зависят от формы отверстия и числа Рейнольдса. Для малых круглых и квадратных отверстий в тонкой стенке при совершенном сжатии в квадратичной области сопротивления они имеют следующие значения:

$$\varepsilon = 0,64; \quad \varphi = 0,97; \quad \mu = 0,62.$$

В неквадратичной области сопротивления указанные коэффициенты могут быть определены по графику (рис. 4.2).

При определении расхода жидкости через малое затопленное отверстие в формулу (4.4), вместо H , подставляют разность уровней жидкости в резервуарах перед отверстием и за ним:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g(H_1 - H_2)} = \mu \omega \sqrt{2gH}.$$

где $H = H_1 - H_2$.

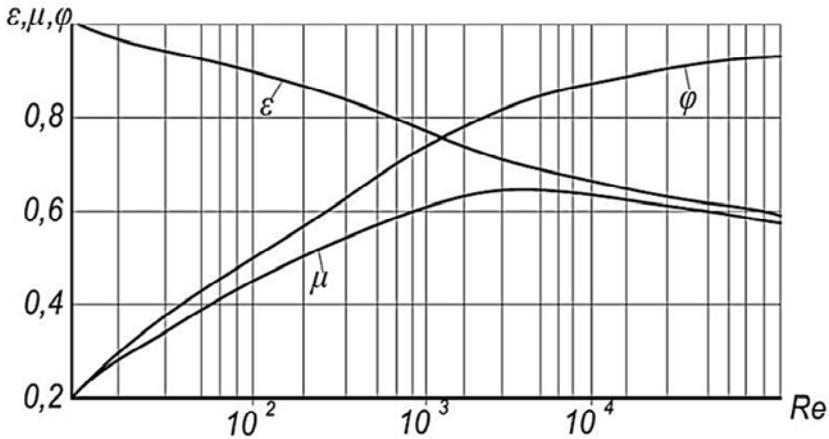


Рис. 4.2. Зависимость коэффициентов ε , φ , μ от числа Re

Коэффициенты μ , ε и φ для малого затопленного отверстия можно принимать такими же, как и для незатопленного отверстия.

4.2. Истечение жидкости через насадки

Насадками называют короткие трубки длиной 3–4 диаметра, прикрепленные к отверстию в стенке сосуда. В практике применяются следующие типы насадков: *цилиндрические* – *внешний* (насадок Вентури) и *внутренний* (насадок Борда) (рис. 4.3, а, б); *конические* – *сходящийся* (рис. 4.3, в) и *расходящийся* (рис. 4.3, г); *conoидальные* (рис. 4.3, д).

При истечении жидкости через насадки так же, как и при истечении из отверстий, используя уравнение Бернулли, можно получить те же расчетные формулы скорости и расхода (4.1) и (4.4):

$$v = \varphi \sqrt{2gH},$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH},$$

где H – напор над центром насадка, м;

ω – площадь выходного сечения насадка, м²;

φ – коэффициент скорости;

μ – коэффициент расхода.

Величины μ и φ в этих формулах имеют другие значения и зависят от конструктивных особенностей различных насадков.

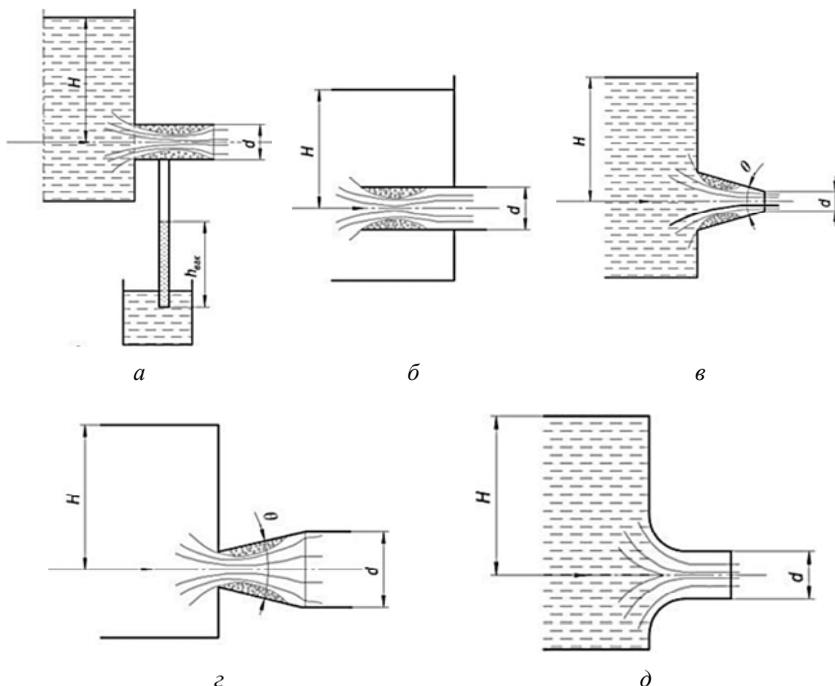


Рис. 4.3. Истечение жидкости через насадки:

a – внешний цилиндрический; *b* – внутренний цилиндрический;

v – конический сходящийся; *z* – конический расходящийся;

d – коноидальный

Внешний цилиндрический насадок. При входе жидкости в насадок струя вначале несколько сжимается, как и при истечении через отверстие, а затем постепенно расширяется. На выходе насадок работает полным сечением. Вокруг сжатого сечения образуются водоворотные зоны с пониженным давлением (вакуумом). Образование вакуума объясняется тем, что в сжатом сечении скорость течения струи больше, чем на выходе из насадка. Согласно уравнению Бернулли давление в сечении с большей скоростью должно быть

меньше, чем давление в сечении с меньшей скоростью. Поскольку на выходе из насадка давление атмосферное, то в сжатом сечении оно меньше атмосферного, т. е. вакуум. Определить величину вакуума можно на основании уравнения Бернулли, составленного для сжатого сечения и выходного сечения в конце насадка. Подставив числовые значения коэффициентов в уравнение Бернулли, получим

$$h_{\text{вак}} = 0,74H, \quad (4.5)$$

т. е. вакуум в насадке прямо пропорционален напору.

Наличие вакуума наглядно демонстрируется, если в месте наибольшего сжатия струи присоединить стеклянную трубку (вакуумметр) и опустить ее в открытый сосуд с жидкостью (рис. 4.3, а). Жидкость в трубке поднимется на высоту $h_{\text{вак}} = 0,74H$.

В связи с образованием вакуума действующий напор увеличивается, что приводит к увеличению пропускной способности и коэффициента расхода μ , который равен 0,82. Поэтому при одинаковом напоре H и входном диаметре d расход жидкости через насадок будет больше, чем через отверстие.

Так как на выходе насадок работает полным сечением, то коэффициент сжатия $\varepsilon = 1$ и, согласно формуле (4.3), $\mu = \varphi = 0.82$.

Предельный теоретический напор можно определить по формуле (4.5), приняв предельное значение вакуума $h_{\text{вак}} = 10$ м,

$$H = \frac{h_{\text{вак}}}{0,74} = \frac{10}{0,74} = 14 \text{ м.}$$

Однако для устойчивой работы насадка не следует допускать значение вакуума для воды свыше 7 м. Отсюда реальный предельный напор будет равен

$$H = \frac{7}{0,74} = 9,4 \text{ м.}$$

При напорах больше предельных в цилиндрических насадках происходит срыв вакуума. При этом струя отрывается от внутренней поверхности насадка и истечение происходит, как из отверстия в тонкой стенке.

Внешние цилиндрические насадки получили большое распространение на практике не только для ускорения истечения жидкости из отверстий в стенках сосудов. Они также устанавливаются в теле дамб для пропуска ливневой и талой воды, под дорожными насыпями, в теле плотин и др.

Внутренний цилиндрический насадок. В этом насадке так же, как и во внешнем цилиндрическом, образуется вакуум, способствующий увеличению расхода. Однако вследствие худших условий подхода жидкости к внутреннему насадку сопротивление на входе, следовательно, и потери напора значительно большие, чем у внешнего насадка. Поэтому расход и скорость у него оказываются меньшими, чем у внешнего.

Конический сходящийся насадок. Этот насадок представляет собой усеченный конус. Площадь сжатого сечения струи на входе в насадок примерно одинакова с площадью выходного сечения. Благодаря этому потери напора в нем меньше, чем у цилиндрических. Основное назначение сходящихся насадков – увеличение скорости выхода жидкости, т. е. создание струи, обладающей большей удельной кинетической энергией. Струя, вытекающая из такого насадка, обладает компактностью и на длительном расстоянии сохраняет свою форму.

Опыты показывают, что коэффициенты расхода μ и скорости φ зависят от угла конусности θ . При угле конусности $\theta = 13^\circ$ насадок обладает более высокими гидравлическими показателями (Q_{\max}).

Конические сходящиеся насадки применяют в пожарных брандспойтах, гидромониторах, соплах гидравлических турбин и т. д.

Конический расходящийся насадок. Струя жидкости при входе в этот насадок испытывает значительное сжатие, а затем расширяется и заполняет все сечение. В сжатом сечении образуется вакуум. Сжатие струи и вакуум здесь больше, чем у цилиндрических насадков, причем величина вакуума возрастает с увеличением угла конусности θ . Оптимальный угол конусности $5-7^\circ$. При большем угле конусности происходит отрыв струи от стенок насадка и срыв вакуума.

Расходящиеся насадки имеют малые скорости выхода, но большую пропускную способность вследствие большей величины вакуума по сравнению с цилиндрическими насадками. Применяют расходящиеся насадки в выходных элементах насосов, инжекторах, трубах-водовыпусках оросительных систем, гидроэнергетических установках и т. д.

Конoidalный насадок. Этот вид насадков имеет форму, близкую к форме струи, вытекающей из отверстия. При такой форме в душевых насадках сжатие струи внутри отсутствует, сопротивление движению будет минимальным, вследствие чего обеспечивают наиболее высокие коэффициенты скорости и расхода.

В табл. 4.1 приведены значения всех коэффициентов для малого отверстия и рассмотренных типов насадков.

Таблица 4.1

Типы отверстий и насадок	Коэффициенты			
	ϵ	ζ	φ	μ
Малое круглое отверстие в тонкой стенке	0,64	0,06	0,97	0,62
Внешний цилиндрический насадок	1,00	0,50	0,82	0,82
Внутренний цилиндрический насадок	1,00	1,00	0,71	0,71
Конический сходящийся насадок	0,98	0,08	0,96	0,94
Конический расходящийся насадок	1,00	3,35	0,48	0,48
Конондальный насадок	1,00	0,06	0,97	0,97

Отверстия и насадки широко используются в качестве расходомеров для измерения количества жидкости, протекающей через них.

4.3. Основные элементы и классификация водосливов

Водосливом называется преграда (порог), установленная на пути потока, через которую переливается жидкость.

Водосливы широко применяются в технике в качестве основных элементов речных гидротехнических и дорожных водопропускных сооружений. Кроме того, они могут служить расходомерами. По теории водосливов рассчитываются плотины, мосты, шлюзы, водопропускные трубы под насыпями дорог и др.

При расчете истечения жидкости через водосливы пользуются следующими основными понятиями (рис. 4.4): *верхний бьеф* (ВБ) – область потока перед водосливом; *нижний бьеф* (НБ) – область потока за водосливом; *гребень (или порог) водослива* – верхняя грань водослива, через которую происходит перелив жидкости из верхнего бьефа в нижний.

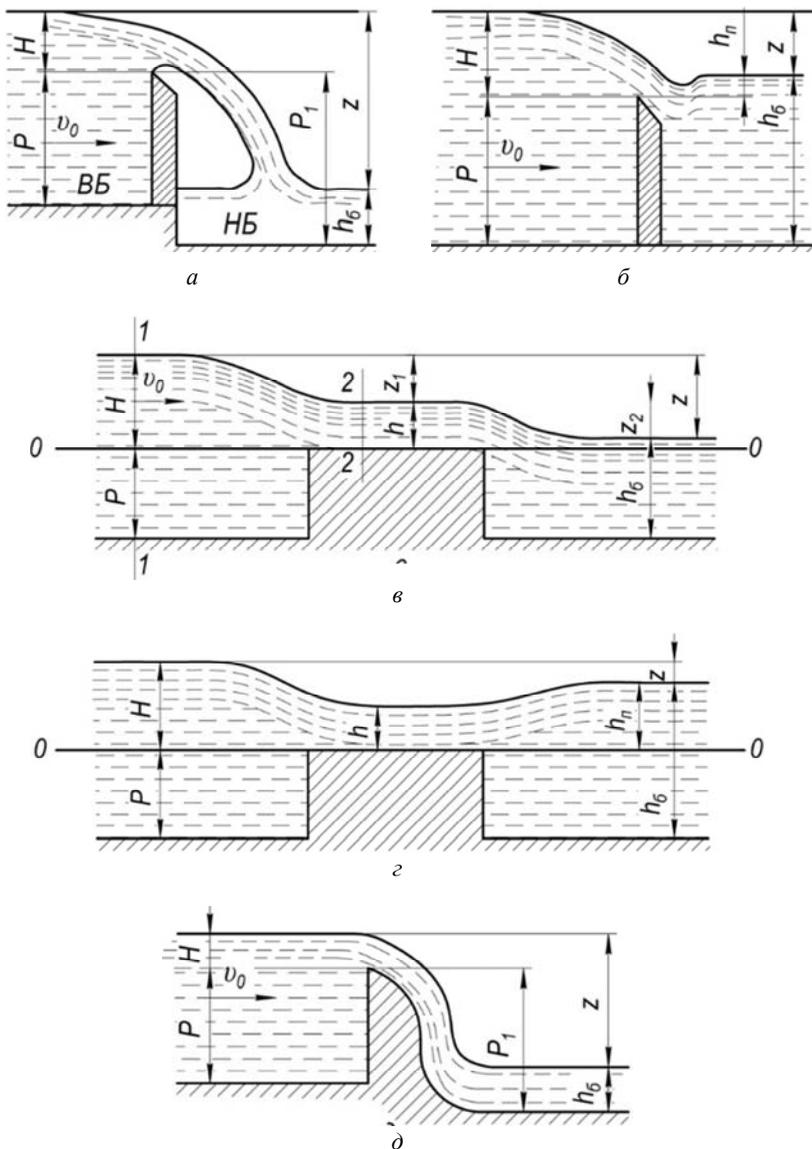


Рис. 4.4. Схемы водосливов различного профиля:
a – неподтопленный с тонкой стенкой; *б* – то же, но подтопленный;
в – неподтопленный с широким порогом; *г* – то же, но подтопленный;
д – практического профиля

Характерными параметрами водослива являются:

b – ширина водослива, измеряемая по длине гребня;

δ – ширина порога (толщина стенки) водослива;

B – ширина потока перед водосливом;

P и P_1 – высота водослива в верхнем и нижнем бьефах соответственно;

H – напор на водосливе, равный разности отметок свободной поверхности верхнего бьефа и гребня водослива;

z – перепад на водосливе, равный разности отметок свободной поверхности воды в верхнем и нижнем бьефах;

h_6 – бытовая глубина (воды в нижнем бьефе);

v_0 – скорость подхода, т. е. средняя скорость потока в верхнем бьефе;

H_0 – полный напор на водосливе с учетом скорости подхода:

Водосливы принято классифицировать по следующим признакам.

1. В зависимости от формы и размеров поперечного сечения, различают водосливы с *тонкой стенкой* (рис. 4.4, а, б), с *широким порогом* (рис. 4.4, в, г) и *практического профиля* (рис. 4.4, д).

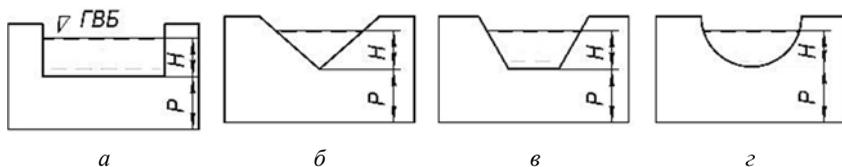
2. В зависимости от геометрической формы водосливного отверстия водосливы делятся на *прямоугольные* (рис. 4.5, а), *треугольные* (рис. 4.5, б), *трапецидальные* (рис. 4.5, в) и *параболические* (рис. 4.5, г).

3. В зависимости от расположения в плане, водосливы бывают *прямые* (рис. 4.6, а), *косые* (рис. 4.6, б), *боковые* (рис. 4.6, в) и *криволинейные* (рис. 4.6, г).

4. В зависимости от влияния нижнего бьефа, водосливы бывают *неподтопленные*, когда уровень воды в нижнем бьефе не влияет на напор и расход водослива, и *подтопленные*, когда Q и H зависят от глубины воды в нижнем бьефе h_6 .

5. В зависимости от соотношения ширины русла в верхнем бьефе B и ширины водослива b , различают водосливы *без бокового сжатия*, когда $b = B$, и с *боковым сжатием*, когда $b < B$.

$$H_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}.$$



4.5. Геометрические формы водосливного отверстия:
 а – прямоугольное; б – треугольное; в – трапециевидальное;
 г – параболическое

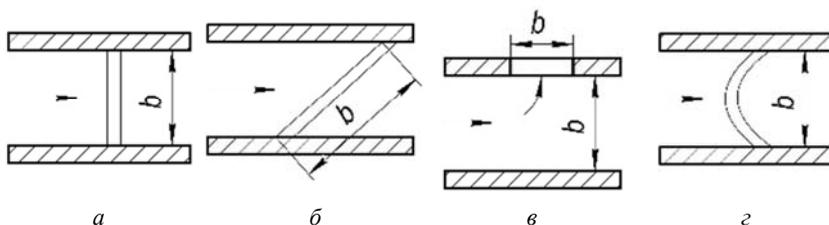


Рис. 4.6. Расположение водосливов в плане:
 а – прямое; б – косое; в – боковое; г – криволинейное

4.4. Водосливы с тонкой стенкой. Влияние подтопления и бокового сжатия

Водосливом с тонкой стенкой называется такой водослив, у которого толщина стенки $\delta \leq (\frac{2}{3})H$. При таком условии толщина стенки не оказывает влияния на форму переливающейся струи.

Водосливы с тонкой стенкой чаще всего применяются для измерения расхода жидкости в открытых потоках.

Рассмотрим движение воды через прямоугольный неподтопленный водослив с тонкой стенкой без учета бокового сжатия.

Неподтопленным (см. рис. 4.4, а) называется такой водослив, у которого уровень нижнего бьефа h_6 не влияет на истечение и располагается ниже порога водослива P , т. е. $h_6 < P$.

Величина расхода через водослив с тонкой стенкой может быть получена по формуле

$$Q = \omega v,$$

где ω – площадь живого сечения переливающейся струи, равная $\omega = \varepsilon bH$ (ε – коэффициент сжатия струи);

v – средняя скорость истечения, равная $v = \varphi\sqrt{2gH}$.

Тогда

$$Q = \varepsilon bH\varphi\sqrt{2gH}.$$

Обозначим произведение коэффициентов $\varepsilon\varphi$ через m и получим формулу расхода через водослив с тонкой стенкой

$$Q = mbH\sqrt{2gH},$$

или

$$Q = mb\sqrt{2g}H^{3/2}, \quad (4.6)$$

где m – коэффициент расхода водослива.

Формулу (4.6) называют *основной расчетной формулой водослива с тонкой стенкой*.

