

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Экспериментальная и теоретическая физика»

Л. П. Свирина

ОПТИКА

Пособие

для обучающихся по специальностям 1-38 01 02
«Оптико-электронные и лазерные приборы и системы»,
1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»,
1-38 02 02 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы»,
1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»,
1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства»,
1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области приборостроения*

Минск
БНТУ
2022

УДК 535(075.8)
ББК 22.34я7
С24

Рецензенты:

заведующий кафедрой физики и методики преподавания физики
Белорусского государственного педагогического университета
им. М. Танка, профессор, доктор физ.-мат. наук *В. Р. Соболев*;
зам. заведующего кафедрой общей физики
Белорусского государственного университета,
канд. физ.-мат. наук, доцент *Л. И. Буров*

Свирина, Л. П.

С24 Оптика : пособие для обучающихся по специальностям 1-38 01 02 «Оптико-электронные и лазерные приборы и системы», 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 02 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности», 1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства», 1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника» / Л. П. Свирина. – Минск : БНТУ, 2022. – 337 с.
ISBN 978-985-583-269-1.

Пособие «Оптика» написано в соответствии с программой курса общей физики (раздел «Оптика») для студентов инженерно-технических специальностей вузов. Издание представляет собой базовый курс, охватывающий основные разделы геометрической, волновой и квантовой оптики, а также отдельные вопросы атомной, квантовой и ядерной физики и служит основой для более углубленного изучения предмета.

УДК 535(075.8)
ББК 22.34я7

ISBN 978-985-583-269-1

© Свирина Л. П., 2022
© Белорусский национальный
технический университет, 2022

1. ПРЕДМЕТ ОПТИКИ. ЭВОЛЮЦИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПРИРОДЕ СВЕТА

1.1. Предмет оптики

Оптика – это раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также взаимодействие света с веществом.

Термин оптика происходит от греческого слова «optike» – наука о зрительных восприятиях. В древности оптика определялась как наука о природе света и механизмах зрения.

Важность изучения, понимания и использования свойств света осознавалась еще в глубокой древности; именно свету отводилась основополагающая роль в возникновении и существовании жизни на Земле. Свет Солнца непосредственно воздействует и формирует все жизненно важные функции живых организмов, включая человека. Под воздействием света, в частности, сформировались особенности строения и функционирования органов зрения человека. Свету мы обязаны своим интеллектом: более 90 % всей информации человек получает визуально, т. е. благодаря свету.

В настоящее время невозможно представить нашу повседневную жизнь без достижений оптики: электрическое освещение, экраны мобильных телефонов, телевизоров, компьютеров, лазерные проигрыватели, принтеры и т. д. Современная оптика – это широко разветвленная область исследований, послужившая основой и взаимодействующая со многими разделами современной физики (квантовая механика, физика твердого тела, лазерная физика, голография, и др.), а также со многими другими отраслями наук (информатика, биология, медицина, нелинейная динамика и др.).

Прогресс в области информационных технологий напрямую связывают с достижениями оптической науки, благодаря которой традиционные электрические сигнальные цепи будут вытеснены оптическими элементами получения, обработки и передачи информации.

Одним из самых значительных достижений оптики стало изобретение лазеров. Перечислим лишь некоторые области человеческой деятельности, которые развиваются на основе использования достижений лазерной техники: лазерная биология и медицина, лазерная фотохимия, лазерное разделение изотопов, лазерный управляемый термоядерный синтез, оптоэлектроника, интегральная оптика, опти-

ческие компьютеры, адаптивная оптика, кабельная оптическая видеосвязь, оптическая память, оптическая локация, дальнометрия, дистанционный контроль окружающей среды, лазерная обработка материалов (резка, сварка, упрочение), лазерные микро- и нанотехнологии.

Нанотехнологии ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$) позволяют управлять строением вещества и создавать среды с совершенно новыми оптическими свойствами. Попадая на такую среду, свет может распространяться в ней, не выходя наружу. Это свойство позволило создать необычайные материалы для текстильной промышленности; реальностью стал сказочный плащ-невидимка (используется для маскировки в армии). Покрытия, делающие невидимым военные самолеты, также изготавливаются на основе нанотехнологий.

Приведем несколько примеров применения высоких оптических технологий в медицине.

1. Операция по коррекции зрения проводится с помощью фемтосекундного лазера, излучающего мощные импульсы света длительностью 10^{-15} с , бесшовно, т. е. не надрезая роговицу. Во время работы излучение лазера фокусируется на любой необходимой глубине в слоях роговицы.

2. Наночастицы из золота внедряются в клетки пораженной ткани, которая затем облучается излучением мощного лазера, разогревающим частицы золота и «сжигающим» пораженную ткань.

3. Лазерное зондирование используется для диагностики внутренних органов человека.

Масштаб объектов, которые изучает оптика, варьируется от размеров галактик (в настоящее время на околоземной орбите находится телескоп Хаббл, который регистрирует сигналы, идущие от звезд многие миллионы световых лет, $1 \text{ св. год} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ м}$) до размеров, сравнимых с размерами атомов и молекул. К примеру, диаметр углеродной нанотрубки равен 1–2 нм, диаметр атома кремния – 0,15 нм, ширина молекулы ДНК – 2,5 нм, диаметр клеток крови (кровяных телец) составляет 7,5 мкм ($1 \text{ мкм} = 1000 \text{ нм}$).