Влияние скорости подхода v_0 на величину расхода Q учтем, заменив в формуле (4.6) напор H полным напором H_0 . При этом получим

$$Q = mb\sqrt{2g}H_0^{3/2}. \quad (4.7)$$

Формула (4.7) может быть представлена как

$$Q = m_0 b\sqrt{2g}H^{3/2}. \quad (4.8)$$

Здесь скорость подхода v_0 учитывается безразмерным коэффициентом m_0 , а не полным напором H_0 .

Коэффициент расхода m_0 может определяться по эмпирическим зависимостям. Наиболее широкое применение имеют следующие формулы:

1) *Базена*:

$$m_0 = \left(0,405 + \frac{0,0027}{H} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{H}{H+P} \right)^2 \right]; \quad (4.9)$$

2) Ребока:

$$m_0 = 0,403 + 0,053 \frac{H}{P} + \frac{0,007}{H}; \quad (4.10)$$

3) Р. Р. Чугаева:

$$m_0 = 0,402 + 0,054 \frac{H}{P}. \quad (4.11)$$

где H – напор на водосливе, м;

P – высота водослива со стороны верхнего бьефа, м.

Формулу (4.9) можно применять, когда P равна 0,25–0,75 м и $H = 0,05$ –0,6 м, а формулу (4.11), когда $P > 0,5$ м и $H > 0,1$ м.

Если уровень нижнего бьефа расположен выше порога водослива ($h_6 > P$), то водослив с тонкой стенкой называется *подтопленным* (см. рис. 4.4, б). При этом должно быть соблюдено определенное отношение перепада уровня на водосливе z к высоте стенки водослива $\frac{z}{p} < 0,7$. При $\frac{z}{p} > 0,7$ будет иметь место отогнанный гидрав-

лический прыжок и водослив будет работать, как *неподтопленный*.

Расход через подтопленный водослив значительно меньше, чем через неподтопленный. Поэтому при гидравлических расчетах учет подтопления водослива имеет существенное значение.

При определении расхода через подтопленный водослив в формулу (4.8) вводится коэффициент подтопления σ_{Π} :

$$Q = \sigma_{\Pi} m_0 b \sqrt{2gH}^{3/2}. \quad (4.12)$$

Коэффициент подтопления σ_{Π} можно определить по эмпирической формуле Базена:

$$\sigma_{\Pi} = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{h_{\Pi}}{P} \right) \sqrt[3]{\frac{z}{H}}. \quad (4.13)$$

Коэффициент σ_{Π} можно также брать по таблице, в зависимости от относительного перепада $\frac{z}{P}$ и относительной глубины подтопления h_{Π} (табл. 4.2).

Таблица 4.2

z / P	Значения σ_{Π} в зависимости от h_{Π} / P										
	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	1,00	1,20
0,10	0,93	0,85	0,76	0,70	0,66	0,64	0,61	0,60	0,58	0,57	0,55
0,15	0,96	0,90	0,82	0,77	0,74	0,71	0,69	0,67	0,66	0,64	0,63
0,20	0,98	0,94	0,87	0,82	0,79	0,76	0,74	0,72	0,71	0,69	0,68
0,30	1,01	0,97	0,92	0,88	0,85	0,83	0,81	0,80	0,79	0,77	0,76
0,40	1,02	0,99	0,95	0,92	0,90	0,88	0,87	0,85	0,84	0,83	0,82
0,50	1,03	1,01	0,98	0,95	0,93	0,92	0,90	0,89	0,89	0,87	0,87
0,60	1,03	1,02	0,99	0,98	0,96	0,94	0,93	0,92	0,92	0,91	0,90
0,70	1,04	1,02	1,00	0,99	0,98	0,96	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93

Если ширина водослива b меньше ширины русла B , то струя при входе на водослив испытывает боковое сжатие. Поэтому расход через такой водослив будет меньше, чем через водослив без бокового сжатия (при одинаковых значениях напора H и ширины водослива b).

Для определения расхода водослива с боковым сжатием пользуются формулой (4.8). Только вместо коэффициента расхода m_0 применяют меньший коэффициент m_c , который определяется эмпирической зависимостью

$$m_c = \left[0,405 + \frac{0,0027}{H} - 0,03 \frac{B-b}{B} \right] \times \left[1 + 0,55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{H}{H+P} \right)^2 \right]. \quad (4.14)$$

Если водослив с боковым сжатием подтоплен, то расход определяют по формуле (4.12), с коэффициентом расхода m_c по формуле (4.14) и коэффициентом подтопления σ_{Π} по формуле (4.13).

4.5. Водослив с широким порогом

Водослив с широким порогом представляет собой прямоугольный порог шириной $\delta \geq (2,0-10)H$.

В зависимости от формы очертания входного ребра водосливы бывают с *закругленным входным ребром* и с *незакругленным*.

Водосливы с широким порогом так же, как и водосливы других профилей, подразделяются на *неподтопленные* и *подтопленные*.

Водослив с широким порогом считается неподтопленным, если $h_6 - P < 0,8H_0$.

При этом уровень нижнего бьефа не оказывает влияния на расход водослива. Движение жидкости через неподтопленный водослив с широким порогом характеризуется наличием двух перепадов свободной поверхности (см. рис. 4.4, в). Перепад z_1 образуется при входе на водослив в начале порога, а z_2 – в конце водослива. Образование перепадов объясняется тем, что широкий порог водослива стесняет поток в русле. В результате уменьшения живого сечения происходит увеличение скорости, в этом сечении, и кинетической энергии. При этом, согласно уравнению Бернулли, потенциальная энергия должна уменьшиться, значит, свободная поверхность должна понизиться. Второй перепад появляется вследствие того, что уровень воды на пороге расположен выше уровня нижнего бьефа.

Свободная поверхность потока в пределах водослива считается горизонтальной, а поток имеет характер параллельно-струйного течения. Это дает возможность при гидравлических расчетах применять уравнение Бернулли.

Выведем расчетную формулу для определения расхода жидкости через неподтопленный водослив с широким порогом. Напишем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 (см. рис. 4.4, в) относительно плоскости сравнения 0-0, проведенной по горизонтальной плоскости порога:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{тр}.$$

Выясним значение слагаемых, входящих в это уравнение:

$$p_1 = p_2 = p_{ат}; v_1 = v_0; v_2 = v; z_1 = H; z_2 = h; \alpha_1 = \alpha_2 \approx 1,0.$$

Потери напора между принятыми сечениями:

$$h_{\text{тр}} = h_{\text{м}} = \zeta \frac{v^2}{2g},$$

где ζ – коэффициент местного сопротивления при входе потока на порог.

Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = h + \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g},$$

но

$$H + \frac{v_0^2}{2g} = H_0,$$

тогда

$$H_0 = \frac{v^2}{2g}(1 + \zeta) + h.$$

Решим это уравнение относительно скорости на водосливе в сжатом сечении:

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \sqrt{2g(H_0 - h)}.$$

Обозначим $\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} = \varphi$ – коэффициент скорости, тогда

$$v = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h)}. \quad (4.15)$$

Расход жидкости через водослив равен

$$Q = \omega v = \omega \varphi \sqrt{2g(H_0 - h)}.$$

Для прямоугольного сечения водослива

$$\omega = bh.$$

Тогда

$$Q = bh\varphi\sqrt{2g(H_0 - h)}. \quad (4.16)$$

Величина коэффициента φ зависит в основном от формы входного ребра водослива и равна 0,85–0,90.

В уравнении (4.16) h является глубиной жидкости на пороге водослива. Существуют два способа определения h .

Согласно постулату французского ученого Беланже,

$$h = \frac{2}{3}H_0.$$

Согласно Б. А. Бахметеву, на пороге водослива устанавливается критическая глубина

$$h = h_{\text{кр}},$$

или

$$h_{\text{кр}} = kH_0 = (0,59 \dots 0,63)H_0,$$

где $k = 0,59–0,63$ для водослива с широким порогом.

При расчете подмостовых отверстий критическая глубина определяется по формуле

$$h_{\text{кр}} = \frac{v_{\text{доп}}^2}{g}, \quad (4.17)$$

где $v_{\text{доп}}$ – допускаемая скорость на размыв русла.

Уравнение (4.16) можно переписать в виде

$$Q = \varphi b \frac{h}{H_0} H_0 \sqrt{2gH_0 \left(1 - \frac{h}{H_0}\right)},$$

но

$$\frac{h}{H_0} = k.$$

тогда

$$Q = \varphi k \sqrt{1-k} \cdot b \cdot \sqrt{2gH_0^3},$$

где $\varphi k \sqrt{1-k} = m$ – коэффициент расхода через водослив с широким порогом.

Окончательно

$$Q = mb\sqrt{2gH_0^3}. \quad (4.18)$$

Если скорость подхода $v_0 < 0,5$ м/с, то ее можно не учитывать, таким образом,

$$Q = mb\sqrt{2g}H^{3/2}.$$

Коэффициент расхода m для водослива с широким порогом зависит от высоты порога P , напора H и очертания входного ребра. Он может быть определен по формулам А. Р. Березинского:

1) для порога с прямоугольным входным ребром:

$$m = 0,32 + 0,01 \frac{3 - \frac{P}{H}}{0,46 + 0,75 \frac{P}{H}}; \quad (4.19)$$

2) для порога с закругленным входным ребром:

$$m = 0,36 + 0,01 \frac{3 - \frac{P}{H}}{1,20 + 1,50 \frac{P}{H}}. \quad (4.20)$$

Значения коэффициента расхода m для разных отношений приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Форма входного ребра водослива	Коэффициент m , при $\frac{P}{H}$								
	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
Прямоугольная	0,385	0,363	0,350	0,342	0,337	0,330	0,325	0,323	0,320
Закругленная	0,385	0,375	0,373	0,370	0,367	0,363	0,362	0,361	0,360

Водослив с широким порогом считается подтопленным (рис. 4.5, з), если уровень воды в нижнем бьефе будет выше уровня воды на пороге водослива. Критерием подтопления водослива следует считать:

$$h_0 - P > 0,8H_0; \quad h_{\text{п}} > h_{\text{кр}}.$$

Расход подтопленного водослива с широким порогом определяется по формуле (4.18) с введением в нее коэффициента подтопления $\sigma_{\text{п}}$:

$$Q = m\sigma_{\text{п}} b \sqrt{2gH_0^3}. \quad (4.21)$$

Значения коэффициентов подтопления $\sigma_{\text{п}}$ для водосливов с широким порогом, в зависимости от $\frac{h_{\text{п}}}{H}$, по данным А. Р. Березинского, приведены в табл. 4.4.

Таблица 4.4

$\frac{h_{п}}{H}$	0,8	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,89	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97
$\sigma_{п}$	1	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93	0,9	0,87	0,84	0,82	0,78	0,74	0,7	0,65	0,59	0,5

Ниже сжатой глубины на пороге в подтопленном водосливе происходит повышение глубины, называемое *перепадом восстановления z*.

При работе водослива с боковым сжатием струя при входе на порог сжимается в плане, в результате чего расход уменьшается.

Расход через водослив с широким порогом, с учетом бокового сжатия, определяется по формулам:

1) для *неподтопленного водослива*:

$$Q = m\epsilon b\sqrt{2gH_0^{3/2}};$$

2) для *подтопленного водослива*:

$$Q = m\epsilon\sigma_{п}\sqrt{2gH_0^{3/2}},$$

где ϵ – коэффициент бокового сжатия потока, представляющий собой относительное уменьшение ширины переливаемой струи:

$$\epsilon = \frac{b_{сж}}{b},$$

где $b_{сж}$ – ширина водослива в сжатом сечении, м.

Коэффициент бокового сжатия ϵ можно определять по формулам:

1) *А. Р. Березинского*:

$$\epsilon = 1 - \frac{a}{\sqrt[3]{0,2 + \frac{P}{H}}} \sqrt[3]{\left(\frac{b}{B}\right)\left(1 - \frac{b}{B}\right)},$$

где a – коэффициент, учитывающий форму обтекаемого устоя, для прямоугольной формы $a = 0,19$, для плавной – $a = 0,10$;

2) *Е. А. Замарина:*

$$\varepsilon = 1 - a \frac{H_0}{b + H_0}. \quad (4.22)$$

Коэффициент a для устоев прямоугольной формы равен 0,20, для полукруглой – 0,11, для криволинейной заостренной – 0,06.

Водосливы с широким порогом применяются в гидротехническом строительстве. Водопрпускные отверстия деревянных и бетонных лесосплавных плотин работают, как водосливы с широким порогом.

При гидравлических расчетах водосливов с широким порогом могут встретиться три основных задачи.

Задача первая. Заданы величины H , b , h_6 и P . Требуется определить расход Q .

1. Устанавливают, будет ли водослив подтоплен или неподтоплен из условия $0,8H_0 > h_6 - P > 0,8H_0$.

2. По типу ребра и отношению $\frac{P}{H}$ определяют коэффициент расхода по формуле (4.19) или (4.20).

3. Для подтопленного водослива определяют коэффициент подтопления σ_n по табл. 4.4.

4. Для неподтопленного водослива расход определяют по формуле (4.18), для подтопленного – по формуле (4.21).

Задача вторая. Заданы величины Q , H , h_6 и P . Требуется определить ширину водослива b .

1. Определяем условия подтопления водослива.

2. Определяем значения коэффициента расхода m и коэффициента подтопления σ_n , как и при решении первой задачи.

3. Затем определяем по формуле (4.18) или (4.21) ширину водослива b .

4. При наличии бокового сжатия значение коэффициента ε определяют по формуле (4.22).

Задача третья. Заданы величины Q , b , h_6 и P . Требуется определить напор H .

1. Считая водослив неподтопленным ($\sigma_n = 1$), без учета бокового сжатия, по формуле (4.18) определяют величину полного напора H_0 .

2. Значение коэффициента расхода m принимают равным 0,32–0,36.
3. По отношению $0,8H_0 > h_6 - P > 0,8H_0$ проверяют условия подтопления водослива и уточняют значение коэффициента расхода m .
4. Для подтопленного водослива по отношению $\frac{h_6 - P}{H}$ определяют коэффициент подтопления σ_n .
5. Затем уточняют значение полного напора H_0 .

4.6. Водослив практического профиля

Водосливы практического профиля, как и водосливы с широким порогом, применяются при устройстве плотин. Они могут иметь стенку прямолинейного и криволинейного очертания. Наибольшее применение получили водосливы практического профиля (рис. 4.4, д), выполненные по форме свободно падающей струи.

Водосливы практического профиля делятся на *вакуумные*, если на гребне под струей создается область пониженного давления, и *безвакуумные*, если струя отрывается от поверхности водослива. Вакуум увеличивает расход, но создает неустойчивый характер переливания струи.

Расход жидкости через неподтопленный водослив практического профиля определяется по общей формуле для водосливов (4.18):

$$Q = mb\sqrt{2g}H_0^{3/2}.$$

Значения коэффициента расхода m для безвакуумных водосливов принимаются равными 0,45–0,49, для вакуумных – 0,49–0,58.

Водослив практического профиля будет подтопленным, если уровень жидкости в нижнем бьефе выше его гребня. Учет подтопления производится введением в формулу расхода коэффициента подтопления σ_n :

$$Q = \sigma_n mb\sqrt{2g}H_0^{3/2}.$$

Значения коэффициентов σ_n для водослива практического профиля определяются по табл. 4.5 в зависимости от $\frac{z}{H}$.

Таблица 4.5

z/H	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
σ_{Π}	0,999	0,997	0,994	0,990	0,98	0,970	0,960	0,940	0,906	0,858	0,790	0,699	0,575	0,412	0

Если поток жидкости при подходе к водосливу претерпевает боковое сжатие, то расход уменьшается. Это учитывается введением в формулу расхода коэффициента бокового сжатия ε . Величину коэффициента ε можно подсчитать по формуле Френсиса – Кригера:

$$\varepsilon = 1 - 0,1n\zeta \frac{H_0}{b},$$

где n – число боковых сжатий;

ζ – коэффициент формы боковых кромок водослива (принимается согласно рис. 4.7).

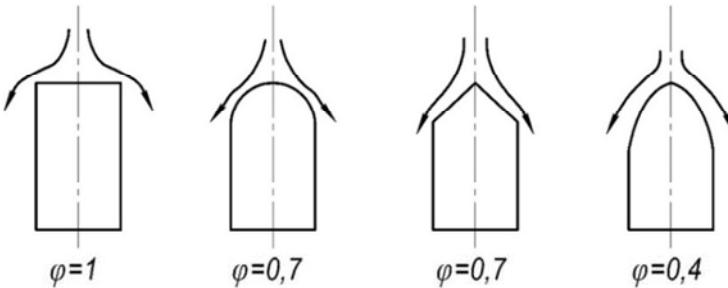


Рис. 4.7. Формы боковых кромок водосливов

4.7. Упрощенный гидравлический расчет отверстий малых мостов и коротких безнапорных труб

Как малые мосты, так и короткие безнапорные трубы, в гидравлическом отношении представляют собой водослив с широким порогом, который имеет нулевую высоту. При их работе повышение уровня воды в верхнем бьефе и увеличение скорости в пределах сооружения происходит за счет бокового сжатия потока.

Как и водосливы, отверстия малых мостов и коротких безнапорных труб могут быть *подтопленными* и *неподтопленными*.

Отверстие будет подтопленным, если

$$h_6 > 0,8H_0, \quad (4.23)$$

и неподтопленным, если

$$h_6 < 0,8H_0. \quad (4.24)$$

Расчет отверстий малых мостов. В задачу гидравлического расчета отверстий малых мостов входит определение ширины подмостового отверстия. Исходными данными для гидравлического расчета являются:

– расчетный расход Q , установленный по гидрологическим данным;

– глубина воды в нижнем бьефе h_6 , равная естественной бытовой глубине;

– допускаемая скорость протекания воды в сооружении $v_{\text{доп}}$, принимаемая из условия неразмываемости русла, в зависимости от рода грунта или типа крепления русла;

– высота насыпи $H_{\text{нас}}$.

Для удешевления строительства моста его отверстие стремятся сделать как можно меньше. Но уменьшение отверстия увеличивает подъем воды перед мостом и скорость течения под мостом. Эта скорость не должна превышать допускаемой скорости $v_{\text{доп}}$. Кроме того, глубина воды перед мостом не должна быть больше высоты насыпи дороги над дном реки.

$$H \leq H_{\text{нас}} - a,$$

где a – расстояние от бровки насыпи до поверхности воды.

Характер протекания воды в отверстиях малых мостов зависит от соотношения между бытовой глубиной потока h_6 и критической глубиной потока в подмостовом русле $h_{\text{кр}}$. Если бытовая глубина h_6 меньше критической глубины $h_{\text{кр}}$, то истечение происходит, как через неподтопленный водослив. Расчетная схема протекания воды

через отверстия малых мостов, работающих по схеме неподтопленного водослива, приведена на рис. 4.8.

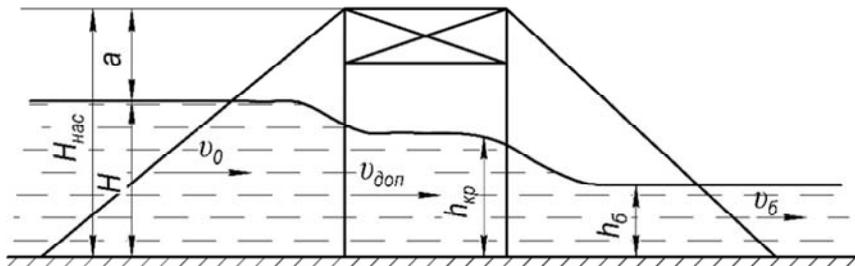


Рис. 4.8. Расчетная схема движения воды через подмостовое отверстие

Расчетный расход воды, который может быть пропущен через отверстие моста, равен

$$Q = \omega_c v_{\text{доп}},$$

где ω_c – площадь живого сечения потока под мостом, м^2 .

Вследствие бокового сжатия потока $\omega_c = \varepsilon \omega$. Тогда

$$Q = v_{\text{доп}} \varepsilon \omega,$$

где ε – коэффициента бокового сжатия потока при входе в отверстие, равный для мостов с конусами 0,90, для мостов без конусов – 0,80.

Площадь живого сечения потока будет равна произведению глубины воды под мостом $h_{\text{кр}}$ и ширины потока на свободной поверхности, т. е. $\omega = h_{\text{кр}} b$. Тогда

$$Q = v_{\text{доп}} \varepsilon h_{\text{кр}} b,$$

откуда

$$b = \frac{Q}{v_{\text{доп}} \varepsilon h_{\text{кр}}}.$$

Критическую глубину под мостом определим по формуле (4.17):

$$h_{\text{кр}} = \frac{v_{\text{доп}}^2}{g}.$$

Полный напор перед мостом определим из формулы (4.15):

$$v = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h)},$$

где h – глубина воды под мостом, равная критической глубине, $h = h_{\text{кр}}$, м;

φ – коэффициент скорости, равный 0,90–0,95.

Примем $v = v_{\text{доп}}$, а $H_0 = H$. Тогда

$$H = h_{\text{кр}} + \frac{v_{\text{доп}}^2}{2g\varphi^2}. \quad (4.25)$$

Подставим значение $h_{\text{кр}}$ и получим

$$H = \frac{v_{\text{доп}}^2}{2g} \frac{2\varphi^2 + 1}{2\varphi^2}.$$

Расчет коротких безнапорных труб. При пропуске паводковых расходов через трубы, уложенные в теле земляного полотна, характер движения жидкости зависит от напора, глубины воды в нижнем бьефе, типа трубы, ее размеров и шероховатости.

Трубы, уложенные в теле земляного полотна, могут быть разного поперечного сечения (прямоугольные, круглые), короткими ($l = [4-15]H$) и длинными. Они могут работать в режиме *напорного* движения и *безнапорного*.

Рассмотрим *безнапорное* движение воды в прямоугольной трубе, расположенной горизонтально в теле земляного полотна дороги (рис. 4.9). Безнапорное движение будет при условии

$$H = (0,8 \dots 0,9)h,$$

где h – высота поперечного сечения трубы, м.

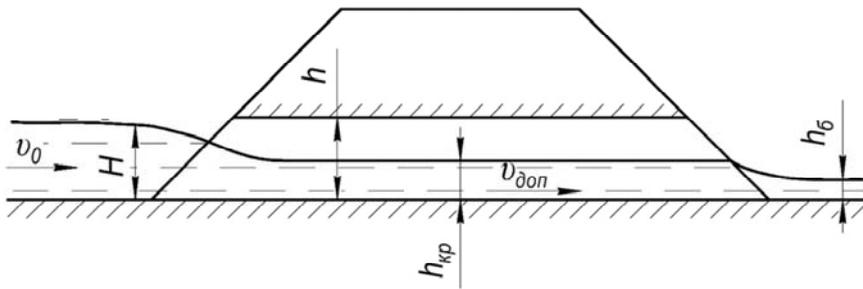


Рис. 4.9

Формулы для расчета коротких безнапорных труб те же, что и для расчета отверстий мостов, работающих по схеме неподтопленного водослива.

Считая отверстие трубы неподтопленным, по формуле (4.25) определяют напор H перед входом в трубу. По соотношениям (4.23) и (4.24) определяют условия подтопления отверстия трубы. Если оно окажется потопленным, тогда уточняют напор по формуле

$$H = h_б + \frac{v_{доп}^2}{2g\varphi^2}.$$

5. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

5.1. Основные понятия. Расчетные уравнения равномерного движения воды в открытых руслах

Открытые водотоки, в которых вода движется со свободной поверхностью, подразделяются на *естественные* и *искусственные*.

К *естественным руслам* относятся все виды водотоков, существующих в природных условиях на земле, начиная со сбегаящих по склонам ручейков, включая большие ручьи, малые и большие реки. Подземные потоки, несущие воду со свободной поверхностью, также относятся к категории естественных русел. Гидравлические свойства естественных русел чрезвычайно разнообразны и условия движения воды в них довольно трудно поддаются аналитическому описанию.

Искусственные русла (каналы) создаются усилиями человека для удовлетворения определенных нужд. По назначению различают каналы *судоходные*, *лесосплавные*, *ирригационные*, *дренажные траншеи*, *придорожные канавы* и др.

Гидравлические свойства таких искусственных русел могут регулироваться в желаемых границах или предусматриваться при проектировании. Только применительно к искусственным руслам можно рассматривать равномерное движение воды в открытых руслах. Условия движения воды в них описываются сравнительно несложными уравнениями.

При равномерном движении в открытых руслах по длине потока расход Q , уклон дна i , глубина наполнения h , размеры сечения и его форма, коэффициент шероховатости стенок n являются постоянными.

Схематически равномерное движение воды в открытом русле показано на рис. 5.1. Для вывода уравнения равномерного движения рассмотрим участок канала длиной l , глубиной наполнения русла h и уклоном дна i . Уклон дна $i = \sin \theta$. Заметим, что в руслах различают положительные, нулевые и отрицательные уклоны. *Положительным*, или *прямым*, является уклон канала, который понижается в направлении движения. *Нулевым* называется горизонтальный уклон. *Отрицательным* является уклон канала, который повышается в направлении движения. Равномерное движение возможно только в руслах с прямым уклоном.

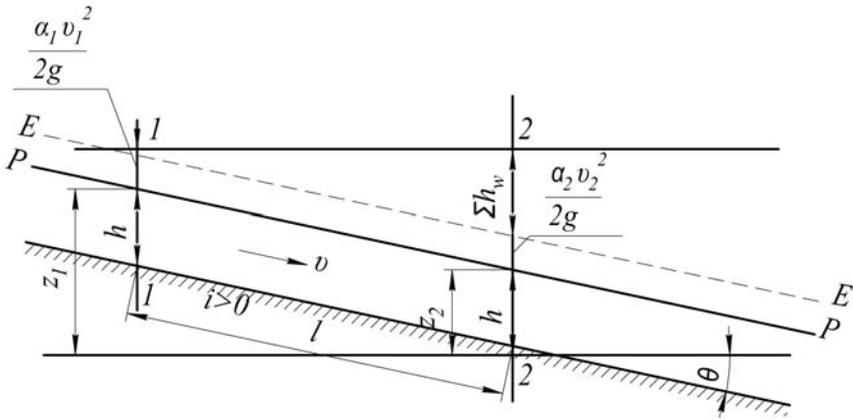


Рис. 5.1. Схема равномерного движения в открытом русле

Рассмотрим уравнение Бернулли для двух ограничивающих участков сечений 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{\text{тр}}.$$

Давление на свободной поверхности при равномерном движении во всех сечениях будет одинаковым и равным атмосферному, т. е. $p_1 = p_2 = p_{\text{ат}}$. Поэтому пьезометрическая линия совпадает со свободной поверхностью воды в канале. Так как скорость по длине потока не меняется, то

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = \frac{\alpha v^2}{2g} = \text{const.}$$

Напорная линия будет параллельна свободной поверхности. Окончательно уравнение равномерного движения примет вид

$$z_1 = z_2 + \sum h_{\text{тр}}.$$

При равномерном движении местные сопротивления отсутствуют. Суммарные потери напора $\sum h_{\text{тр}}$ будут обусловлены только потерями по длине потока, и поэтому

$$\sum h_{\text{тр}} = h_l, \text{ или } h_l = z_1 - z_2.$$

Из сказанного ранее видно, что гидравлический уклон

$$I = \frac{h_l}{l}.$$

Уклон свободной поверхности

$$I_{\text{п}} = \frac{z_1 - z_2}{l}.$$

Так как свободная поверхность параллельна дну канала, то, очевидно, можно записать, что

$$i = I = I_{\text{п}}.$$

Основной формулой для расчета равномерного движения воды в открытых руслах, как и при расчете в напорных трубопроводах, является формула Шези. Она имеет следующий вид:

1) для определения средней скорости потока:

$$v = C\sqrt{RI} = C\sqrt{Ri};$$

2) для определения расхода:

$$Q = \omega C\sqrt{RI} = \omega C\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}, \quad (5.1)$$

где v – средняя скорость открытого потока, м/с;

Q – расход, м³/с;

I – гидравлический уклон. При равномерном движении воды в открытых руслах, как было показано выше, он равен уклону дна i ;

R – гидравлический радиус живого сечения потока, м;

ω – площадь живого сечения, м²;

C – скоростной коэффициент;

$K = \omega C \sqrt{R}$ – расходная характеристика (при $i = I$), м³/с.

Для вычисления коэффициента C наиболее распространенной является формула Н. Н. Павловского:

$$C = \frac{1}{n} R^y,$$

где n – коэффициент шероховатости;

R – гидравлический радиус живого сечения потока;

y – показатель степени, зависящий от R и n и определяемый по формуле

$$y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,10).$$

Приближенное значение показателя степени y можно определить по зависимостям

$$y = 1,5\sqrt{n}, \text{ при } R < 1 \text{ м,}$$

$$y = 1,3\sqrt{n}, \text{ при } R > 1 \text{ м.}$$

В гидравлических расчетах, связанных с проектированием различных технических мероприятий на реках, для определения коэффициента C часто пользуются формулой Маннинга:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6},$$

где n – коэффициент относительной шероховатости;

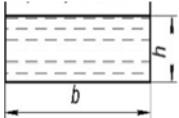
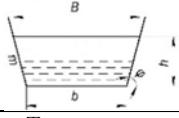
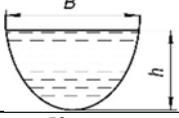
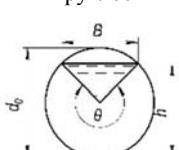
R – гидравлический радиус.

Значения коэффициентов шероховатости n для различного рода стенок и естественных русел можно найти в справочной литературе.

5.2. Гидравлические элементы поперечного профиля русел каналов

Искусственные русла (каналы) обычно проектируются с сечением правильной формы. В табл. 5.1 приведены наиболее часто используемые на практике формы поперечного сечения каналов и показана связь между основными их элементами.

Таблица 5.1

Сечение канала	Площадь живого сечения ω	Смоченный периметр χ	Гидравлический радиус R	Ширина поверху B	Средняя глубина h_{cp}
 <p>Прямоугольное</p>	bh	$b + 2h$	$\frac{bh}{b + 2h}$	b	h
 <p>Трапецидальное</p>	$(b + mh)h$	$b + 2h\sqrt{1+m^2}$	$\frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$	$b + 2mh$	$\frac{(b + mh)h}{b + 2mh}$
 <p>Треугольное</p>	mh^2	$2h\sqrt{1+m^2}$	$\frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$	$2mh$	$\frac{1}{2}h$
 <p>Параболическое</p>	$\frac{2}{3}Bh$	$B + \frac{8}{3}h$	$\frac{2B^2h}{3B^2 + 8h^2}$	$\frac{3\omega}{2h}$	$\frac{2}{3}h$
 <p>Круглое</p>	$\frac{1}{8}(\theta - \sin\theta)d_0^2$	$\frac{1}{2}\theta d_0$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right)d_0$	$\left(\sin\frac{1}{2}\theta\right)d_0$ или $2\sqrt{h(d_0 - h)}$	$\frac{1}{8}\left(\frac{\theta - \sin\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\right)d_0$

Формулу поперечного сечения канала чаще всего принимают трапециевидальной, реже прямоугольной, треугольной, параболической или круглой. Прямоугольное, трапециевидальное и треугольное сечения характеризуются коэффициентом заложения откоса m . Коэффициент m выбирается по условиям устойчивости откоса, в зависимости от качества грунта и принятого способа укрепления откосов. Коэффициент заложения откоса

$$m = \operatorname{ctg} \varphi.$$

Каналы с неменяющимся поперечным сечением и постоянным уклоном дна i называются *призматическими* (цилиндрическими). Каналы, не удовлетворяющие этим условиям, называются *непризматическими* (нецилиндрическими).

Так как величина i в каналах обычно невелика, то глубины воды h в канале измеряются по вертикали; при этом условно считают, что живые сечения потока вертикальны, но не перпендикулярны дну. *Глубина потока* h – вертикальное расстояние от наинизшей точки сечения канала до свободной поверхности.

Ширина канала поверху B представляет собой ширину сечения канала на уровне свободной поверхности. *Площадь живого сечения* ω – площадь поперечного сечения потока, нормального к направлению движения жидкости.

Смоченный периметр χ – это длина линии пересечения смоченной поверхности канала с плоскостью живого сечения.

Гидравлический радиус R есть отношение площади живого сечения к его смоченному параметру:

$$R = \frac{\omega}{\chi}.$$

Средняя глубина $h_{\text{ср}}$ есть отношение площади живого сечения к ширине поверху:

$$h_{\text{ср}} = \frac{\omega}{B}.$$

5.3. Гидравлически наивыгоднейший профиль русла каналов

Для пропуска заданного расхода Q русло канала с уклоном дна i должно иметь строго определенную площадь живого сечения ω . Однако отдельные размеры такого живого сечения могут иметь самые различные соотношения. Например, прямоугольные и трапециевидные сечения могут иметь различные отношения ширины понизу к глубине потока h . Так на рис. 5.2 показаны три трапециевидных русла с одинаковой площадью живого сечения, но различным отношением b/h .

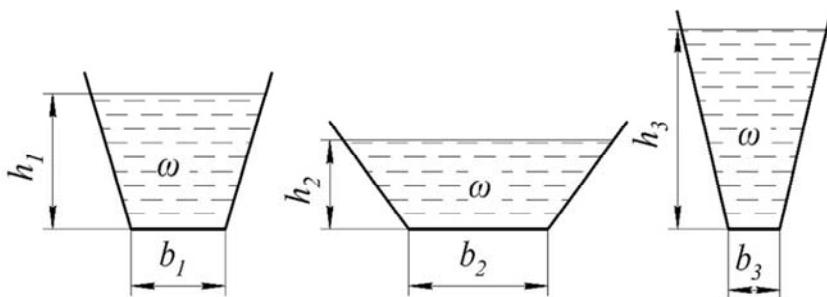


Рис. 5.2. Схемы к определению гидравлически наивыгоднейших размеров сечения

Из формулы для расчета расхода при равномерном движении (5.1) видно, что при заданной площади ω и уклоне i наибольший расход пропустит то сечение, которое имеет наибольший гидравлический радиус R (наименьший смоченный периметр χ). Такое поперечное сечение русла, которое при заданной площади ω и уклоне i имеет наибольшую пропускную способность, называется *гидравлически наивыгоднейшим*.

Смоченный периметр χ и площадь живого сечения ω для трапециевидного сечения определяются по зависимостям

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2}; \quad (5.2)$$

$$\omega = h(b + mh). \quad (5.3)$$

Найдем значение b из уравнения (5.3) и подставим его в уравнение (5.2). Имеем

$$\chi = \frac{\omega}{h} - mh + 2h\sqrt{1+m^2}.$$

Чтобы найти минимальное значение χ воспользуемся теоремой необходимого условия существования экстремального значения дифференцируемой функции. Согласно этой теореме, производная от функции обращается в нуль в той точке, в которой она имеет минимальное значение. Поэтому необходимо решить уравнение

$$f'(\chi) = 0,$$

или

$$\frac{d\chi}{dh} = -\frac{\omega}{h^2} - m + 2\sqrt{1+m^2} = -\frac{h(b+mh)}{h^2} - m + 2\sqrt{1+m^2} = 0.$$

Из полученного выражения найдем гидравлически наивыгоднейшее отношение $\frac{b}{h}$:

$$\frac{b}{h} = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right).$$

В случае прямоугольного русла ($m = 0$):

$$\frac{b}{h} = 2.$$

Гидравлический радиус, соответствующий гидравлически наивыгоднейшему трапецидальному сечению, будет

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{h\left(\frac{b}{h} + m\right)}{\frac{b}{h} + 2\sqrt{1+m^2}} = \frac{h}{2}.$$

Гидравлически наивыгоднейшие профили не всегда являются экономически наивыгоднейшими. При проектировании канала его живые сечения всегда стремятся приблизить к гидравлически наивыгоднейшим или близким к ним. В то же время каналы должны иметь необходимые эксплуатационные характеристики и минимальное количество земляных работ.

5.4. Допустимые скорости течения воды в каналах

Расчетные скорости течения воды в каналах принимают в зависимости от назначения канала, от топографических и геологических условий, в которых должна проходить его трасса, а также от условий будущей эксплуатации канала. Правила назначения расчетных скоростей часто бывают различны для каналов судоходных, лесосплавных, оросительных, энергетических, комбинированных. Но для всех без исключения каналов скорость течения воды в них должна обеспечивать наибольшую экономичность сооружения, и в то же время должны соблюдаться следующие требования:

- скорость течения воды в канале не должна вызывать размыв русла, т. е. не должна превышать так называемую «предельную скорость по размыву», величина которой зависит от характера грунтов, слагающих русло канала;

- скорость течения воды в канале не должна вызывать заиливание русла взвешенными наносами, содержащимися в потоке, т. е. не должна быть меньше так называемой «предельной скорости по заилению», зависящей от количества и крупности наносов и от формы поперечного сечения канала;

- скорость течения воды в канале не должна допускать зарастания канала травяной растительностью и водорослями;

- скорость течения воды в канале должна обеспечивать создание оптимального зимнего режима (в одних случаях без образования льда, а в других случаях с созданием ледяного покрова в период шугообразования);

- скорость течения воды в канале должна обеспечивать специальные эксплуатационные требования (сплав судоходства) и др.

Все указанные требования в ряде случаев вызывают достаточно серьезные противоречия. Большие скорости течения обычно являются выгодными, так как они дают меньший объем выемок, лучше

обеспечивают незаиляемость и незарастаемость каналов. В то же время большие скорости создают дополнительные трудности по укреплению откосов.

Установление предельной скорости по размыву является чрезвычайно сложной задачей вследствие многочисленных факторов, влияющих на условия размыва русла действием текущей воды. Поэтому до сих пор точного теоретического решения данной проблемы не получено. Для практических расчетов можно воспользоваться экспериментальной формулой профессор В. Н. Гончарова, которая применима во всем диапазоне крупности частиц песка и гравия:

$$v_{\text{разм}} = 0,96\sqrt{g} \left(\frac{d_{\text{ср}}h}{d_{90}} \right)^{0,2} (d_{\text{ср}} + 0,0014)^{0,3},$$

где $d_{\text{ср}}$ – средний диаметр частиц, м;

d_{90} – диаметр частиц, обеспеченных на 90 % на кривой гранулометрического состава, м;

h – глубина потока, м.

Если вода, поступающая в канал, насыщена взвешенными наносами, появляется опасность заиления канала. Для предотвращения заиления принимаются меры конструктивного или эксплуатационного характера.

Одним из основных мероприятий, защищающих каналы от заиления, является создание достаточных скоростей течения, препятствующих осаждению наносов. Такая скорость, при которой взвешенные наносы начинают осаждаться, называется *предельной незаиляющей скоростью*. Канал будет защищен от заиления в том случае, если фактическая скорость в нем будет выше предельной незаиляющей.