Без преувеличения можно утверждать, что оптика – это наука XXI века. При этом даже самые передовые разработки в области оптических технологий базируются на фундаментальных оптических законах, явлениях и принципах, изучение которых составляет основу данного базового курса.

Эта неразрывная связь, а также высокий уровень развития отечественного оптического приборостроения, должны побудить будущих специалистов в любых сферах инженерно-технической и научной деятельности с уважением и вниманием отнестись к изучению базового курса оптики.

Что же такое свет?

Физика, в целом, и оптика, в частности, сталкиваясь с новыми явлениями в повседневной жизни или в лабораторных экспериментах, создает определенные модели, а затем посредством изучения этих моделей и сопоставления их с экспериментальными данными развивает представления о действительности. По мере развития представлений о свойствах света появлялись различные модели, описывающие эти свойства.

В настоящее время известно три модели, описывающие свойства света.

1. **Свет – это луч.** Луч – это прямая линия, по которой распространяется свет и переносится его энергия.

2. **Свет – это электромагнитная волна.** Электромагнитная волна – это возмущение напряженностей электрического и магнитного полей, протекающее во времени и в пространстве. Или электромагнитная волна – это колебания напряженностей электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью. Колебания – это процесс, характеризующийся некоторой повторяемостью во времени.

3. **Свет – это поток фотонов (световых квантов).** Фотон – это частица, которая одновременно обладает свойствами волны.

Проявление свойств света происходит при взаимодействии его с веществом, поэтому наряду с развитием представлений о природе света развивались представления о строении вещества и его свойствах, характеризующих воздействие на свет.

Независимо от модели света оптическими характеристиками среды являются показатель преломления n (характеризует замедление скорости света в среде) и коэффициент поглощения k (характеризует потери световой энергии – интенсивности света – в среде).

Интенсивностью света называют количество энергии, переносимое световой волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения света.

В зависимости от того, какая из моделей света лежит в основе, различают геометрическую (лучевую) оптику (свет – это луч), физическую (волновую) оптику (свет – это волна) и квантовую оптику (свет – это квант).

Геометрическая (лучевая) оптика не рассматривает вопросы о природе света и о строении вещества: свет – это луч; вещество – это, условно говоря, «черный ящик», замедляющий скорость света и поглощающий часть его энергии.

В основе геометрической оптики лежат эмпирические (опытные) законы и представление о распространяющихся независимо друг от друга световых лучах, отражающихся и преломляющихся на границах однородных, прозрачных сред, и прямолинейных в таких средах. Законы геометрической оптики обобщает **принцип Ферма**.

Физическая (волновая) оптика учитывает природу света и строение вещества: свет – это электромагнитные волны оптического диапазона, включающего видимое, ультрафиолетовое и инфракрасное излучение, а вещество – ансамбль гармонических осцилляторов. Под действием света в среде возникают электрические диполи, совершающие вынужденные колебания с частотой света и излучающие вторичные волны с частотой внешнего воздействия.

Теоретическим основанием физической оптики служат уравнения Максвелла, дополненные уравнениями связи и граничными условиями, а также электронная теория строения вещества, разработанная Лоренцем.

В рамках волновой оптики рассматриваются такие явления, как интерференция, дифракция, дисперсия, рассеяние, поляризация света.

Волновая оптика объясняет все законы геометрической оптики и границы ее применимости. Адекватно описывая распространение света в различных средах, волновая оптика не смогла удовлетворительно объяснить процессы его испускания и поглощения.

Квантовая оптика рассматривает явления, в которых при взаимодействии света и вещества проявляются **квантовая природа света** (свет – это поток частиц, называемых фотонами), а также **квантовые свойства среды** (среда состоит из атомов и молекул, описыва-

ваемых законами квантовой механики). **В рамках квантовой оптики рассматриваются такие явления, как тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона и др.**

1.2. Эволюция представлений о природе света

Свет – луч. Кратко остановимся на истории развития оптики. Оптика – одна из самых древнейших наук, тесно связанная с потребностями практики. Она восходит к самым древним цивилизациям. Например, прямолинейное распространение света было известно в Месопотамии (5 000 лет до н. э.) и использовалось еще в древнем Египте при строительных работах. Пифагор (6 век до н. э.) полагал, что тела видны благодаря испускаемым ими частицам. Аристотель (5 век до н. э.) считал, что свет – это возбуждение среды, находящейся между объектом и глазом. Он также занимался атмосферной оптикой, а радугу объяснял отражением света каплями воды. Школа Платона сформулировала два важнейших закона геометрической оптики – прямолинейность распространения света и равенство углов падения и отражения. Евклид в 3 веке до н. э. в своей книге «Катоптрика» (наука об отражении света) рассматривал возникновение изображений при отражении от плоских и сферических зеркал.

Следующий важный шаг – понимание законов преломления – был сделан много веков спустя. В средние века хорошо были известны эмпирические правила построения изображений, даваемых линзами, поэтому начало развиваться искусство изготовления линз. В XIII веке были изобретены очки, около 1590 г. – прототип микроскопа (Янсен, Левенгук). В 1609 г. Галилей построил первый телескоп, с помощью которого сделал ряд астрономических открытий.