На основании проведенных исследований были получены достаточно совершенные расчетные формулы. Формула профессора И. И. Леви для определения критической незаиляющей скорости $v_{\text{незаиля}}$ имеет вид

$$v_{\text{незаиля}} = 0,01 \frac{W}{\sqrt{d_{\text{ср}}}} \sqrt[4]{\frac{p}{0,01}} \cdot \frac{0,0225}{n} \sqrt{R},$$

где W – гидравлическая крупность, м/с, для частиц с диаметром $d = d_{\text{ср}}$;

$d_{\text{ср}}$ – средний диаметр для частиц преобладающей массы взвешенных наносов, мм;

p – процент (по массе) взвешенных наносов с крупностью 25 мм;

n – коэффициент шероховатости русла канала;

R – гидравлический радиус, м.

На практике не всегда удается выдерживать изложенные требования по созданию необходимых скоростей в каналах. Если скорости по размыву больше допустимых, необходимо применять искусственное крепление стенок канала. Если они меньше критических незаилающих, необходимо предусматривать периодическую чистку каналов.

5.5. Гидравлический расчет каналов

Любой канал характеризуется формой и размерами живого сечения, пропускаемым расходом Q , средней скоростью v , коэффициентом шероховатости n , уклоном дна i и коэффициентом заложения откосов (трапециевидные, треугольные, прямоугольные). Некоторые из этих величин задаются условиями проектирования, другие определяются в результате гидравлического расчета канала. Возникает целый ряд задач по расчету каналов. Остановимся на наиболее часто встречающихся из них и рассмотрим несколько примеров по гидравлическому расчету каналов трапециевидной формы.

1. При заданной форме и размерах живого сечения известной величиной является и средняя скорость потока воды в канале v . Требуется определить расход Q и уклон дна i .

Решение задач подобного типа проводим в следующей последовательности:

– вычисляем площадь живого сечения ω . Расчетные формулы для определения ω для ряда форм каналов приведены в табл. 5.1;

– находим расход

$$Q = \omega v;$$

– определяем уклон дна i (из основной формулы равномерного движения):

$$i = \frac{v^2}{C^2 R}.$$

Так как размеры живого сечения заданы, то гидравлический радиус R легко определяется. По известным R и n находим C (по одной из приведенных формул или специальным таблицам).

2. Для канала трапециевидальной формы известны Q , v , m , n , h или b . Требуется определить уклон дна i и величину b или h . Задачу можно решать в следующей последовательности:

– вычислить площадь живого сечения:

$$\omega = \frac{Q}{v};$$

– записать уравнение для определения площади живого сечения (табл. 5.1). Имеем геометрическое уравнение с одним неизвестным b или h ;

– определить уклон по формуле:

$$i = \frac{v^2}{C^2 R}.$$

3. Заданы размеры живого сечения b , h и m , необходимо найти v или Q при известных i и n , или при известных пяти величинах требуется найти Q , n или i . Задача решается в следующей последовательности:

– находят площадь живого сечения ω , смоченный периметр χ , гидравлический радиус R . Зная R и n , находят C , зная C и R , определяют v :

$$v = C\sqrt{Ri};$$

– зная v и ω , находят Q :

$$Q = \omega v.$$

4. Размеры живого сечения не заданы, искомыми величинами являются h и b , значение m для гидравлических расчетов обычно задается. Такие задачи решаются путем подбора искомой величины.

Если канал имеет составной профиль (рис. 5.3), то его сечение с помощью вспомогательной линии делится на ряд отдельных частей. Для каждого выделенного отсека расход Q_1, Q_2, Q_3 определяется изложенными выше методами. Общий расход воды в канале Q будет равен

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

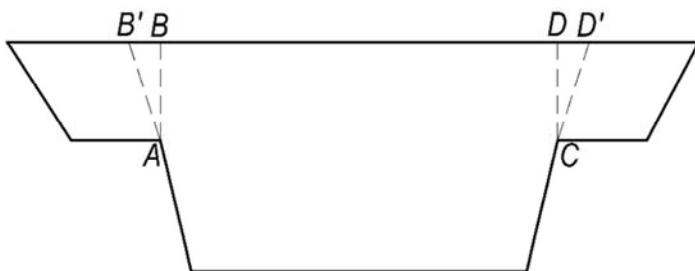


Рис. 5.3. Схема к расчету составных сечений канала

5.6. Методы гидравлического расчета естественных русел

Выше отмечалось, что равномерное движение воды возможно только в искусственных руслах-каналах, имеющих правильную форму поперечного сечения и неизменные другие характеристики по длине канала. В естественных же руслах поперечное сечение, шероховатость и т. д. меняются вдоль потока. Поэтому движение потока в естественных руслах определяют как неравномерное.

Однако на прямолинейных участках реки с медленно изменяющимися по длине формой и площадью поперечного сечения движения потока с некоторой степенью приближения можно считать равномерным, и для гидравлических расчетов в таких руслах можно применять формулу Шези:

$$v = C\sqrt{Ri}; \quad Q = \omega C\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}.$$

Это допущение широко применяется в инженерной практике. Для выполнения расчетов по определению расходов, скоростей и т. д. при интересующих уровнях необходимо знать площадь жи-

вого сечения, смоченный периметр, гидравлический радиус, уклон свободной поверхности и коэффициент шероховатости. Площади живых сечений потока, уклон свободной поверхности устанавливаются в процессе проводимых изысканий.

Уклон вычисляют по формуле

$$i = \frac{z_{\text{в}} - z_{\text{н}}}{l},$$

где $z_{\text{в}}$ и $z_{\text{н}}$ – отметки горизонтов воды в верхнем и нижнем створах рассматриваемого участка реки;

l – длина участка реки по геометрической оси потока.

Уклон свободной поверхности изменяется вместе с уровнями. Поэтому его необходимо измерять при ряде значений уровней.

Коэффициент шероховатости при известных расходе Q , уклоне свободной поверхности, гидравлическом радиусе и площади живого сечения можно определить по формуле Н. Н. Павловского или Маннинга.

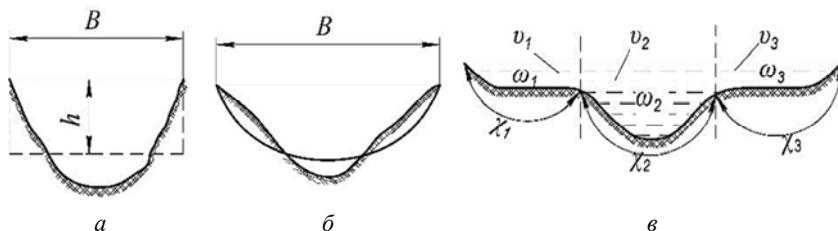


Рис. 5.4. Схемы к расчету естественных русел:
а, б – сосредоточенное русло; в – пойменное русло

Для облегчения выполнения расчетов часто естественные поперечные сечения заменяют поперечным сечением правильной формы, по площади равным естественному. Если естественное русло характеризуется сравнительно большой шириной $B \gg h$, то его сечение заменяют прямоугольным (рис. 5.4, а). Тогда смоченный периметр будет равен ширине русла реки поверху $\chi = B$, поперечное сечение $\omega = Bh$, а гидравлический радиус $R = h$. Для принятых условий расчетные формулы будут иметь вид

$$Q = BCh^{1,5}\sqrt{i}; \quad K = BCh^{1,5}.$$

Если естественное русло приводят к параболическому очертанию (рис. 5.4, б), то

$$\omega = \frac{2}{3}Bh; \quad \chi = B; \quad R = \frac{2}{3}h.$$

Формулы расхода и расходной характеристики примут вид

$$Q = 0,545BCh^{1,5}\sqrt{i}; \quad K = 0,545BCh^{1,5}.$$

Наиболее надежные способы определения размеров естественных русел, скоростей потока и других характеристик излагаются в разделах гидрометрии. Гидравлический расчет пойменного русла (рис. 5.4, в) производится с условной его разбивкой на несколько характерных частей: выделяются меженные русла и пойменные участки, которые иногда делятся по степени шероховатости. В приведенном пойменном русле можно выделить меженное русло, с площадью живого сечения ω_2 , и два пойменных участка, с площадями живых сечений ω_1 и ω_3 . Для каждого из выделенных участков определяется свой расход: Q_1 , Q_2 , Q_3 . При определении смоченного периметра учитывают только участки соприкосновения жидкости с граничными поверхностями русла. Длину линий раздела частей потока в пределах жидкости в смоченный периметр не включают. Суммарный расход пойменного русла будет равен

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

или

$$Q = v_1\omega_1 + v_2\omega_2 + v_3\omega_3.$$

Средние скорости в меженном русле и на пойменных участках могут резко отличаться друг от друга, так как сильно разнятся коэффициенты шероховатости для основного русла и пойменных участков.

6. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ

6.1. Краткие сведения о неравномерном движении воды в открытых руслах

Движение воды в естественных открытых руслах и, в преобладающем большинстве случаев, в искусственных является турбулентным и осуществляется под действием сил тяжести. При этом силы тяжести стремятся уравновеситься силами сопротивления русла. Изменение уклона дна и профиля сечения русла, различные неровности обуславливают возникновение в русле *неравномерного движения*. В естественных руслах практически всегда имеет место неравномерное движение.

Неравномерное движение наблюдается в ряде случаев и в искусственных призматических руслах с прямым уклоном дна ($i > 0$), когда на них возведены водоподпорные сооружения (рис. 6.1), перепады (рис. 6.2), мосты и др. В таких случаях глубины, скорости, размеры живого сечения изменяются по длине потока.

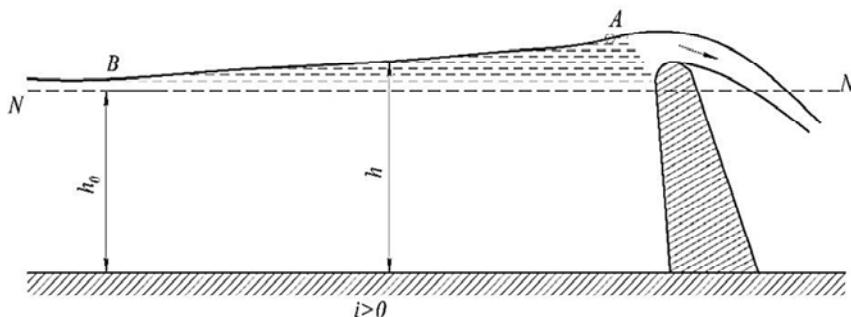


Рис. 6.1. Схема неравномерного движения с кривой подпора AB при устройстве водоподпорного сооружения в искусственном русле

В искусственных призматических руслах с нулевым и обратным уклоном и в руслах непризматических (сужение или расширение потока) всегда имеет место неравномерное движение.

При изучении неравномерного движения главным образом занимаются решением задач по определению геометрических размеров

кривой свободной поверхности потока AB , к которой относятся глубина и длина этой кривой (см. рис. 6.1).

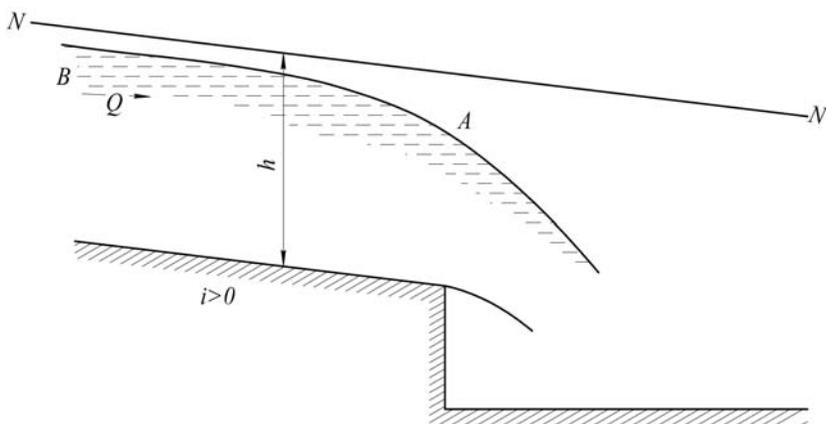


Рис. 6.2. Схема истечения через перепад с кривой спада AB

Свободная поверхность потока при неравномерном движении в открытых руслах представляет собой:

- при плавно изменяющемся движении – кривую подпора (рис. 6.1) или кривую спада (рис. 6.2);
- при резко изменяющемся движении – гидравлический прыжок.

Кривой подпора называют кривую свободной поверхности, если глубина воды вниз по течению возрастает. Если же глубина потока вниз по течению убывает, кривую свободной поверхности называют *кривой спада*.

Построение кривой свободной поверхности AB , определение ее длины и глубин в различных сечениях представляет большой практический интерес для гидротехнического, мелиоративного и дорожного строительства.

6.2. Удельная энергия сечения. Критическая глубина

Выяснение физической сущности ряда вопросов установившегося неравномерного движения в открытых руслах, анализ и решение уравнений, описывающих такое движение, вызывают необходимость рассмотрения дополнительно понятий, к которым относятся

удельная энергия сечения, критическая глубина, критический уклон, нормальная глубина. Рассмотрим поперечное сечение произвольно выбранного русла (рис. 6.3), через которое протекает некоторая масса воды с глубиной h и некоторой энергией.

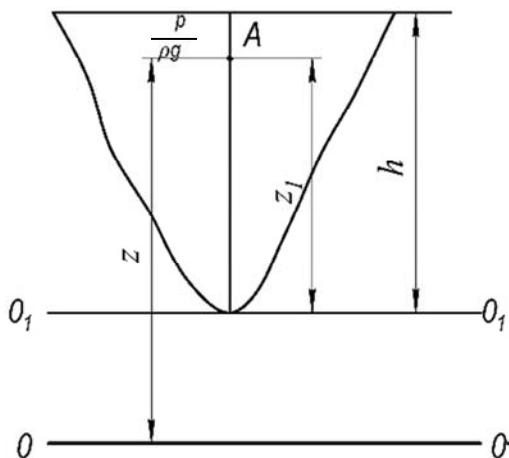


Рис. 6.3. Схема к определению удельной энергии сечения

Механическую энергию массы жидкости, протекающей через живое сечение потока в единицу времени, отнесенную к единице веса и определяемую относительно произвольной горизонтальной плоскости сравнения $0-0$, называют *полной удельной энергией потока (полным напором)*.

Выберем в русле произвольную точку A . Уравнение для определения полной удельной энергии E (полного напора H_n) будет иметь вид

$$E = H_n = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}.$$

Положение плоскости сравнения $0-0$ выбирается произвольно, поэтому ее можно провести и через самую низкую точку дна рассматриваемого сечения (линия 0_1-0_1 рис. 6.3).

Удельная энергия, подсчитанная относительно плоскости сравнения $0-0$, которая проведена через низшую точку дна русла, назы-

вается *удельной энергией сечения*. Обозначают удельную энергию сечения через \mathfrak{E} и она может быть найдена из выражения

$$\mathfrak{E} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g},$$

но

$$z + \frac{p}{\rho g} = h.$$

Поэтому

$$\mathfrak{E} = h + \frac{\alpha v^2}{2g}, \quad (6.1)$$

т. е. удельная энергия сечения равна сумме глубины потока и скоростного напора.

Так как средняя скорость $v = \frac{Q}{\omega}$, то зависимость (6.1) может быть представлена в виде

$$\mathfrak{E} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}. \quad (6.2)$$

Из зависимостей (6.1) и (6.2) видно, что вода при постоянном заданном расходе Q может протекать через данное живое сечение с различными глубинами, в зависимости от уклона дна русла и его шероховатости, т. е. $\omega = f(h)$, причем различным значения h будут соответствовать свои значения \mathfrak{E} , т. е. можем записать

$$\mathfrak{E} = f(h).$$

Из уравнения (6.2) видно, что при $h \rightarrow 0$ получаем $\mathfrak{E} \rightarrow \infty$ и при $h \rightarrow \infty$ также $\mathfrak{E} \rightarrow \infty$. Известно, что если непрерывная функция при граничных значениях независимой переменной оказывается равной

плюс бесконечности, то в промежутке данная функция имеет хотя бы один минимум.

Для пояснения сказанного графически покажем связь удельной энергии сечения и глубины потока при заданных расходе и сечении, т. е. построим кривую удельной энергии сечения (рис. 6.4).

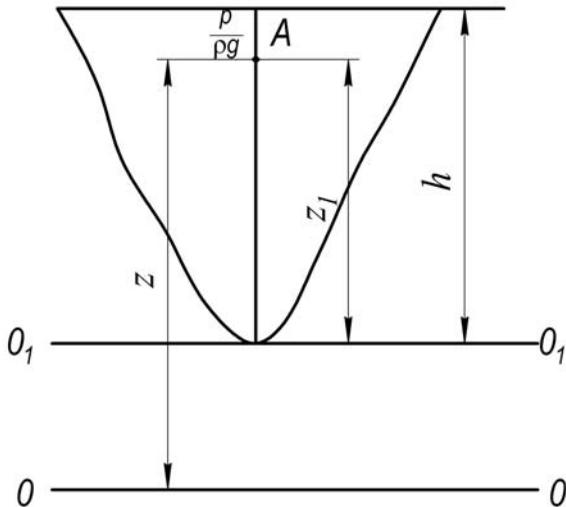


Рис. 6.4. Кривая удельной энергии сечения

Эта кривая имеет две ветви: AC и BC . Ветвь AC справа асимптотически приближается к горизонтальной оси. Ветвь BC , простираясь вверх, асимптотически приближается к линии OD . Линия OD является биссектрисой координатного угла первой четверти. Для каналов большого уклона угол наклона линии OD может отличаться от 45° .

Ордината любой точки на рассматриваемой кривой представляет глубину h , а абсцисса – удельную энергию сечения \mathcal{E} .

Для заданной удельной энергии сечения \mathcal{E}_1 на кривой $\mathcal{E} = f(h)$ имеются две глубины: h_1 и h_2 . В точке C удельная энергия сечения имеет минимальное значение \mathcal{E}_{\min} . Минимальному значению \mathcal{E}_{\min} отвечает некоторая определенная глубина потока. Эта глубина называется *критической* и обозначается через $h_{\text{кр}}$. Пользуясь понятием критической глубины, можно оценить состояние потока. Так, если глубина потока h , а критическая глубина $h_{\text{кр}}$, то возможны три случая:

- 1) $h > h_{\text{кр}}$ – поток находится в спокойном состоянии;

2) $h = h_{кр}$ – поток находится в критическом состоянии;

3) $h < h_{кр}$ – поток находится в бурном состоянии.

Общее уравнение критического состояния потока имеет вид

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{\omega_{кр}^3}{B_{кр}}, \quad (6.3)$$

где $\omega_{кр}$ – площадь живого сечения, при $h = h_{кр}$;

$B_{кр}$ – ширина русла поверху, при $h = h_{кр}$.

В случае русла произвольной формы поперечного сечения уравнение (6.3) решается подбором. Для русел правильной формы решение уравнения относительно $h_{кр}$ дает следующие зависимости:

– прямоугольное русло:

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q}{g}},$$

где $q = \frac{Q}{b}$ – удельный расход;

– треугольное русло:

$$h_{кр} = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{gm^2}} = 0,73 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{m^2}};$$

– трапецидальное русло. Выражения для определения $h_{кр}$ в явном виде пока не существует. Определяется $h_{кр}$ путем подбора по имеющимся в литературе графикам или по приближенной формуле И. И. Агроскина:

$$h_{кр} = kh_{кп},$$

где

$$h_{кп} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}}.$$

Критическая глубина в прямоугольном русле, с тем же расходом Q и той же шириной по дну, что и у рассматриваемой трапеции

$$k = 1 - \frac{z_{\text{п}}}{3} + 0,105z_{\text{п}}^2;$$

$$z_{\text{п}} = \frac{mh_{\text{кп}}}{b},$$

где m – коэффициент заложения откосов;
 b – ширина трапеции по дну.

6.3. Нормальная глубина

При неравномерном плавно изменяющемся движении воды в открытых руслах форма кривой свободной поверхности, как указывалось выше, представляет собой кривую подпора или кривую спада (рис. 6.5), у которой во всех сечениях русла, в пределах длины кривой свободной поверхности, глубины будут разными.

Теперь мысленно представим, что в рассматриваемом русле установилось равномерное движение. Тогда глубина на всем рассматриваемом участке будет одинаковой. Обозначим такую глубину h_0 . На расстоянии h_0 от дна проведем линию, параллельную дну русла, $N-N$. В результате получим линию нормальной глубины. *Нормальной глубиной* называется глубина, которая установилась бы в данном русле, если бы при заданном расходе движение воды было равномерным.

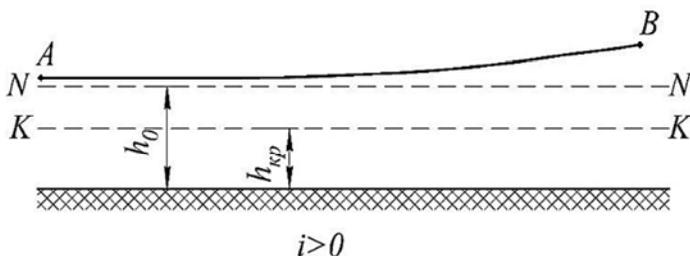


Рис. 6.5. Схема к построению линии нормальной и критической глубины

Нормальная глубина определяется из уравнения равномерного движения воды в открытых руслах, т. е. в формуле Шези все элементы русла, соответствующие нормальной глубине, обычно обозначаются с индексом 0. В свою очередь линия $K-K$, проведенная параллельно дну на расстоянии $h_{кр}$, называется *линией критической глубины*. Глубины нормальная и критическая – воображаемые, в действительности не существующие, но с их помощью анализируются и решаются уравнения неравномерного движения. Их взаимное расположение может быть различным и позволяет определить вид (или тип) кривой свободной поверхности.

6.4. Критический уклон

Уклон дна русла, при котором заданный расход Q в условиях равномерного движения протекает с глубиной $h_0 = h_{кр}$, называется *критическим уклоном* $i_{кр}$. Величину критического уклона можно найти из основной формулы равномерного движения:

$$Q = \omega C_0 \sqrt{R_0 i} = \omega_{кр} C_{кр} \sqrt{R_{кр} i_{кр}};$$

$$i_{кр} = \frac{Q^2}{\omega_{кр}^2 C_{кр}^2 R_{кр}}. \quad (6.4)$$

Из общего уравнения критического состояния потока (6.3) найдем значение Q^2 :

$$Q^2 = \frac{\omega_{кр}^3 g}{\alpha B_{кр}}.$$

Подставим значение Q^2 в выражение (6.4):

$$i_{кр} = \frac{\omega_{кр}^3 g}{\alpha B_{кр} \omega_{кр}^2 C_{кр}^2 R_{кр}} = \frac{\omega_{кр} g}{\alpha B_{кр} C_{кр}^2 R_{кр}}. \quad (6.5)$$

Известно, что

$$\text{Re} = \frac{\omega_{\text{кр}}}{\chi_{\text{кр}}}.$$

С учетом этого выражение (6.5) приобретает следующий вид:

$$i_{\text{кр}} = \frac{g}{\alpha C_{\text{кр}}^2} \frac{\chi_{\text{кр}}}{B_{\text{кр}}}.$$

Для широких русел $\frac{\chi_{\text{кр}}}{B_{\text{кр}}} \approx 1$, поэтому

$$i_{\text{кр}} = \frac{g}{\alpha C_{\text{кр}}^2}.$$

Из общего уравнения критического состояния потока видно, что при $i = i_{\text{кр}}$

$$\frac{\alpha v^2}{g} = h_{\text{кр}},$$

или

$$\frac{\alpha v^2}{gh_{\text{кр}}} = 1.$$

Отношение $\frac{\alpha v^2}{gh_{\text{кр}}}$ называют *показателем кинетичности потока*

$\Pi_{\text{к}}$, или *числом Фруда* Fr.

Если уклон русла $i < i_{\text{кр}}$, то *состояние потока спокойное*; при $i > i_{\text{кр}}$, имеем *бурное состояние потока*; при $i = i_{\text{кр}}$, *состояние потока критическое*.

Зона спокойного состояния потока на кривой удельной энергии сечения (рис. 6.5) соответствует верхней ветви кривой, для нее

$$\frac{\alpha v^2}{g} < h_{кр} \text{ и } \frac{\alpha v^2}{gh_{кр}} < 1, \text{ т. е. } \Pi_k < 1.$$

Зона бурного режима соответствует нижней ветви кривой удельной энергии, для нее

$$\frac{\alpha v^2}{g} > h_{кр} \text{ и } \frac{\alpha v^2}{gh_{кр}} > 1, \text{ т. е. } \Pi_k > 1.$$

6.5. Основные уравнения неравномерного движения

Определение длины кривой свободной поверхности производится путем решения основного уравнения неравномерного движения воды в открытых руслах. Указанное уравнение для русел произвольной формы может быть получено следующим образом. Выделяем некоторый участок потока, изображающий неравномерное движение (рис. 6.6). На нем выбираем два произвольных сечения 1–1 и 2–2, расположенные друг от друга на бесконечно малом расстоянии dl .

Сечение 1–1 стоит от некоторого «начального» сечения $0-0$ (принимаемого за начало координат) на расстоянии l . Расстояния l считают положительно направленным, когда оно совпадает с направлением течения. Вертикальную ось считают осью глубин. Среднюю скорость потока в сечении 1–1 обозначим v , расстояние от горизонтальной плоскости сравнения $0-0$ до свободной поверхности – z . В сечении 2–2 скорость v изменится на некоторую величину dv , расстояние z – на некоторую величину dz . Напишем уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2 (точки A и B) относительно плоскости сравнения $0-0$:

$$z_1 + \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = (z + dz) + \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{\alpha (v + dv)^2}{2g} + dh_l, \quad (6.6)$$

где p_a – давление на свободной поверхности;

dh_l – член, учитывающий потери на преодоление гидравлических сопротивлений при переходе жидкости от сечения 1–1 до сечения 2–2;

h_l – потери напора от начального сечения 0–0 до сечения 1–1;

α – корректив скорости, принимаемый одинаковым для обоих сечений ($\alpha = 1,0-1,1$).

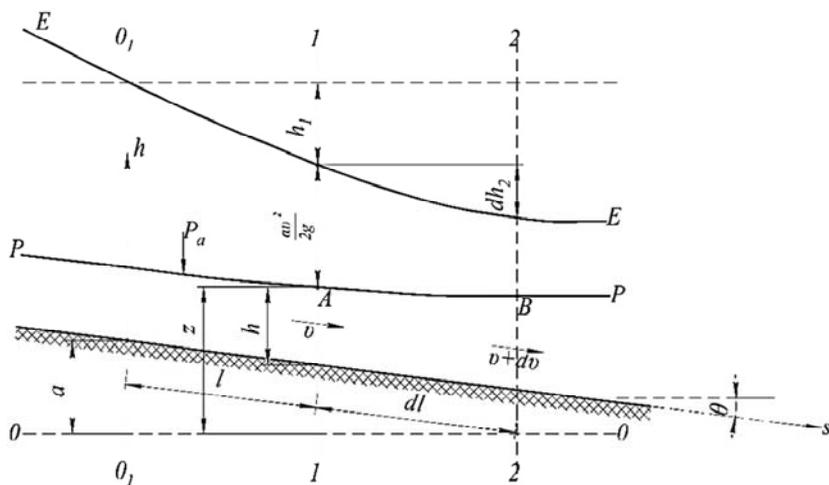


Рис. 6.6. Схема к выводу основного уравнения неравномерного движения воды в открытых руслах

Преобразуем третий член правой части уравнения (6.6):

$$\frac{\alpha(v+dv)^2}{2g} = \frac{\alpha}{2g} \left[v^2 + 2v dv + (dv)^2 \right].$$

Опускаем бесконечную малую величину второго порядка малости dv^2 . Будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2g}(v+dv)^2 &= \frac{\alpha(v^2 + 2v dv)}{2g} = \\ &= \frac{\alpha v^2}{2g} + \frac{\alpha 2v dv}{2g} = \frac{\alpha v^2}{2g} + d \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right). \end{aligned} \quad (6.7)$$

Подставляя (6.7) в (6.6), получаем

$$-dz = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + dh_l.$$

Обозначим

$$\frac{\alpha v^2}{2g} = h_v. \quad (6.8)$$

Найдем

$$-dz = dh_v + dh_l. \quad (6.9)$$

Уравнение (6.9) является основным *уравнением неравномерного движения*, из которого видно, что падение свободной поверхности, т. е. уменьшение потенциальной энергии, равно увеличению кинетической энергии плюс потери напора.

Полученное уравнение для практического использования не совсем удобно. Преобразуя его, получаем *общее уравнение неравномерного плавно изменяющегося движения жидкости в призматических руслах с прямым уклоном дна*:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{-\frac{Q^2}{K^2}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}. \quad (6.10)$$

Если русло имеет горизонтальное дно, то уравнение приобретает вид

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{K^2}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}.$$

Если русло имеет обратный уклон, то

$$\frac{dh}{dl} = \frac{-i - \frac{Q^2}{K^2}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}.$$

В реальной практике наиболее часто приходится решать задачи, когда уклон дна водотока $i > 0$. Преобразуем уравнение (6.10).

Числитель уравнения (6.10) можно записать

$$i - \frac{Q^2}{K^2} = i \left(1 - \frac{Q^2}{K^2 i} \right) = i \left(1 - \frac{K_0^2 i}{K^2 i} \right) = i \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2} \right),$$

где K_0 – модуль расхода, отвечающий равномерному движению потока при заданном расходе Q .

Знаменатель уравнения (6.10) представим следующим образом:

$$1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^2 \omega} = 1 - \frac{\alpha v^2}{g h_{cp}} = 1 - \Pi_k.$$

После проведенных преобразований основное уравнение (6.10) можно записать в виде

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - \frac{\alpha v^2}{g h_{cp}}} = i \frac{1 - \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - \Pi_k}. \quad (6.11)$$

6.6. Показательная зависимость для отношения модулей расхода. Гидравлический показатель русла

Б. А. Бахметев установил, что между произвольно выбранными в призматическом русле глубинами h_1 и h_2 и соответствующими им расходными характеристиками K_1 и K_2 существует взаимосвязь в виде

$$\frac{K_1^2}{K_2^2} = \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^x, \quad (6.12)$$

где показатель степени x называется *гидравлическим показателем русла*. Эта взаимосвязь, или зависимость, называется *показательной*. Для русла с прямым уклоном дна ($i > 0$) одну из глубин в выражении (6.12) часто принимают равной нормальной глубине h_0 .

Тогда показательная зависимость принимает вид

$$\frac{K_0^2}{K^2} = \left(\frac{h_0}{h} \right)^x. \quad (6.13)$$

Логарифмируя зависимость (6.13), имеем

$$2(\lg K_0 - \lg K) = x(\lg h_0 - \lg h).$$

Откуда

$$x = \frac{2(\lg K_0 - \lg K)}{(\lg h_0 - \lg h)}. \quad (6.14)$$

Для призматических русел гидравлический показатель русла x изменяется в пределах 2,0–5,5. На основании проведенного анализа общего выражения для определения x Р. Р. Чугаев пришел к следующим выводам:

1) для весьма узких прямоугольных ($x = 2,0$), для широких прямоугольных ($x = 3,4$), узких параболических ($x = 3,7$), широких па-

параболических ($x = 4,4$) и треугольных ($x = 5,4$) русел гидравлический показатель не зависит от глубины ($x = \text{const}$), зависимость является теоретически точной (6.14);

2) для прямоугольных и параболических (кроме широких и узких), трапецидальных и по своему очертанию приближающихся к названным (при $i > 0$) величину x следует определять:

$$x = \frac{2(\lg K_{\text{cp}} - \lg K_0)}{(\lg h_{\text{cp}} - \lg h_0)},$$

где h_{cp} – средняя глубина на данном участке потока;

K_{cp} – модуль расхода, отвечающий этой глубине.

По формулам Р. Р. Чугаева:

1) для *прямоугольного русла*:

$$x = 3,4 - \frac{2,8}{\frac{b}{h_{\text{cp}}} + 2};$$

2) для *трапецидального русла*:

$$x = 3,4 \left(1 + \frac{m}{\frac{b}{h_{\text{cp}}} + m} \right) - 1,4 \frac{m'}{\frac{b}{h_{\text{cp}}} + m'},$$

где b – ширина русла по дну;

m – коэффициент откоса.

$$m' = 2\sqrt{1 + m^2};$$

3) для русел, имеющих замкнутый профиль, составных и некоторых неправильной формы выражение (6.14) для определения x неприемлемо.

6.7. Форма кривых свободной поверхности воды при неравномерном движении в открытых руслах

Ниже приведен способ построения линий нормальной $N-N$ и критической $K-K$ глубин. Их возможное взаимное расположение в русле заданной формы и расходе Q показано на рис. 6.7. Различают три основных случая:

1) нормальная глубина больше критической, т. е. $h_0 > h_{кр}$ и $i > i_{кр}$ (рис. 6.7). Поток находится в спокойном состоянии. При неравномерном движении здесь возможны три зоны: глубина потока h больше нормальной и больше критической ($h > h_0 > h_{кр}$), глубина потока h меньше нормальной и больше критической ($h_0 > h > h_{кр}$), глубина потока h меньше критической ($h_0 < h_{кр}$);

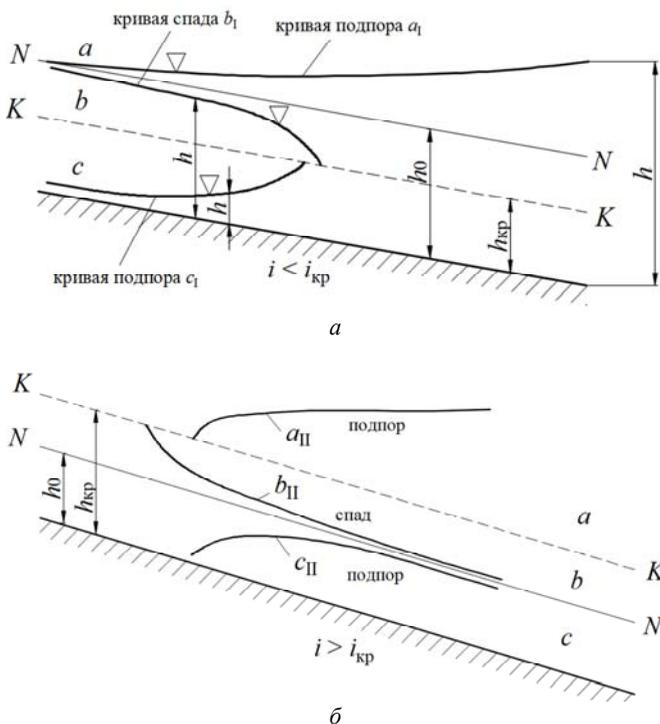


Рис. 6.7. Формы свободной поверхности при $i > 0$ (начало)

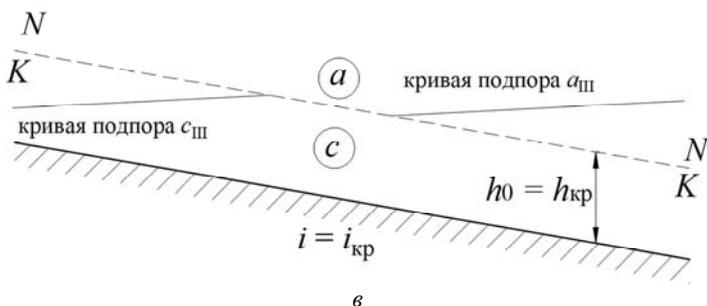


Рис. 6.7. Формы свободной поверхности при $i > 0$

2) нормальная глубина меньше критической, т. е. $h_0 < h_{кр}$ и $i > i_{кр}$ (рис. 6.9). Поток находится в бурном состоянии. При неравномерном движении здесь возможны также три зоны: глубина потока h больше критической ($h > h_{кр}$), глубина потока h больше нормальной, но меньше критической ($h_{кр} > h > h_0$), глубина потока меньше нормальной ($h < h_0$);

3) нормальная глубина равна критической ($h_0 = h_{кр}$ и $i = i_{кр}$) (рис. 6.7). Поток находится в критическом состоянии. При неравномерном движении возможны только две зоны: глубина потока меньше нормальной ($h > h_0$), глубина потока меньше нормальной и меньше критической ($h < h_0$ и $h < h_{кр}$).

В каждой из выделенных зон формируется определенная форма кривой свободной поверхности. Анализ уравнения (6.11) позволяет установить формы кривых свободной поверхности (рис. 6.7). При $i > 0$ различают восемь вариантов образования кривых свободной поверхности потока (случаи, когда $i = 0$ или $i < 0$, встречаются довольно редко):

1. Кривая a_1 ($h > h_0 > h_{кр}$). Свободная поверхность лежит в зоне a . Числитель и знаменатель уравнения (6.11) положительны, поэтому $\frac{dh}{dl} > 0$. Отсюда заключаем, что глубины потока вдоль течения возрастают. Следовательно, кривая a_1 является кривой подпора. Такая кривая свободной поверхности может появиться, например, после устройства плотины. Теоретически доказывается, что в верхней части кривая подпора a_1 асимптотически приближается к линии $N-N$,

т. е. может распространяться вверх по течению на бесконечно большую длину. При решении практических задач длину кривой подпора a_1 ограничивают, принимая за ее начало сечение с глубиной $h_{\text{нач}} = 1,02h_0$. Кривая a_1 имеет выпуклость, направленную вниз (рис. 6.7, *a*).

2. Кривая b_1 ($h_0 > h > h_{\text{кр}}$). Свободная поверхность лежит в зоне *b*. Так как $h < h_0$, то $K < K_0$ и $\frac{K_0}{K} > 1$, а числитель уравнения (6.11)

меньше нуля, знаменатель положителен и $\frac{dh}{dl}$ меньше нуля, поэто-

му делаем заключение, что глубина потока уменьшается по течению. Следовательно, кривая b_1 является кривой спада. В верхней своей части кривая спада b_1 асимптотически приближается к линии $N-N$, в связи с чем за начальное сечение принимают сечение с глубиной $h_{\text{нач}} = 0,98h_0$ (рис. 6.7, *a*).

3. Кривая c_1 ($h < h_{\text{кр}} < h_0$). Свободная поверхность лежит в зоне *c* (рис. 6.7, *a*). Так как $h < h_{\text{кр}}$ и $h < h_0$, то правая часть уравнения (6.11)

оказывается положительной $\left(\frac{dh}{dl} > 0\right)$. Следовательно, кривая c_1

является кривой подпора. Она чаще всего образуется в нижнем бьефе водосливных плотин и при истечении из-под затвора.

4. Кривая a_2 ($h > h_{\text{кр}} > h_0$). Свободная поверхность лежит в зоне *a* выше линии $K-K$. В этом случае, как и в первом, числитель и зна-

менатель уравнения (6.11) положительны $\left(\frac{dh}{dl} > 0\right)$. Глубины пото-

ка вдоль течения возрастают, образуется кривая подпора типа a_2 . Она имеет выпуклость, направленную вверх (рис. 6.7, *б*).