Точные законы преломления света были экспериментально установлены лишь около 1620 г. (Снеллиус, Декарт). Декарт в 1637 г. опубликовал свою знаменитую «Диоптрику» (наука о преломлении света). Около 1660 г. был сформулирован принцип Ферма, в соответствии с которым свет распространяется по пути, требующем минимальной затраты времени. Этим был завершён фундамент построения геометрической оптики.

Свет – волна. Дальнейшее развитие оптики связано с открытием явлений волновой оптики: интерференции и дифракции света, двой-

ного лучепреломления и др., которые не поддавались истолкованию в рамках геометрической оптики.

Важную роль в понимании физической природы света сыграли работы Ньютона и Гюйгенса.

Ньютон обращал большое внимание на периодичность световых явлений и допускал возможность интерференции, но отдавал предпочтение корпускулярной концепции света, согласно которой свет – это поток частиц, действующий на эфир, введенный Декартом (эфир – это механическая среда – переносчик света¹) и вызывающих в нем колебания.

По Ньютону равенство углов падения и отражения объяснялось равенством углов при упругом рассеянии частицы на границе раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 . Ньютон считал, что преломление света вызвано действием на световые корпускулы на границе двух сред сил, изменяющих нормальную составляющую скорости корпускул (рис. 1.1). Из рисунка следует, что

$\sin \alpha = \frac{v_{1\tau}}{v_1}$, $\sin \gamma = \frac{v_{2\tau}}{v_2}$. Но так как $v_{1\tau} = v_{2\tau}$, то

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_2}{v_1}. \quad (1.1)$$

Как известно из закона преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$. Из формулы (1.1) следует, что относительный показатель преломления $n_2 / n_1 = v_2 / v_1$. Если преломление происходит на границе вакуума со средой, то $v_1 = c$, $n_1 = 1$, $n_{21} = n_2 = v / c$ и $v = cn_2$. Так как $n_2 > 1$, то $v > c$, то есть скорость света в среде больше, чем в вакууме. Таким образом, **теория Ньютона дает неверный результат.**

Гюйгенс следовал идеям Леонардо да Винчи и развивал работы Гримальди и Гука, исходя из аналогии между акустическими и оптическими явлениями. Он считал, что световое возбуждение – это импульсы упругих колебаний эфира, распространяющиеся с большой, но конечной скоростью.

¹ В то время были известны только механические колебания, распространяющиеся в упругой среде, поэтому и была выдвинута гипотеза о существовании особой среды, в которой распространяется свет, – эфира.

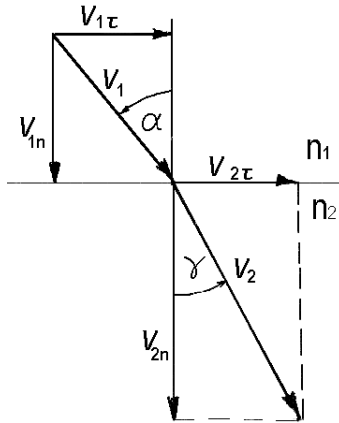


Рис. 1.1

В то время было неясно, как быстро распространяется свет; так, одни ученые (например, Кеплер, Декарт) считали скорость света бесконечной, а другие (Гук и Ньютон) – конечной. Первое экспериментальное измерение скорости света произвел Ремер (1676 г.). Он получил значение $c = 225\,000\,000$ м/с.

Схема рассуждений Ремера приведена на рис. 1.2. Период обращения ближайшего к Юпитеру спутника равен приблизительно 42,5 ч. Поэтому спутник должен был заслоняться Юпитером или выходить из полосы затмения каждые 42,5 ч. Но в течение полугода, когда Земля удаляется от Юпитера, затмения наблюдались каждый раз со все большим запаздыванием по сравнению с предсказанными сроками. Это привело Ремера к выводу, что свет распространяется не мгновенно, а имеет конечную скорость, поэтому ему требуется все больше времени для достижения Земли, по мере того как она, двигаясь по орбите вокруг Солнца, удаляется от Юпитера.

Позднее, в 1726 г. на основе астрономических измерений Брайля получил более точный результат: $c = 301\,000\,000$ м/с. Попытки по определению скорости света ведутся уже более 300 лет и не прекращаются до настоящего времени. Здесь нет ничего удивительного, поскольку в основе современных теорий естествознания лежит предположение о неизменности и постоянстве скорости света (c – универсальная постоянная), и знание ее числового значения важно

для всех разделов физики. Наиболее точные измерения, проведенные на основе лазерных экспериментов, дают $c = 299\,702\,456,2$ м/с.

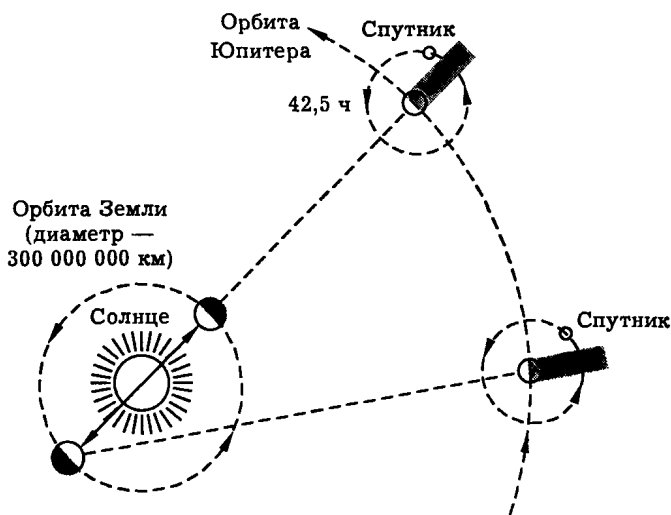


Рис. 1.2

Огромным вкладом Гюйгенса в оптику является установление им принципа, согласно которому каждая точка пространства, до которой доходит световое возмущение (каждая точка волнового фронта), становится источником вторичных сферических волн, огибающая фронтов которых представляет собой фронт реальной волны в последующий момент времени (опубликовано в «Трактате о свете», 1690 г.²). **Волновым фронтом называется волновая поверхность на границе возмущенной и невозмущенной части пространства. Волновая поверхность (или поверхность равных фаз) – это поверхность, на которой фаза волны постоянна.**

Опираясь на этот принцип, Гюйгенс объяснил законы отражения и преломления света.