5. Кривая b_2 ($h_{\text{кр}} > h > h_0$). Эта кривая лежит в зоне *b*. Исследуя уравнение (6.11), видим, что $\frac{dh}{dl} < 0$, следовательно, глубины потока

вниз по течению уменьшаются. Имеем кривую спада типа b_2 . Кривая спада b_2 образуется на быстротоках. В нижней части кривая спада b_2 приближается к линии $N-N$ асимптотически, в связи с чем конечное сечение кривой спада b_2 принимается при глубине $h_{\text{нач}} = 1,01h_0$ (рис. 6.7, *б*).

6. Кривая c_2 ($h < h_0 < h_{кр}$). Кривая c_2 лежит в зоне c . Так как в этом случае, согласно уравнению (6.11), $\frac{dh}{dl} > 0$, имеем кривую подпора c_2 . Формирующаяся кривая подпора c_2 асимптотически приближается к линии $N-N$, и за ее конечное сечение принимают сечение с глубиной $h_{кон} = 0,99h_0$. Кривые подпора c_2 возникают на быстротоках при истечении из-под затвора в головной части сооружения (рис. 6.7, б).

7. Кривая a_3 [$h > (h_0 = h_{кр})$]. Кривая a_3 лежит в зоне a . Согласно уравнению (6.11), $\frac{dh}{dl} > 0$, т. е. глубина потока возрастает вниз по течению. Имеем кривую подпора в виде горизонтальной плоскости (рис. 6.7, в).

8. Кривая c_3 [$h < (h_0 = h_{кр})$]. Анализируя уравнение (6.11), получим $\frac{dh}{dl} > 0$, т. е. будем иметь кривую подпора c_3 в виде горизонтальной плоскости.

6.8. Общие замечания об интегрировании уравнения неравномерного движения воды в призматическом русле при $i > 0$

С помощью уравнения неравномерного движения (6.11) удобно анализировать формы кривых свободной поверхности воды в открытых руслах. Для решения других задач удобнее уравнение (6.10) преобразовать следующим образом. Числитель правой части уравнения можно записать

$$i - \frac{Q^2}{K^2} = i - \frac{K_0^2 i}{g^2} = i \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2} \right).$$

Знаменатель правой части уравнения (6.10) обозначим через A :

$$A = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} = 1 - \frac{\alpha K_0^2 i B}{g \omega^3}. \quad (6.15)$$

Умножив числитель и знаменатель дроби выражения (6.15) на C^2R , будем иметь

$$A = 1 - \frac{\alpha K_0^2 i Q^2 RB}{g \omega^3 C^2 R},$$

но известно, что

$$\omega^2 C^2 R = K^2; \quad \omega = R\chi,$$

поэтому

$$A = 1 - \frac{K_0^2}{K^2} \frac{\alpha i C^2 RB}{g R \chi} = 1 - \frac{K_0^2}{K^2} \frac{\alpha i C^2 B}{g \chi}.$$

Выражение $\frac{\alpha i C^2 B}{g \chi}$ обозначают через j , тогда

$$A = 1 - j \frac{K_0^2}{K^2},$$

и

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{\left(i - \frac{K_0^2}{K^2} \right)}{1 - j \frac{K_0^2}{K^2}}.$$

Н. Н. Павловским введено понятие относительного модуля расхода \varkappa . Под этим термином понимают отношение модуля расхода K , в данном сечении, к модулю расхода K_0 , соответствующему равномерному движению:

$$\varkappa = \frac{K}{K_0}.$$

Тогда уравнение можно представить в таком простом виде:

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 - j}. \quad (6.16)$$

Перепишем уравнение (6.16) следующим образом:

$$dl = \frac{1}{i} \frac{\kappa^2 - j}{\kappa^2 - 1} dh.$$

Так как величины κ и j являются функциями глубины потока, то можно предположить, что

$$\frac{\kappa^2 - j}{\kappa^2 - 1} = f(h), \quad (6.17)$$

где $f(h)$ – некоторая функция глубины.

Интегрируя это уравнение между двумя сечениями 1–1 и 2–2, расстояния которых от начального сечения соответственно равны l_1 и l_2 , получим

$$l_2 - l_1 = \frac{1}{i} \int_{l_1}^{l_2} f(h) dh.$$

Таким образом, вопрос об интегрировании уравнения неравномерного движения воды в призматическом русле с прямым уклоном дна приводится к вычислению интеграла:

$$\int f(h) dh, \quad (6.18)$$

где функция $f(h)$ выражается формулой (6.17). К аналогичным задачам приходят и при рассмотрении вопроса об интегрировании уравнения неравномерного движения в призматическом русле с горизонтальным или обратным уклоном дна.

Аналитический вид функции $f(h)$, даже для русел с простейшей формой поперечного сечения, является весьма сложным, поэтому найти точное значение интеграла (6.18) не представляется возможным. На протяжении длительного времени видные ученые-гидравлики

занимались этим вопросом, и в настоящее время мы располагаем рядом способов приближенного расчета кривой свободной поверхности воды при неравномерном движении. Основополагающими в нашей литературе являются способы Б. А. Бахметева, П. Н. Павловского, А. Н. Рахманова, Р. Р. Чугаева и др.

6.9. Построение кривых свободной поверхности для призматических русел по способу Б. А. Бахметева

1. Каналы (русла) с прямым уклоном дна ($i = 0$). В этом случае расчет кривых подпора и спада производится по формулам

$$l_{1-2} = \frac{h_0}{i} \left\{ \eta_2 - \eta_1 - (1 - \Pi'_{к})_{\text{ср}} \left[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1) \right] \right\},$$

где l_{1-2} – расстояние между парой сечений с глубинами h_1 и h_2 (индекс «1» относится к предыдущему по направлению движения жидкости сечению);

h_0 – нормальная глубина;

η – отношение глубины в расчетном сечении к нормальной глубине, $\eta = \frac{h}{h_0}$;

$\Pi'_{к}$ – фиктивная величина параметра кинетичности, определяемая по формуле

$$\Pi'_{к} = \frac{\alpha(Q')^2}{g\omega^2} B,$$

где B – ширина живого сечения потока поверху;

Q' – фиктивный расход равномерного движения при глубине наполнения русла:

$$Q' = \omega C \sqrt{Ri},$$

где C – коэффициент Шези;

$$\Pi'_{к\text{ср}} = \frac{\Pi'_{к1} + \Pi'_{к2}}{2}.$$

Значения функции η неодинаково для различных значений η и гидравлического показателя русла x . При изменении η в пределах $0 < \eta < 0,50$ влияние гидравлического показателя русла x на величину функции $\varphi(\eta)$ весьма незначительно, особенно для значений гидравлического показателя, лежащих в пределах $3 < x < 4$. Поэтому для определения функции $\varphi(\eta)$ для значений аргумента η , лежащих в пределах $0 < \eta < 0,50$, значение гидравлического показателя можно не определять и принимать, например, $x = 4$.

2. Каналы (русла) с горизонтальным уклоном ($i > 0$). В этом случае расчет кривой свободной поверхности производится по формулам:

$$l_{1-2} = \frac{h_{кр}}{i} \left\{ (\Pi'_{кр} - 1)(\zeta_2 - \zeta_1) - [\varphi(\zeta_2) - \varphi(\zeta_1)] \right\},$$

где l_{1-2} – расстояние между парой сечений и глубинами;

$h_{кр}$ – критическая глубина;

$i_{кр}$ – критический уклон;

ζ – отношение глубины в расчетном сечении к критической, $\zeta = \frac{h}{h_{кр}}$;

$$\Pi'_{кр} = \frac{\alpha(Q')^2}{g\omega^3};$$

$$Q' = \omega C \sqrt{Ri};$$

$$(\Pi'_{кр})_{ср} = \frac{\Pi'_{кр1} + \Pi'_{кр2}}{2};$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{\zeta^{x+1}}{x+1} - \zeta.$$

При значениях аргумента ζ , лежащих в пределах $0 < \zeta \leq 1,3$, влияние гидравлического показателя на функцию $\varphi(\zeta)$ невелико. В этих случаях можно принимать, например, гидравлический показатель русла $x = 4$.

В других случаях гидравлический показатель русла определяется по зависимости

$$x = 2 \frac{\lg K_{\text{ср}} - \lg K_{\text{кр}}}{\lg h_{\text{ср}} - \lg h_{\text{кр}}},$$

где $h_{\text{ср}} = \frac{h_1 + h_2}{2}$;

$$K_{\text{ср}} = \omega_{\text{ср}} C_{\text{ср}} \sqrt{R_{\text{ср}}};$$

$$K_{\text{кр}} = \omega_{\text{кр}} C_{\text{кр}} \sqrt{R_{\text{кр}}}.$$

При расчете кривых свободной поверхности по способу Б. А. Бахметева сперва определяются нормальная глубина h_0 , критическая глубина $h_{\text{кр}}$, критический уклон $i_{\text{кр}}$ и устанавливается форма свободной поверхности потока. Затем весь поток, ограниченный глубинами $h_{\text{гр1}}$ и $h_{\text{гр2}}$, разбивается на ряд участков с известными глубинами на границах, лежащими в интервале между $h_{\text{гр1}}$ и $h_{\text{гр2}}$.

Дальнейший расчет целесообразно выполнять в табличной форме. Приведем схему расчета при $i > 0$. В начале составляется табл. 6.1.

Таблица 6.1

Номера сечений	h , м	ω , м ²	α , м	B , м	R , м	C , м ^{0.5} /с	K , м ³ /с	$K_{\text{ср}}$, м ³ /с	$\Pi_{\text{к}}$	$\Pi_{\text{кр}}$	$h_{\text{ср}}$, м	x	Примечание
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Затем составляется табл. 6.2, в которой непосредственно считаются координаты кривой свободной поверхности

Просуммировав все значения графы 13, получаем длину кривой свободной поверхности.

Таблица 6.2

Номера сечений	$h, \text{ м}$	$\eta = \frac{h}{h_0}$	x	$\varphi(\eta)$	$\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)$	$\eta_2 - \eta_1$	$\Pi_{\text{ср}}$	$1 - \Pi_{\text{ср}}$	$ 6 \times 9 $	$ 7 - 10 $	$\frac{h_0}{i}$	$l_{1-2} = 11 \times 12 $	Примечание
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

6.10. Построение кривых свободной поверхности в естественных руслах

Устройство на реках различных сооружений (плотин, сформированного в поперечной запани пыжа, затора льда) нарушают установившийся естественный режим движения воды. Обычно возводимые сооружения или препятствия создают подпор. Естественно, увеличение глубин в русле вызовет подтопление пойм реки. Для определения районов подтопления и глубин в любом створе реки, выше подпорного сооружения, в настоящее время имеется несколько способов построения кривых свободной поверхности в естественных руслах.

Во всех известных способах расчет и построение кривой подпора производится по участкам. Разбивка реки на участки производится по условиям однообразия потока. Длина участков может быть от нескольких сотен метров до десятков километров. В пределах каждого расчетного участка поперечные сечения потока и продольный профиль русла должны быть по возможности однообразными по форме и уклонам, должна быть примерно одинаковая шероховатость. Если река имеет притоки, то на расчетные участки ее разбивают с соблюдением условия постоянства расхода на каждом из назначенных участков. Оптимальной разностью отметок на границах назначаемых расчетных участков считают 0,2–0,3 м, допускают до 0,75 м. Расчет начинают с самого нижнего участка, затем постепенно переходят к каждому последующему. Одними способами расчета рекомендуется выделенные расчетные участки естественных русел заменять близкими по форме искусственными призматическими, чаще всего прямоугольными или параболическими, и применять

к ним соответствующие способы расчета, например, изложенный выше способ Б. А. Бахметева. Такие способы считаются весьма приближенными и используются при ориентировочных расчетах.

Вторая группа методов базируется на использовании при решении уравнения неравномерного движения воды в естественных руслах данных гидрометрических наблюдений. Точность расчета в значительной степени зависит от выбранного способа и полноты данных, так как в пределах назначенных расчетных участков учитываются фактические размеры живых сечений, коэффициент шероховатости, уклон свободной поверхности. В уравнении (6.9) получено основное уравнение неравномерного плавно изменяющегося движения в виде

$$-dz = dh_v + dh_l.$$

В естественных водотоках, кроме потерь на изменение скорости dh_v и от трения по длине потока dh_l , учитывают изменение dh_j от так называемых местных потерь, возникающих в водотоке от сужения или расширения живого сечения потока:

$$dh_j = \zeta d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right),$$

где ζ – суммарный коэффициент сопротивления, зависящий от характера изменения живых сечений потока.

Если поток расширяется, то $\zeta = -0,2 \dots -1,0$; если поток сужается, $\zeta = 0$. Местные потери составляют весьма незначительную часть от общих потерь напора.

Согласно (6.8) имеем

$$dh_v = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right);$$

$$dh_l = \frac{v^2}{C^2 R} dl.$$

Подставляя все величины в уравнение (6.9), получаем

$$-dz = (1 + \zeta) d\frac{\alpha v^2}{2g} + \frac{v^2}{C^2 R} dl. \quad (6.19)$$

Водоток разбивают на участки конечной длины Δl , поэтому из уравнения (6.19) следует

$$\Delta z = (1 + \zeta)\Delta h_v + \Delta h_l,$$

где $\Delta z = z_2 - z_1$.

Изменение скоростного напора Δh_v :

$$\Delta h_v = \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_k^2} - \frac{1}{\omega_n^2} \right),$$

где ω_k, ω_n – площади конечного и начального сечений на рассматриваемом участке длиной l .

Потери напора на трение по длине являются основными. Согласно (6.1) можно записать

$$\Delta h_l = il = \frac{v_{cp}^2 l}{C_{cp}^2 R_{cp}} = \frac{Q^2}{\omega_{cp}^2 C_{cp}^2 R_{cp}} = l \frac{Q^2}{K_{cp}^2},$$

где $\omega_{cp}, C_{cp}, K_{cp}, R_{cp}$ – средние на длине l участка значения элементов русла.

$$\frac{1}{K_{cp}^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{K_n^2} + \frac{1}{K_k^2} \right),$$

или

$$K_{cp}^2 = \omega_{cp}^2 C_{cp}^2 A_{cp};$$

$$\Delta z = \frac{Q^2 \alpha}{2g} (1 + \zeta) \left(\frac{1}{\omega_k^2} - \frac{1}{\omega_n^2} \right) + \frac{Q^2 l}{K_{cp}^2}, \quad (6.20)$$

или, при $\zeta = 0$, $\alpha = 1$,

$$\Delta z = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_k^2} - \frac{1}{\omega_n^2} \right) + \frac{Q^2 l}{K_{cp}^2}. \quad (6.21)$$

Уравнения (6.20), (6.21) являются расчетными для построения кривых свободной поверхности в естественных руслах. Вычисления проводятся в следующем порядке. Подпорная отметка z_1 и расход Q , как правило, известны. Согласно существующим рекомендациям, задаемся падением свободной поверхности для первого расчетного участка Δz_1 . В первом приближении отметка во втором створе z_2 определится по выражению

$$z_2 = z + \Delta z_1.$$

Затем по имеющимся данным для поперечных профилей $1-1$ и $2-2$ находим

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2};$$

$$R_{cp} = \frac{A_1 + A_2}{2};$$

$$C_{cp} = \frac{C_1 + C_2}{2};$$

$$K_{cp} = \frac{\omega_1 C_1 \sqrt{R_1} + \omega_2 C_2 \sqrt{R_2}}{2}.$$

Вычисляем правую часть уравнения (6.20) или (6.21). Результат правой части обозначим $\Delta z'_1$. Если $\Delta z'_1$ окажется равной Δz_1 , то расчет первого участка окончен. Если же $\Delta z'_1$ будет отличаться от Δz_1 , то вычисления повторяют при новом значении Δz_1 . Такие расчеты повторяют до тех пор, пока $\Delta z'_1$ не будет равно Δz_1 . Затем переходят к расчету второго участка и всех последующих.

7. ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ПРЫЖКЕ

7.1. Сущность явления гидравлического прыжка и условия его возникновения

Будем иметь в виду, что движение воды установившееся, безнапорное, турбулентное (отвечающее квадратичной области сопротивления).

Как было указано ранее, бурный поток переходит в спокойный при помощи гидравлического прыжка (рис. 7.1).

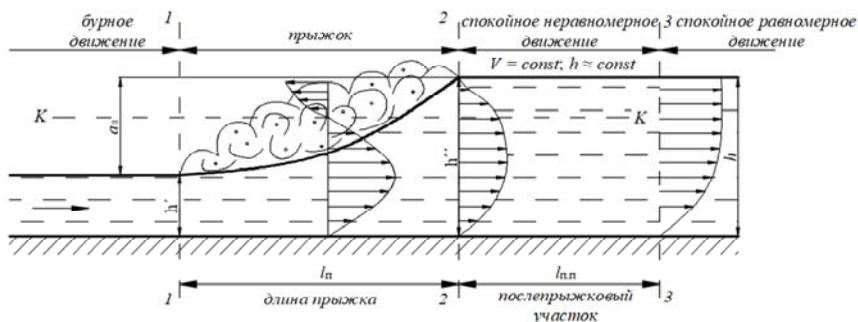


Рис. 7.1. Схема гидравлического прыжка

Гидравлический прыжок – есть форма перехода потока от бурного состояния в спокойное, что сопровождается увеличением глубины потока от величины h' , меньше $h_{кр}$, до величины h'' , больше $h_{кр}$.

При переходе из спокойного состояния в бурное наблюдается *водопад*.

Прыжок возникает за водосливами, затворами, при смене уклонов канала и т. д.

7.2. Структура гидравлического прыжка

Имеет место 2 зоны гидравлического прыжка (рис. 7.2):

- 1) зона поступательного движения потока (транзитная струя);
- 2) поверхностная зона (валец).

Имеет место водоворотная область. Поток аэрированный. Между вальцом и транзитным потоком нет конкретной поверхности раздела (ABC – поверхность раздела).

Глубина до прыжка – h' – первая сопряженная глубина.

Глубина после прыжка – h'' – вторая сопряженная глубина.

$a_{\text{п}}$ – высота прыжка.

$l_{\text{п}}$ – длина прыжка.

Гидравлический прыжок постоянно пульсирует (меняет место положения).

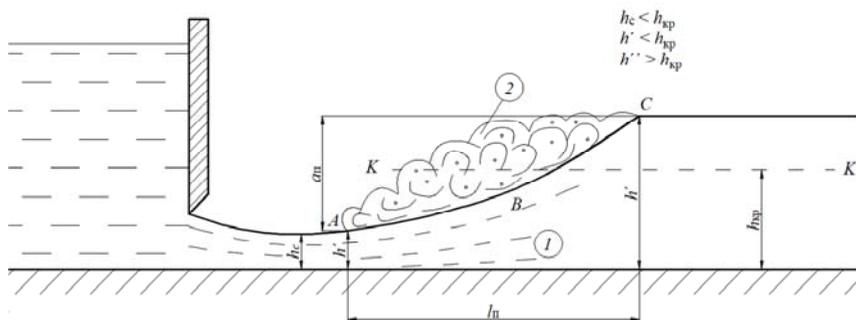


Рис. 7.2. Структура гидравлического прыжка

7.3. Классификация гидравлических прыжков (виды)

1. *Совершенный прыжок* возникает в русле с однообразным уклоном и обычной шероховатостью:

$$h'' = 1,3h_{\text{кр}};$$

$$\frac{h''}{h'} > 2;$$

$$\text{Fr} \geq 3;$$

$$a = (h'' - h') > h'.$$

2. *Прыжок-волна* (рис. 7.3) – $a < h'$ – отсутствует поверхностный валец, а сам прыжок принимает вид ряда затухающих волн:

$$\frac{h''}{h'} \approx 1,3-2;$$

$$0,75h_{кр} < h' < h_{кр}.$$

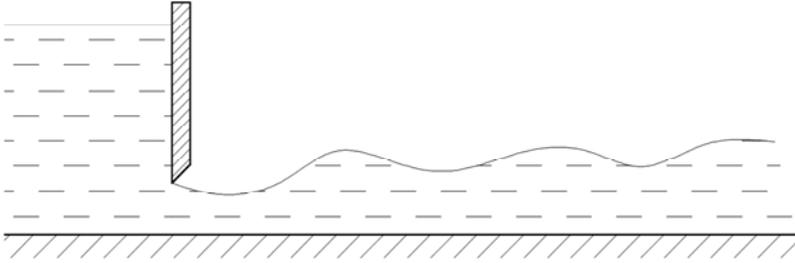


Рис. 7.3. Прыжок-волна

3. *Подпертый прыжок* возникает в водобойном колодце и перед водобойной стенкой:

$$l_{п. пр} < l_{сов. пр}.$$

4. *Поверхностный прыжок* имеет развитый донный валец. Наблюдается при сходе с плотин с уступом.

7.4. Уравнение совершенного гидравлического прыжка и прыжковая функция

Начало прыжка – сечение 1–1, в котором при бурном состоянии потока еще сохраняется эпюра распределения скоростей, присущая плавно изменяющемуся движению. h' – 1-ая сопряженная глубина.

Сечение 2–2 – *конец прыжка* (за вальцом). h'' – 2-ая сопряженная глубина.

$$a_{пр} = h'' - h' - \text{высота прыжка.}$$

$l_{п}$ – длина прыжка.

При исследовании гидравлического прыжка рассматриваются следующие вопросы:

- 1) изучаются условия возникновения прыжка (сопряжение бурного потока со спокойным);
- 2) изучаются размеры прыжка (высота, длина);
- 3) определяется место положения прыжка в русле;
- 4) определяется величина потерь энергии в прыжке.

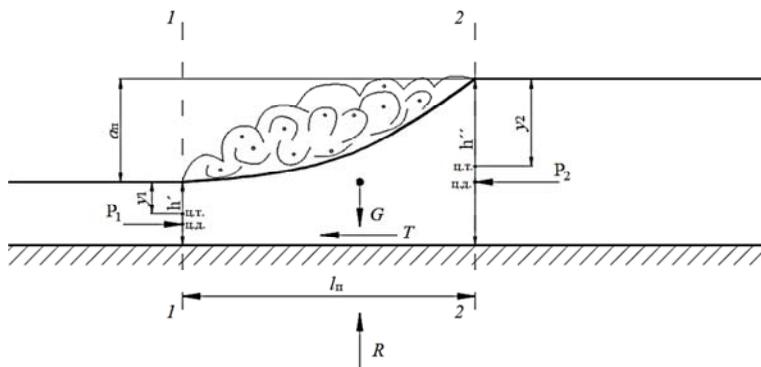


Рис. 7.4. Схема к выводу основного уравнения гидравлического прыжка

7.4.1. Основное уравнение гидравлического прыжка

Воспользуемся для вывода *теоремы количества движения*: проекция приращения количества движения в единицу времени на направление движения равно сумме проекций импульса внешних сил на это же направление.

Приращение количества движения:

$$(\Delta КД) = m v = m \alpha_0 (v_2 - v_1),$$

где α_0 – коэффициент Буссинеска (учитывает неравномерность движения).

$$m = \rho Q,$$

где ρ – плотность;

Q – объемный расход.

$$(\Delta КД) = m v = \rho \alpha_0 Q (v_2 - v_1), \quad (7.1)$$

где $\alpha_{01} = \alpha_{02} = \alpha_0$; принимаем $\alpha_0 = \text{const}$ (*1-ое допущение*).

В действительности $\alpha_{01} \approx 1$ (до прыжка) и $\alpha_{02} > 1$ (после прыжка).

Приращение количества движения на направление движения проектируется в натуральную величину.

Действующие силы:

- 1) силы гидродинамического давления P_1 и P_2 ;
- 2) вес объема жидкости G ;
- 3) силы трения на внешней границе объема;
- 4) сила реакции боковых стенок (равная давлению потока на боковые стенки русла) R .

$$P_1 = \rho g y_1 \omega_1,$$

где y_1 – глубина погружения центра тяжести площади ω_1 в сечении I .

Аналогично

$$P_2 = \rho g y_2 \omega_2,$$

(2-ое допущение, так как линии тока не параллельны).

Импульс сил гидродинамического давления в единицу времени Δt :

$$P_1 - P_2 = \rho g y_1 \omega_1 - \rho g y_2 \omega_2. \quad (7.2)$$

Проектируется на направление движения в натуральную величину.

Проекция силы тяжести (веса) при малых уклонах дна будет очень малой, а при $i = 0$, равна 0. Поэтому принимаем $G = 0$ (3-е допущение).

Проекция силы внешнего трения также величина малая, так как действует на небольшой длине прыжка $T = 0$ (4-ое допущение).

Сила $R_x = 0$ (реакция боковых стенок).

Таким образом, приравнивая (7.1) и (7.2) и учитывая, что $v = \frac{Q}{\omega}$,

получаем

$$\rho \alpha_0 Q \left(\frac{Q}{\omega_2} - \frac{Q}{\omega_1} \right) = \rho g y_1 \omega_1 - \rho g y_2 \omega_2.$$

Сократив уравнение на ρg и сгруппировав члены для 2-х сечений, получим *основное уравнение гидравлического прыжка (уравнение сопряженных глубин)*:

$$\frac{\alpha_0 Q^2}{g \omega_1} + y_1 \omega_1 = \frac{\alpha_0 Q^2}{g \omega_2} + y_2 \omega_2.$$

7.4.2. Прыжковая функция

В основном уравнении гидравлического прыжка левая и правая части при заданных расходе Q и форме русла являются *функциями глубины потока*.

Поэтому обозначим

$$\frac{\alpha_0 Q^2}{g\omega} + y\omega = \Pi(h).$$

где $\Pi(h)$ – прыжковая функция (рис. 7.5).

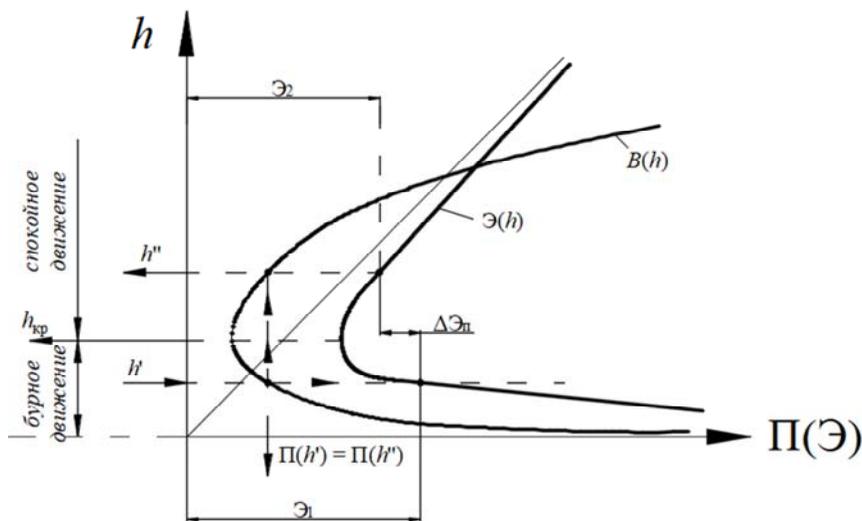


Рис. 7.5. График прыжковой функции

Тогда основное уравнение прыжка можно записать следующим образом:

$$\Pi(h') = \Pi(h'').$$

Что можно прочесть так: *прыжковые функции сопряженных глубин равны между собой*.

Для сопряженных глубин прыжковая функция имеет одну и ту же величину. Этим свойством и пользуются при отыскании одной сопряженной глубины, когда другая задана.

В литературе приводится подробное исследование функции $\Pi(h)$. Из этого исследования вытекает, что $\Pi(h)$ *может быть выражена кривой*.

Эта кривая обладает следующими свойствами:

а) минимум кривой $\Pi(h)$ совпадает (если $\alpha = \alpha_0$) с минимумом кривой $\Xi(h)$ (удельной энергией сечения), что отвечает глубине $h = h_{кр}$;

б) при $h \rightarrow 0$, величина $\Pi \rightarrow \infty$;

с) при $h \rightarrow \infty$, величина $\Pi \rightarrow \infty$.

Пользуясь этой кривой, можно по заданной глубине h' найти глубину h'' и наоборот, зная h'' – найти h' .

Из рисунка видно, что если h' уменьшается, то сопряженная с ней глубина h'' увеличивается, и наоборот.

Линия критических глубин $K-K$ всегда пересекает прыжок, причем $h_{кр}$ несколько меньше $0,5(h' + h'')$, т. е. $h_{кр} < 0,5(h' + h'')$.

7.5. Определение сопряженных глубин гидравлического прыжка

Для определения сопряженных глубин гидравлического прыжка надо в основное уравнение прыжка подставить ω и y .

Прямоугольное русло:

$$\omega_1 = bh'; \quad y_1 = \frac{h'}{2};$$

$$\omega_2 = bh''; \quad y_2 = \frac{h''}{2}.$$

Подставим в уравнение прыжка и, поделив на b , получим

$$\frac{\alpha_0 q^2}{gh'} + \frac{(h')^2}{2} = \frac{\alpha_0 q^2}{gh''} + \frac{(h'')^2}{2},$$

где $q = \frac{Q}{b}$ – удельный расход, т. е. расход, приходящийся на единицу ширины.

Преобразуем:

$$\frac{2\alpha_0 q^2}{g} = h' h'' (h' + h''). \quad (7.3)$$

Уравнение (7.3) – уравнение гидравлического прыжка для прямоугольного русла.

Уравнение (7.3) можно преобразовать в виде:

$$h' (h'')^2 + (h')^2 h'' - \frac{2\alpha_0 q^2}{g} = 0,$$

что является квадратным уравнением для определения h'' при известной h' (и наоборот):

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[\sqrt{1 + 8 \frac{\alpha_0 q^2}{g (h')^3}} - 1 \right] \\ h' &= 0,5h'' \left[\sqrt{1 + 8 \frac{\alpha_0 q^2}{g (h'')^3}} - 1 \right] \end{aligned} \right\}. \quad (7.4)$$

Уравнения (7.4) – расчетное уравнение для сопряженных глубин.

Уравнения (7.4) можно представить в другом виде; принимаем

$$\frac{\alpha q^2}{g} = h_{кр}^3 \quad \text{и} \quad \alpha = \alpha_0.$$

$$\left. \begin{aligned} h'' &= 0,5h' \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_{кр}}{h'} \right)^3} - 1 \right] \\ h' &= 0,5h'' \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_{кр}}{h''} \right)^3} - 1 \right] \end{aligned} \right\}. \quad (7.5)$$

7.6. Длина прыжка

Определение длины прыжка имеет важное значение в гидравлических расчетах (большой размыв дна). По длине прыжка определяют размер водобойных частей гидросооружений.

Обычно за длину прыжка принимают горизонтальную проекцию вальца.

Длина прыжка определяется по эмпирическим формулам (горизонтальное русло $i = 0$):

1) Павловского:

$$l_{\text{пр}} = 2,5(1,9h'' - h');$$

2) Шаумяна:

$$l_{\text{пр}} = 4,32h'' \sqrt{1 - \left(\frac{h'}{h''}\right)^3};$$

3) Чертоусова:

$$l_{\text{пр}} = 10,3h'(\sqrt{\text{Fr}} - 1)^{0,81};$$

4) Сафранец:

$$l_{\text{пр}} = 4,5h''.$$

Расстояние от сечения до сечения (конец прыжка), где нормальное распределение скоростей, называется *последпрыжковым участком*. Определяем его по формуле Чертоусова:

$$l_{\text{п. пр}} = (2,5 \dots 3)l_{\text{пр}},$$

или

$$l_{\text{п. пр}} = (20 \dots 30)h,$$

где h – глубина после прыжка (часто $h = h_6$).

Наклонное русло ($i > 0$). Формула Косяковой

$$l'_n = l_n (1 + 3i);$$

$$i \leq \frac{1}{3},$$

где l'_n – горизонтальная проекция прыжка в наклонном русле;
 l_n – длина прыжка в русле с нулевым уклоном.

7.7. Потери напора в прыжке

В гидравлическом прыжке изменяется структура потока – значит есть изменения энергии (потери). Поэтому гидравлический прыжок является гасителем энергии и имеет важное значение.

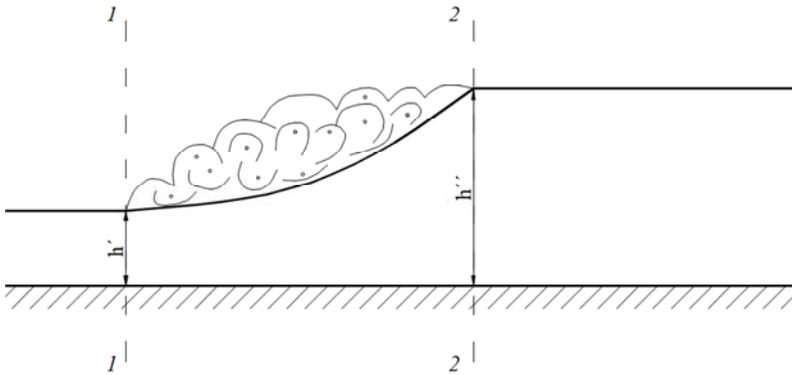


Рис. 7.6. Схема к определению потерь напора в прыжке

Единого мнения о потерях в прыжке нет.

Запишем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 (рис. 7.6).

Выразим $h_{тр}$:

$$h_{тр} = \left(h' + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right) - \left(h'' + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right).$$

Подставим $v_1 = \frac{q}{h'}$ и $v_2 = \frac{q}{h''}$ в уравнение Бернулли, решив его совместно с уравнением прямоугольного русла:

$$\frac{2\alpha_0 q^2}{g} = h' h'' (h' + h''),$$

принимая $\alpha = \alpha_0$, получаем

$$h_{\text{тр}} = \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''}$$

потери напора в совершенном прыжке.

8. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ ГРУНТОВЫХ ВОД

8.1. Виды движения грунтовых вод

Водопроницаемый грунт состоит из отдельных песчинок, между которыми имеются поры. Движение грунтовой воды в этих порах называется *фильтрацией*. Законы движения грунтовых вод находят широкое применение при решении различных инженерных задач. Знание этих законов позволяет рассчитать устойчивость бетонных, деревянных и гибких лесосплавных плотин, фильтрацию воды через земляные плотины и дамбы, определить горизонт грунтовых вод после осушения, решить вопросы устойчивости дамб и откосов канала. Основоположниками теории фильтрации были Н. Е. Жуковский, Н. Н. Павловский, Л. С. Лейбензон, Ж. Дюпюи и др.

Так же, как и при движении жидкости в трубах и каналах, движение фильтрационных вод может быть *установившимся* и *неустановившимся*, *напорным* и *безнапорным*, *равномерным* и *неравномерным*.

Грунтовый поток является *установившимся*, если его гидравлические характеристики (скорость фильтрации, глубина, гидродинамическое давление и др.) зависят только от координат пространства, а не от времени. Если же гидравлические характеристики потока зависят не только от координат, но и от времени, грунтовый поток является *неустановившимся*.

Движение грунтового потока между двумя водонепроницаемыми пластами без образования свободной поверхности называется *напорным*. Примером напорной фильтрации является движение воды под телом бетонных плотин.

Движение грунтового потока по водонепроницаемому пласту с наличием свободной поверхности называется *безнапорным*. Примером безнапорной фильтрации является движение воды через тело земляной плотины.

Движение грунтового потока называется *равномерным*, когда уклон свободной поверхности I равен уклону подстилающего водопроницаемого слоя i . В случае *неравномерного* движения грунтового потока $I \neq i$.

8.2. Основные фильтрационные свойства грунтов

Количественные характеристики грунтового потока зависят в основном от фильтрационных свойств грунта, которые определяются формой и величиной его частиц и характеризуются пористостью и просветом грунта.

Коэффициентом пористости m называется отношение объема пустот между отдельными частицами грунта W_n ко всему объему грунта W .

Коэффициентом просветности n называется отношение площади сечения пор F_n к площади всего сечения грунта F :

$$n = \frac{F_n}{F}.$$

Пористость естественных грунтов изменяется в широких пределах: рыхлые пески имеют пористость $m = 0,30 \dots 0,33$, пески с глинистыми частицами – $m = 0,18 \dots 0,24$, известняки – $m = 0,25 \dots 0,12$, однородные крупные камни – $m = 0,40 \dots 0,50$.

Естественные грунты состоят из частиц неправильной формы различных размеров. Это усложняет теоретические исследования фильтрации. Для упрощения исследований заменяют действительную модель грунта фиктивной, состоящей из частиц правильной формы одинакового диаметра. Для перехода от естественного грунта к фиктивному вводят понятие об эффективном (действующем) диаметре, который определяется на основании механического анализа грунта. Результаты этого анализа отображаются в виде кривой, которая строится следующим образом: по оси абсцисс откладывают диаметры отверстий сит, через которые просеивают грунт, а по оси ординат – соответствующие этим диаметрам процентные отношения суммарного веса частиц, прошедших через сито с данным диаметром отверстий, к весу всего исследуемого образца грунта (рис. 8.1).

Диаметр зерен, мельче которых в пробе содержится 10 % общего веса, называют *эффективным (действующим) диаметром d_s* (или d_{10}).

Диаметр зерен, мельче которых в грунте содержится 60 % зерен, обозначают d_{60} . Отношение d_{60} / d_{10} называют *коэффициентом неоднородности грунта η* .

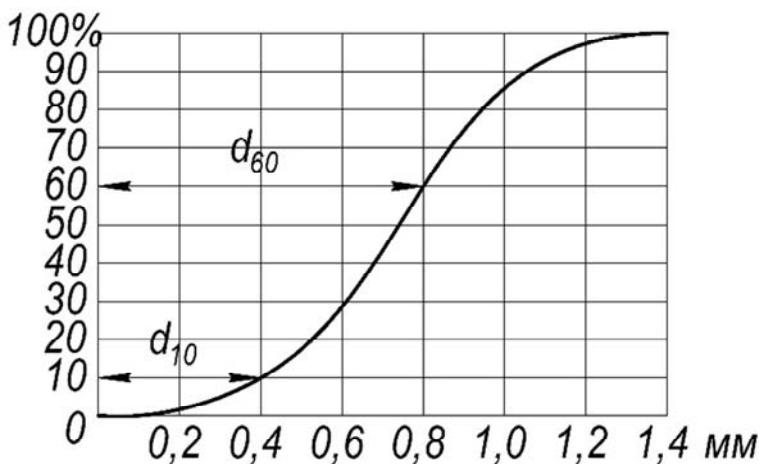


Рис. 8.1. Кривая гранулометрического состава грунта

8.3. Скорость и расход фильтрации. Основной закон фильтрации

Фильтрационный грунтовый поток характеризуется скоростью, расходом, уклоном дна, уклоном свободной поверхности, поперечным сечением и другими параметрами. В практических расчетах главной задачей фильтрационных потоков является определение скорости v и расхода Q . Многочисленные исследования показывают, что расход фильтрационного потока пропорционален площади поперечного сечения фильтрующего слоя и гидравлическому уклону I :

$$Q = k \omega I, \quad (8.1)$$

где k – коэффициент фильтрации;

I – гидравлический уклон, равный $I = \frac{h_l}{l}$.