² Гюйгенс рассматривал свой принцип как прием для отыскания направления распространения света (по сути, прием геометрической оптики, а не волновой), он не связывал природу света с волновым процессом. То, что мы называем вторичными сферическими волнами, с точки зрения Гюйгенса, – это возмущение, аналогичное кругам на воде.

Объяснение законов отражения и преломления на основании принципа Гюйгенса

Закон отражения поясняет рис. 1.3, *а*. Пусть параллельный пучок лучей света A_1B_1 падает на границу раздела двух сред MN . Луч A_1A достигает границы раздела раньше, чем луч B_1B . Положение волнового фронта в этот момент времени показано линией AC (лучи – нормали к волновому фронту). Из точки A в обратном направлении начинается испускаться вторичная сферическая волна и прежде, чем луч B_1B достигнет границы, она пройдет расстояние AD .

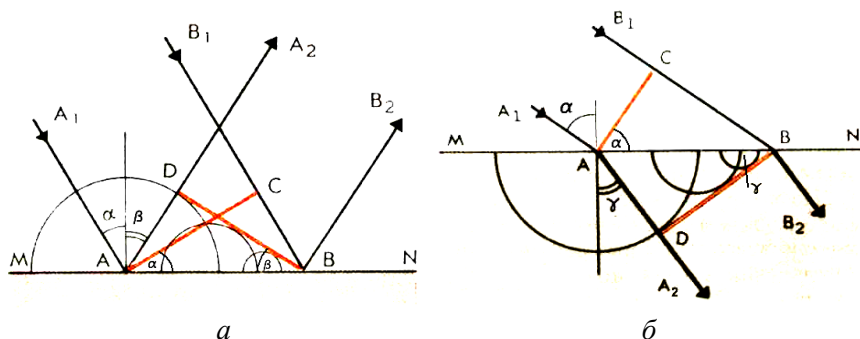


Рис. 1.3. К выводу законов отражения (*а*) и преломления (*б*) света

На рисунке показано положение волнового фронта DB в момент времени, когда луч B_1B достигает границы раздела. Прямоугольные треугольники ACB и ADB равны, т. к. сторона AB – общая, а $AD = CB = ct$, где t – время распространения волнового фронта AC от точки C до точки B (или время распространения вторичной волны от точки A до точки D). Из равенства треугольников следует, что $\angle CAB = \angle DBA$, но $\angle CAB = \alpha$ и $\angle DBA = \beta$, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами, следовательно, $\alpha = \beta$, т. е. **угол падения равен углу отражения.**

Закон преломления. Вывод закона преломления света производится аналогичным способом, с той разницей, что теперь вторичная волна распространяется во второй среде (рис. 1.3, *б*). Пусть на границу раздела двух сред падает параллельный пучок лучей A_1B_1 . Положение волнового фронта в момент времени, когда луч A_1A достигает границы раздела, показано линией AC . В момент, когда его ле-

вый край достигнет точки A (рис. 1.3, б), во второй среде вокруг этой точки начнет образовываться сферическая волна. Правый край фронта подойдет к границе раздела через время $t = CB/v_1$, где v_1 – скорость распространения света в среде 1. За это время сферическая волна из точки A успеет распространиться на расстояние $AD = v_2 t$ (v_2 – скорость распространения света в среде 2).

Из рисунка видно, что $\angle CAB = \alpha$ и $\angle ABD = \gamma$. Запишем выражения для $\sin \alpha$ и $\sin \gamma$, возьмем их отношение:

$$\sin \alpha = \frac{CB}{AB} = \frac{v_1 t}{AB}, \quad \sin \gamma = \frac{AD}{AB} = \frac{v_2 t}{AB}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1.2)$$

и в результате получим правильное выражение для закона преломления.

Гюйгенс также объяснил двойное лучепреломление в исландском шпате, открытое в 1669 г. Бартолинусом. Однако, сформулировав фундаментальный принцип, Гюйгенс не разработал последовательной волновой теории, которая могла бы противостоять воззрениям Ньютона. Поэтому корпускулярная теория истечения и распространения света сохранила свое господствующее положение до начала XIX века.

Победа волновой оптики связана с работами Юнга и Френеля. Юнг определил условия интерференции (1801 г.) и на этой основе объяснил цвета тонких пленок. Френель дополнил принцип Гюйгенса предположением об **интерференции вторичных волн (принцип Гюйгенса-Френеля)**, что позволило с позиции волновой оптики объяснить прямолинейность распространения света и многочисленные дифракционные явления.

В дальнейшем было установлено, что ортогонально поляризованные волны не образуют интерференционной картины, что является доказательством **поперечности** световых волн.