Скоростью фильтрации называется частное от деления расхода на всю площадь поперечного сечения потока:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{k \omega I}{\omega} = kI, \quad (8.2)$$

т. е. скорость фильтрации пропорциональна коэффициенту фильтрации k и гидравлическому уклону I .

Формула (8.2) является математическим выражением *основного закона фильтрации*, называемого *законом Дарси*. Этот закон был установлен французским гидравликом Дарси в 1852–1855 гг. на основе опытов, проведенных с песчаным грунтом.

Закон Дарси часто называют *законом ламинарной фильтрации*, так как скорость фильтрации пропорциональна первой степени гидравлического уклона. Опыты показывают, что движение грунтовых вод подчиняется закону Дарси лишь в условиях ламинарной фильтрации, при числах Рейнольдса $Re < 5$.

Академик Н. Н. Павловский на основании опытных данных установил величину критической скорости фильтрации $v_{кр}$, для которой применим закон Дарси:

$$v_{кр} = (0,75m + 0,23) \frac{vN}{6,5d},$$

где m – коэффициент пористости;

v – кинематический коэффициент вязкости, m^2/c ;

d – диаметр зерен грунта, м;

N – постоянное число, $N = (50 \dots 60)$.

При движении грунтового потока в порах крупнозернистых грунтов скорость фильтрации может быть больше критической и режим движения турбулентным. Тогда скорость фильтрации определяется по формуле

$$v = k_T \sqrt{I},$$

где k_T – коэффициент турбулентной фильтрации.

Коэффициент k_T определяется по эмпирической формуле:

$$k_T = (20 - \frac{14}{d}) m \sqrt{d},$$

где d – средний диаметр камня, м;

m – пористость каменной наброски.

8.4. Определение коэффициента фильтрации

Коэффициент k , входящий в формулы (8.1) и (8.2), называют *коэффициентом фильтрации*. Величина этого коэффициента зависит от структурных характеристик грунта.

Обычно k измеряется в сантиметрах в секунду или метрах в сутки, т. е. k имеет размерность скорости и представляет собой скорость фильтрации при гидравлическом уклоне равном единице.

Численное значение коэффициента фильтрации k естественного грунта в большинстве случаев определяется опытным путем с помощью прибора Дарси (рис. 8.2). Прибор представляет собой вертикальный цилиндр 1 . У дна цилиндра находится сетка 2 , поддерживающая испытываемый грунт. К стенке цилиндра присоединены два пьезометра Π_1 и Π_2 , находящиеся на расстоянии l друг от друга.

Вода поступает в цилиндр, фильтруется через грунт и по трубе 3 сливается в мерный бачок 4 , при помощи которого можно измерить фильтрационный расход.

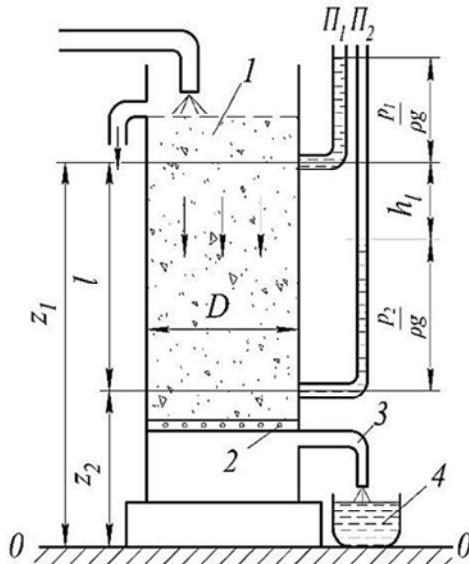


Рис. 8.2. Прибор Дарси:
 1 – вертикальный цилиндр; 2 – сетка; 3 – трубы; 4 – мерный бачок;
 Π_1 и Π_2 – пьезометры

Коэффициент фильтрации k определяют из формулы Дарси:

$$k = \frac{Q}{\omega I}, \quad (8.3)$$

где ω – площадь поперечного сечения цилиндра;

I – гидравлический уклон, равный $I = h_l / l$;

h_l – потеря напора на участке l , равная

$$h_l = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right).$$

Таким образом, измерив расход Q и зная диаметр цилиндра, расстояние между точками присоединения пьезометров и разность их показаний, по уравнению (8.3) находят значение k для данного грунта.

Коэффициент k можно определять расчетом по особым эмпирическим формулам, в зависимости от величины диаметра частиц грунта. В литературе имеется много эмпирических формул, предложенных разными авторами, для определения коэффициента фильтрации.

Для песчаных грунтов применима формула Хазена:

$$k = AC(0,70 + 0,03t)d_3^2,$$

где A – коэффициент, учитывающий размерность величины k , равный 0,00116; если k измеряется в м/сут, то $A = 1$;

C – учитывает присутствие в песках илистых или глинистых частиц (с увеличением степени засорения C уменьшается), $C = 500 \dots 1000$;

t – температура воды, °C;

d_3 – эффективный диаметр, определяемый по кривой гранулометрического состава грунта, мм.

В настоящее время эмпирические формулы для определения в практике почти не применяются. Чаще всего k определяют на приборе Дарси, так как данные, найденные при помощи эмпирических формул, являются менее точными.

Более достоверным является значение коэффициента фильтрации, определенное в естественных условиях на месте залегания грунта с помощью специально устроенных скважин.

Примерные значения коэффициента фильтрации для различных грунтов приведены в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Название грунта	Коэффициент фильтрации k	
	м/сут	см/с
Песок крупнозернистый	8,64–51,9	0,01–0,05
Песок мелкозернистый	0,864–5,19	0,001–0,005
Супесь плотная	0,0864–0,519	0,0001–0,0005
Суглинок	0,0432–0,864	0,00001–0,00005
Глина	0,00432–0,432	0,000001–0,000005

8.5. Безнапорное движение грунтовых вод

Равномерное движение. При равномерном движении грунтовых вод (рис. 8.3, а) скорость течения v постоянна вдоль всего пути фильтрации и уклон свободной поверхности I равен уклону дна подстилающего слоя (водоупора) i . Свободная поверхность потока параллельна линии водоупора, а напорная и пьезометрическая линии совпадают со свободной поверхностью.

Скорости фильтрации в любой точке живого сечения грунтового потока одинаковы, так как они зависят только от коэффициента фильтрации грунта k и гидравлического уклона I . Поэтому скорости фильтрации во всех точках рассматриваемого живого сечения равны средней скорости v в этом сечении. Скорость фильтрации v при равномерном движении определяется из выражения

$$v = kI = ki.$$

Расход безнапорного равномерного грунтового потока при ламинарном режиме фильтрации равен $Q = v\omega$.

В случае широкого фильтрационного потока расчет ведут на единицу его ширины. Тогда

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{bhki}{b} = kih,$$

где bh – площадь живого сечения грунтового потока;

q – расход на единицу ширины потока (удельный расход).

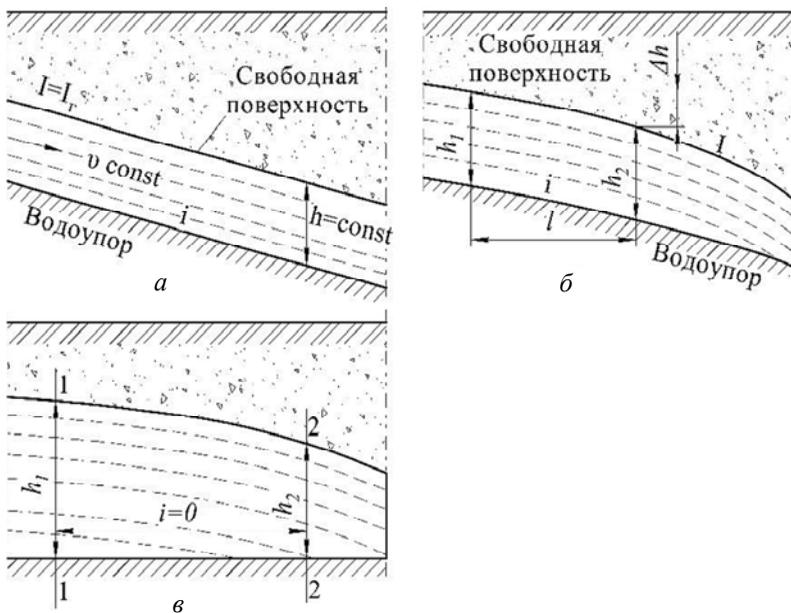


Рис. 8.3. Виды движения грунтовых вод:
а – равномерное безнапорное; *б* – неравномерное безнапорное;
в – неравномерное безнапорное по горизонтальному водоупору

Из уравнения глубина потока равна

$$h = \frac{q}{ki}. \quad (8.4)$$

Выражение (8.4) является уравнением безнапорного равномерного движения грунтовых вод.

Неравномерное движение. При неравномерном безнапорном движении (рис. 8.3, б) скорость фильтрации v и гидравлический уклон I изменяются вдоль потока. Поэтому линия свободной поверхности имеет криволинейное очертание.

При уклоне подстилающего дна (водоупора) $i > 0$, средняя скорость фильтрации в данном вертикальном живом сечении равна

$$v = k \left(i - \frac{dh}{dl} \right).$$

Это уравнение называется *формулой Дюпюи*.
Расход грунтового потока равен

$$Q = \omega v = \omega k \left(i - \frac{dh}{dl} \right).$$

Удельный расход неравномерного грунтового потока равен

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{bhk \left(i - \frac{dh}{dl} \right)}{b} = hk \left(i - \frac{dh}{dl} \right), \quad (8.5)$$

где h – глубина воды в рассматриваемом живом сечении.

Формула (8.5) является *дифференциальным уравнением неравномерного движения грунтовых вод* (при $i > 0$). При движении грунтового потока по горизонтальному водоупору ($i = 0$) удельный расход равен

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} k,$$

где l – расстояние между сечениями 1–1 и 2–2 (рис. 8.3, б);

h_1 – глубина воды в сечении 1–1;

h_2 – глубина воды в сечении 2–2.

Фильтрация воды через земляную плотину. Рассмотрим плотину, образованную однородным грунтом в отношении коэффициента фильтрации, расположенную на горизонтальном водонепроницаемом основании (рис. 8.4). Картина фильтрации через такую плотину имеет вид, представленный линиями токов, которые начинаются на верховом откосе AB и заканчиваются на низовом откосе CD . Самая верхняя линия тока bc является *кривой депрессии*. Она характеризуется тем, что давление во всех ее точках одинаково и равно атмосферному давлению. Выход этой линии на низовой откос называется *точкой высачивания* (точка c).

Гидравлический расчет земляной плотины сводится к определению фильтрационного расхода, проходящего через тело плотины, и к построению кривой депрессии, необходимой при проектировании плотины.

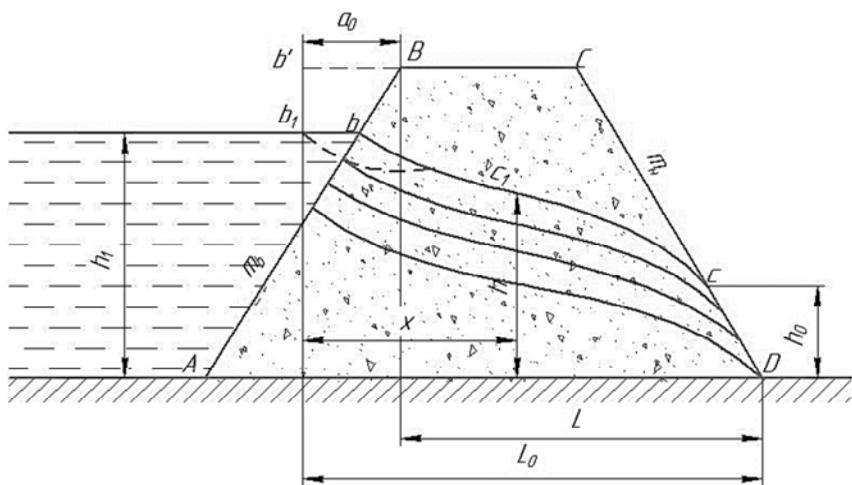


Рис. 8.4. Поперечное сечение земляной плотины

Для упрощения расчета земляной плотины рядом авторов (Е. А. Замариным, Н. Н. Павловским, А. А. Угинчусом, Шаффернаком и др.) было предложено заменять действительное трапецидальное сечение условным трапецидальным сечением, имеющим вертикальную верховую грань. Эту грань обычно проводят на расстоянии a от уреза воды верхнего бьефа:

$$a_0 = \varepsilon h_1,$$

где ε – коэффициент, зависящий от величины коэффициента верхнего откоса m_B , равный 0,40.

При отсутствии воды в нижнем бьефе плотины ($h_2 = 0$) удельный расход такой условной плотины определяют по формуле Дюпюи:

$$q = \frac{h_1^2}{2L_0};$$

$$L_0 = L + 0,4h_1.$$

Величину высоты высачивания в этом случае можно определить по формуле С. Н. Нумерова:

$$h_0 = (m_n + 0,7) \frac{q}{k}.$$

Для построения кривой депрессии задаются расстоянием x и, используя формулу Дюпюи, определяют глубину h в соответствующем сечении:

$$h = \sqrt{h_1^2 - 2 \frac{q}{k} x},$$

которая изменяется от h_1 до h_0 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рапинчук, С. Ф. Гидравлика и гидрология / С. Ф. Рапинчук, Р. И. Герман. – М. : Лесная промышленность, 1982. – 224 с.
2. Железняков, Г. В. Гидравлика и гидрология / Г. В. Железняков. – М. : Транспорт, 1989. – 376 с.
3. Константинов, Н. М. Гидравлика, гидрология, гидрометрия : в 2 кн. / Н. М. Константинов, Н. А. Петров, Л. И. Высоцкий. – М. : Высшая школа, 1987. – 832 с.
4. Богомолов, А. И. Гидравлика / А. И. Богомолов, К. А. Михайлов. – М. : Стройиздат, 1972. – 648 с.
5. Горошков, И. Ф. Гидрологические расчеты / И. Ф. Горошков. – Л. : Гидрометеиздат, 1979. – 432 с.
6. Дорожно-мостовая гидрология : справочник / Б. Ф. Перевозников [и др.]; под ред. Б. Ф. Перевозникова. – М. : Транспорт, 1983. – 200 с.
7. Справочник по гидравлике / В. А. Большаков [и др.]; под ред. В. А. Большакова. – Киев : Вища школа, 1984. – 343 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ.....	6
1.1. Важнейшие физические свойства жидкостей.....	6
1.2. Гидростатическое давление и его свойства	11
1.3. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля	15
1.4. Гидравлические машины	17
1.5. Виды давлений. Приборы для измерения гидростатического давления	19
1.6. Построение эпюр гидростатического давления	26
1.7. Сила давления жидкости на плоские стенки. Центр давления	28
1.8. Сила давления жидкости на криволинейные поверхности.....	32
1.9. Закон Архимеда. Плавание тел	35
2. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ	39
2.1. Виды движения жидкости	39
2.2. Линия тока и элементарная струйка	40
2.3. Основные гидравлические элементы потока	42
2.4. Уравнение неразрывности для элементарной струйки и потока.....	45
2.5. Уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.....	47
2.6. Геометрический и физический смысл уравнения Бернулли.....	50
2.7. Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости.....	53
2.8. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости.....	54
2.9. Потери напора при движении жидкости.....	56
2.10. Режимы движения жидкости. Число Рейнольдса.....	56
2.11. Основное уравнение равномерного движения жидкости... ..	59
2.12. Распределение скоростей при ламинарном и турбулентном режимах	63
2.13. Потери напора по длине при ламинарном режиме	64

2.14. Потери напора по длине при турбулентном режиме	67
2.15. Формулы для коэффициента гидравлического сопротивления λ	68
2.16. Потери напора на преодоление местных сопротивлений... 73	
3. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ В НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ	76
3.1. Основные понятия и расчетные зависимости.....	76
3.2. Гидравлический расчет коротких трубопроводов.....	78
4. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТ И ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ, НАСАДКИ И ВОДОСЛИВЫ	82
4.1. Истечение жидкости через отверстия.....	82
4.2. Истечение жидкости через насадки.....	87
4.3. Основные элементы и классификация водосливов.....	91
4.4. Водосливы с тонкой стенкой. Влияние подтопления и бокового сжатия	94
4.5. Водослив с широким порогом.....	98
4.6. Водослив практического профиля	105
4.7. Упрощенный гидравлический расчет отверстий малых мостов и коротких безнапорных труб	106
5. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ.....	111
5.1. Основные понятия. Расчетные уравнения равномерного движения воды в открытых руслах.....	111
5.2. Гидравлические элементы поперечного профиля русел каналов	115
5.3. Гидравлически наивыгоднейший профиль русла каналов .	117
5.4. Допустимые скорости течения воды в каналах	119
5.5. Гидравлический расчет каналов	121
5.6. Методы гидравлического расчета естественных русел.....	123
6. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ.....	126
6.1. Краткие сведения о неравномерном движении воды в открытых руслах.....	126
6.2. Удельная энергия сечения. Критическая глубина.....	127
6.3. Нормальная глубина.....	132

6.4. Критический уклон	133
6.5. Основные уравнения неравномерного движения.....	135
6.6. Показательная зависимость для отношения модулей расхода. Гидравлический показатель русла.....	139
6.7. Форма кривых свободной поверхности воды при неравномерном движении в открытых руслах	141
6.8. Общие замечания об интегрировании уравнения неравномерного движения воды в призматическом русле при $i > 0$	144
6.9. Построение кривых свободной поверхности для призматических русел по способу Б. А. Бахметева.....	147
6.10. Построение кривых свободной поверхности в естественных руслах.....	150
7. ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ПРЫЖКЕ.....	154
7.1. Сущность явления гидравлического прыжка и условия его возникновения	154
7.2. Структура гидравлического прыжка	154
7.3. Классификация гидравлических прыжков (виды)	155
7.4. Уравнение совершенного гидравлического прыжка и прыжковая функция	156
7.4.1. Основное уравнение гидравлического прыжка.....	157
7.4.2. Прыжковая функция	159
7.5. Определение сопряженных глубин гидравлического прыжка.....	160
7.6. Длина прыжка	162
7.7. Потери напора в прыжке.....	163
8. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ ГРУНТОВЫХ ВОД	165
8.1. Виды движения грунтовых вод.....	165
8.2. Основные фильтрационные свойства грунтов	166
8.3. Скорость и расход фильтрации. Основной закон фильтрации	167
8.4. Определение коэффициента фильтрации.....	169
8.5. Безнапорное движение грунтовых вод.....	171
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	176

Учебное издание

КАЧАНОВ Игорь Владимирович
ВИШНЯКОВ Николай Васильевич
ШАТАЛОВ Игорь Михайлович и др.

**ГИДРАВЛИКА, ГИДРОЛОГИЯ,
ГИДРОМЕТРИЯ ВОДОТОКОВ
(РАЗДЕЛ «ГИДРАВЛИКА»)**

Пособие

для обучающихся по специальностям
1-70 03 01 «Автомобильные дороги»,
1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены»

Редактор *Е. И. Бенищевич*
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 16.11.2021. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 10,46. Уч.-изд. л. 8,18. Тираж 100. Заказ 524.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.