Таким образом, все известные на тот момент оптические явления получили волновую интерпретацию. Вместе с тем, представления о поперечности колебаний упругого эфира приводили к необходимости наделения его противоречивыми свойствами, в частности, свойствами твердого тела, в котором свободно перемещаются другие тела.

Эти трудности были преодолены лишь в 1862–1864 гг. при последовательном развитии Максвеллом учения об электромагнитном поле. Максвелл обобщил все известные законы электричества и магнетизма и сформулировал уравнения, на основании которых, а также на основании открытий Фарадея (опыт по изучению вращения плоскости поляризации света в магнитном поле, 1848 г.) пришел к выводу, что свет – есть электромагнитное поле, а не упругая волна эфира.

Максвелл теоретически показал, что:

– **электромагнитное поле способно существовать самостоятельно, отдельно от электрических зарядов и токов, изменяя свое состояние – напряженности электрического и магнитного полей – во времени и в пространстве, т. е. существовать в виде электромагнитных волн;**

– **скорость распространения электромагнитных волн в вакууме c равна $c^2 = 1 / \epsilon_0 \mu_0$, где ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные (диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума). При этом величина c совпала со значением скорости света, измеренной экспериментально;**

– **в среде скорость света определяется как $v = c / n$, $n = \sqrt{\epsilon \mu}$, где ϵ и μ – соответственно, относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость среды.**

В 1887 году Герц обнаружил электромагнитные волны экспериментально. Эксперименты по изучению взаимодействия света с веществом (явлений дисперсии, поглощения, рассеяния, поляризации света) привели к представлению о веществе как совокупности гармонических осцилляторов³, с которыми взаимодействует свет, и к созданию электронной теории строения вещества⁴.

³ Гармоническим осциллятором называется колебательная система, которая при выведении ее из положения равновесия совершает свободные колебания под действием внутренних сил. Примером гармонического осциллятора может служить пружинный маятник: груз массой m (электрон), прикрепленный пружиной с жесткостью k к неподвижному основанию (к ядру), испытывающий действие возвращающей (квазиупругой) силы F , пропорциональной смещению из положения равновесия r : $F = -kr$.

⁴ На электрон в среде (в атоме со стороны ядра) действует квазиупругая сила. Под действием электрического поля световой волны атом поляризуется, т. е. становится электрическим диполем, и приобретает дипольный момент p . Диполь – два

В 90-х годах XIX века Друде, Гельмгольц и, в особенности, Лоренц (1896 г.) при создании **электронной теории строения** вещества объединили **идею о гармонических осцилляторах и электромагнитную теорию света**. Предположение об электронах, которые входят в состав атомов и молекул, и способности совершать в них колебания, позволило описать многие оптические явления, в т. ч. нормальную и аномальную дисперсию.

На основе электронной теории строения вещества Рэлей (1890 г.) создал теорию рассеяния света, Рождественский (1912 г.) выполнил работы по аномальной дисперсии света, Зеeman (1886 г.) наблюдал, а Лоренц (Нобелевская премия в 1897 г.) объяснил действие продольного магнитного поля на частоты излучения и поглощения атомов. В полном согласии с теорией Максвелла оказалась и величина светового давления, измеренная Лебедевым (1899 г.).

Решающие и наиболее поразительные периоды развития физики – это периоды великих обобщений, когда явления, ранее казавшиеся разрозненными, неожиданно становятся всего лишь разными аспектами одного и того же процесса. Прогресс в науке осуществляется именно благодаря таким обобщениям. По-видимому, самым знаменательным событием XIX столетия считается тот день, когда Максвелл сопоставил законы электричества и магнетизма с законами поведения света и создал **электромагнитную теорию света**.

Электромагнитная теория света стала отправным пунктом при создании теории относительности. При выяснении природы и свойств эфира, была разработана электродинамика движущихся сред (Лоренц, 1896 г.), а также были проведены опыты Майкельсона (1881 г.) и Майкельсона-Морли (1887 г.) по измерению скорости движения Земли относительно неподвижного эфира («эфирного ветра»). В данных экспериментах эта скорость оказалась пренебрежимо малой, что послужило основанием для отказа от концепции эфира. В 1905 г. Эйнштейном была разработана специальная теория относительности, базирующаяся на предположении о постоянстве скорости света в вакууме c , не зависящей от скорости источника или наблюдателя,

одинаковых по величине заряда q с противоположными знаками, находящиеся на расстоянии l друг от друга ($p = ql$). Под действием света величина p изменяется со временем: электрон совершает вынужденные колебания и излучает свет с частотой внешнего воздействия.

что, в свою очередь, привело к кардинальному пересмотру всей классической физики.

Справедливость электромагнитной теории света Максвелла, дополненной электронной теорией строения вещества Лоренца, неоднократно подтверждалась при объяснении огромного количества оптических явлений. Создание этой теории стало крупнейшим этапом в развитии оптики и физики в целом.

Из теории Максвелла следует, что **свет представляет собой электромагнитные волны**. Разные части спектра электромагнитных волн характеризуются разными значениями определенной физической величины, которая называется **длиной волны λ** (в вакууме длина волны $\lambda = cT = c/\nu$, c – скорость света в вакууме, T – период колебаний, ν – частота колебаний). Электромагнитные волны различной длины условно делят на диапазоны по различным признакам: по способу получения, способу регистрации, характеру взаимодействия с веществом. Границы между диапазонами электромагнитных волн установлены на основе экспериментальных данных и не являются абсолютно точными.

В настоящее время в рамках физической оптики под светом понимают излучение оптического диапазона, включающего видимое ($380 \text{ нм} < \lambda < 760 \text{ нм}$), инфракрасное ($1 \text{ мм} < \lambda < 380 \text{ нм}$) и ультрафиолетовое ($10 \text{ нм} < \lambda < 380 \text{ нм}$) излучение.

На рис. 1.4 показан участок шкалы электромагнитных волн, соответствующий оптическому и видимому диапазонам.

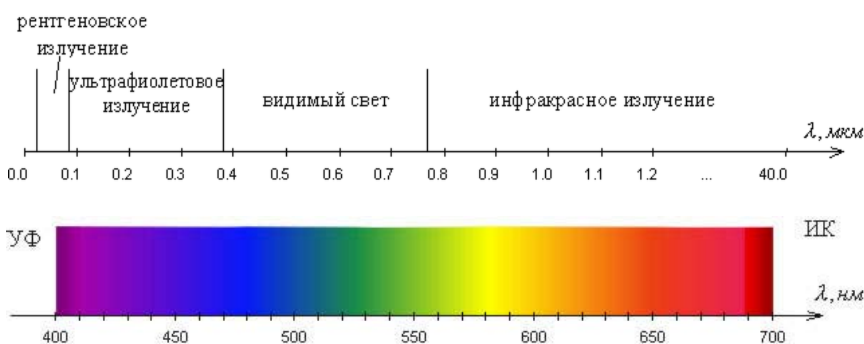


Рис. 1.4. Оптический и видимый диапазоны на шкале электромагнитных волн

В табл. 1 приведены диапазоны электромагнитных волн, а также источники их излучения.

Таблица 1

Виды излучений	Длина волны	Источники
Радиоволны	100 км – 1 мм ($3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^{12}$ Гц)	Транзисторные цепи
Инфракрасное излучение	1 мм – 760 нм ($3 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{14}$ Гц)	Вращательные и колебательные спектры молекул
Видимый свет	760 нм – 380 нм ($4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$ Гц)	Излучение атомов и молекул при возбуждении их электронных оболочек
Ультрафиолетовое излучение	380 нм – 10 нм ($8 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{16}$ Гц)	Излучение атомов и ионов при возбуждении их электронных оболочек
Рентгеновское излучение	10 нм – 10^{-2} нм ($3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{19}$ Гц)	Излучение с внутренних электронных оболочек атомов и тормозное излучение электронов в металле – рентгеновская трубка
γ -излучение	$1 \cdot 10^{-11}$ м – 10^{-15} м ($3 \cdot 10^{19} - 3 \cdot 10^{23}$) Гц)	Излучение ядер атомов при радиоактивном распаде, космическое излучение

Как испускается свет?

Согласно представлениям классической (волновой) теории, **электромагнитное излучение возникает при ускоренном движении заряженных частиц.** Простейшей излучающей системой является **электрический диполь**, дипольный момент которого $p = ql$ изменяется со временем. При этом может изменяться как величина заряда q (излучение радиоантенн), так и величина плеча диполя l (оптическое излучение). Зависимость интенсивности излучения диполя I от угла θ между направлением радиуса-вектора (проведенного из центра диполя в точку наблюдения) и осью диполя, приводимая в полярных координатах (рис. 1.5), называется **диаграммой направленности излучения диполя.**

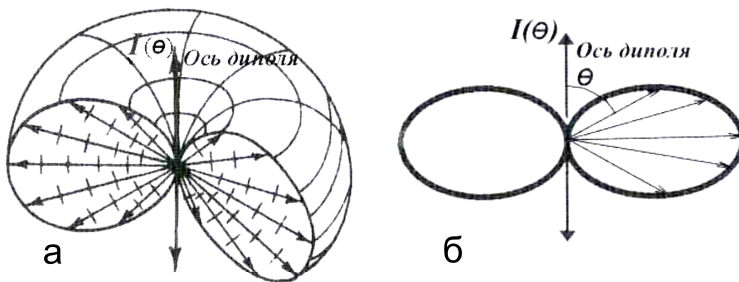


Рис. 1.5. Диаграмма направленности излучения диполя в пространстве (а) и на плоскости (б)

Как видно из приведенной диаграммы, диполь сильнее всего излучает в направлениях, перпендикулярных его оси ($\theta = \pi/2$). Ось диполя показана стрелками. Вдоль своей оси ($\theta = 0$ и $\theta = \pi$) диполь не излучает вообще.

Свет–квант. Несмотря на общепризнанный характер волновой теории Максвелла, ряд вопросов, связанных с взаимодействием света с веществом, в рамках данного подхода объяснения не получил. Это распределение энергии по длинам волн при тепловом излучении абсолютно черного тела, спектральные закономерности излучения света атомом водорода, обнаруженные Бальмером в 1885 г., а также внешний фотоэффект, открытый Герцем в 1887 г., и др.

Перечисленные затруднения были преодолены благодаря гипотезе немецкого физика Планка (1900 г.), согласно которой **излучение и поглощение света происходит не непрерывно, а дискретно, т. е. определенными порциями (квантами), энергия которых определяется как**

$$E = h\nu, \quad (1.3)$$

где E – энергия кванта света (фотона);

h – постоянная Планка.

Теория Планка объяснила тепловое излучение абсолютно черного тела. Эйнштейн в 1905 г. предположил, что **не только излучение света, но и его распространение в среде и взаимодействие с ве-**

ществом происходит в виде световых квантов – фотонов, энергия, импульс и масса которых определяются как:

$$E = h\nu = mc^2, \quad p = mc, \quad m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}. \quad (1.4)$$

Квантовые представления о свете хорошо согласуются с законами излучения и поглощения света, законами взаимодействия света с веществом (тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона и др.). Длительный путь развития привел к современным представлениям о двойственной **корпускулярно-волновой природе света**. Выражения (1.3) и (1.4) связывают корпускулярные характеристики излучения – массу и энергию кванта – с его волновыми характеристиками – частотой колебаний и длиной волны.

Луи де Бройль высказал гипотезу о всеобщем корпускулярно-волновом дуализме материи: каждая частица обладает волновыми свойствами, а свет – лишь один из примеров проявления корпускулярно-волнового дуализма в природе. Дальнейшее развитие этих идей привело к созданию квантовой механики и квантовой электродинамики.

2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ (ЛУЧЕВАЯ) ОПТИКА

2.1. Основные понятия, границы применимости и задачи геометрической оптики

Геометрическая оптика играет важную роль в современном оптическом приборостроении и в развитии информационных технологий; она **решает задачи формирования светового пучка (светотехника) и образования оптического изображения (оптотехника)**.

Представления и законы геометрической оптики возникли на основе опыта задолго до выяснения природы света. Законы геометрической оптики справедливы лишь в той степени, в какой можно пренебречь явлениями **интерференции и дифракции** световых волн. Дифракция сказывается тем слабее, чем меньше длина волны. Поэтому можно сказать, что **геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики, соответствующим исчезающей малой длине волны ($\lambda \rightarrow 0$)**.

Геометрическая оптика не описывает распределение светового поля вблизи края изображения в оптических системах, а также вблизи фокусов пучков, то есть там, где возможна тонкая структура неоднородностей среды, сравнимых с длиной волны.

Законы и границы применимости геометрической оптики могут быть получены математически из уравнений Максвелла.

Понятия геометрической оптики

Световой луч – это геометрическая линия, вдоль которой распространяется свет и переносится световая энергия.

Светящаяся точка – источник света, не имеющий геометрических размеров.

Светящаяся точка и луч в геометрической оптике – понятия математические. В физической оптике световым лучам соответствуют нормали к волновым поверхностям, что следует из уравнений Максвелла (показано ниже). Лучи и поверхности постоянной фазы (волновые поверхности) электромагнитных волн для излучения точечного источника на конечном расстоянии приведены на рис. 2.1.



Рис. 2.1

Отверстия оптических приборов всегда имеют **конечные размеры** и в них от одной светящейся точки попадает много лучей, или **пучок лучей**.

Пучок лучей – это совокупность лучей, характеризующаяся конечными поперечными размерами.

Так как луч – геометрическая линия, не имеющая размеров, то чтобы получить пучок конечного поперечного размера, надо сложить бесконечное число лучей. Ограничение на поперечные размеры пучка налагают условия дифракционной расходимости. В геометрической оптике **пучок лучей – это, как и луч, – линия, вдоль которой распространяется свет**.

Заметим, что реально существующие тонкие пучки света способны ввести в заблуждение. Они тонкие сравнительно со своей длиной, но очень толстые сравнительно с длиной волны. Узкий лазерный пучок – на самом деле плоская волна, поперечные размеры которой практически бесконечны по сравнению с длиной волны λ .

В реальности источник света – это тело, имеющее конечные размеры и состоящее из бесконечного числа излучателей (например, атомов). Практически источник можно считать точечным, если его линейные размеры не менее чем в 10 раз меньше расстояния до точки наблюдения. В этом смысле для наблюдателя на Земле Солнце – точечный источник, так как его видимый угловой размер равен $0,5^\circ$, или 0,01 рад, что означает, что диаметр Солнца меньше расстояния до Земли примерно в 100 раз. Действие протяженного источника

сводится к действию некоторой совокупности точечных источников, полученной путем разбиения поверхности протяженного источника на элементарные участки.

2.2. Законы геометрической оптики

Основные законы геометрической оптики:

- закон прямолинейного распространения света;
- закон независимости световых пучков;
- закон отражения света;
- закон преломления света

описывают распространение света в однородной ($n = \text{const}$, $k = \text{const}$), прозрачной, или непоглощающей ($k = 0$) среде, а также прохождение света через границу раздела таких сред. Основные законы геометрической оптики обобщает принцип Ферма.

2.2.1. Закон прямолинейного распространения света

Свет между двумя точками в однородной прозрачной среде распространяется по прямой линии, соединяющей эти точки.

Этот закон имеет глубокий смысл, поскольку само понятие прямой линии сформировалось главным образом на основе оптических наблюдений. Прямолинейность световых лучей, испускаемых точечным источником света, приводит к образованию резкой тени предмета (рис. 2.2, а). Форма тени предмета при его освещении точечным источником соответствует геометрической центральной проекции контура предмета (с центром в источнике).

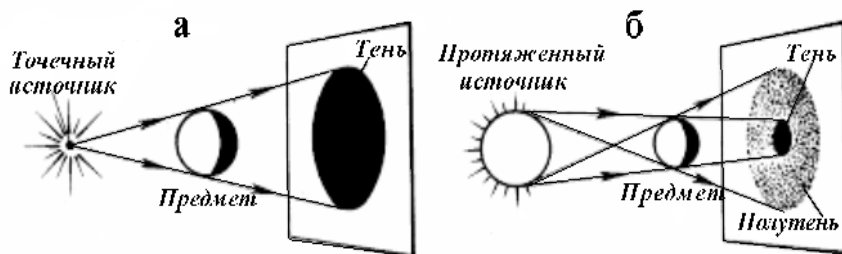


Рис. 2.2

При освещении предмета протяженным источником света края тени оказываются размытыми, т. к. в переходную область между полной тенью и светом (в область полутени) попадают лучи не от всех точек источника (рис. 2.2, б).

Астрономической иллюстрацией прямолинейного распространения света и, в частности, образования тени и полутени может служить затенение одних планет другими, например затмение Луны, когда Луна попадает в тень Земли (рис. 2.3, а). Вследствие взаимного движения Луны и Земли тень Земли перемещается по поверхности Луны и лунное затмение проходит через несколько фаз. Фазы лунного затмения показаны на рис. 2.3, б.

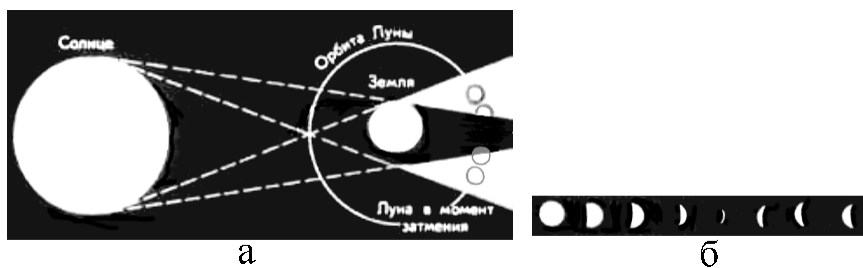


Рис. 2.3

Закон прямолинейного распространения света нарушается при распространении света в неоднородных средах (где n и k зависят от координат): в явлениях дифракции, когда свет проходит через очень малые преграды, при рассеянии в мутных средах.

2.2.2. Закон независимости световых пучков

Отдельные световые пучки, встречаясь и пересекаясь друг с другом, не оказывают взаимного влияния. Распространение в среде каждого пучка не зависит от присутствия других пучков.

Если несколько пучков падают на одну и ту же площадку, то ее освещенность равна сумме освещенностей, создаваемых каждым пучком по отдельности (рис. 2.4). **Закон независимости световых пучков нарушается в явлениях интерференции света, а также при распространении в веществе света высокой интенсивности (например, сфокусированное лазерное излучение).** При этом опти-

ческие характеристики вещества (n и k) зависят от интенсивности света. Закон независимости световых пучков следует из **линейности** уравнений Максвелла.

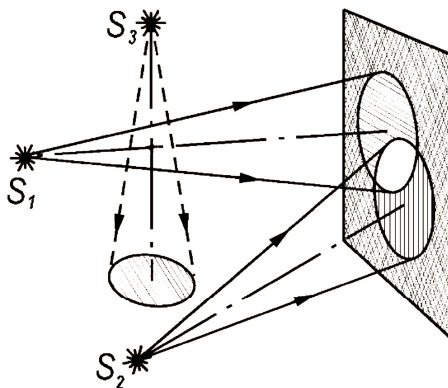


Рис. 2.4. Иллюстрация закона независимости световых пучков

Прохождение света через плоскую границу раздела двух однородных прозрачных сред сопровождается разделением луча на отраженный луч и луч преломленный, **направления распространения которых задаются законами отражения и преломления.** Интенсивность и состояние поляризации отраженного и преломленного света определяются **формулами Френеля.** При падении света на зеркальную поверхность он отражается полностью.

Зеркальная поверхность – это поверхность, для которой размеры неоднородностей $a \ll \lambda$; при $a \geq \lambda$ отражение будет диффузным.

2.2.3. Закон отражения света

– Луч падающий, нормаль к отражающей поверхности в точке падения и луч отраженный лежат в одной плоскости.

– Угол отражения β равен углу падения α :

$$\alpha = -\beta. \quad (2.1)$$

– Луч падающий и луч отраженный обратимы.

Знак минус в выражении (2.1) появляется из-за того, что углы отсчитываются от нормали: по часовой стрелке – положительный,

против часовой стрелки – отрицательный. **Обратимость (или оптическая взаимность) световых лучей** означает, что если навстречу лучу, претерпевшему ряд отражений и преломлений,пустить другой луч, то он пойдет по тому же пути, что и первый (прямой) луч, но только в обратном направлении.

На рис. 2.5 показано отражение света от зеркальной поверхности.

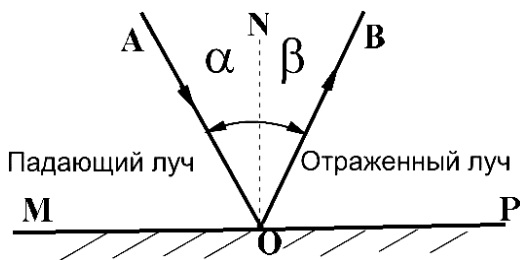


Рис. 2.5. Отражение света от зеркальной поверхности MP :
 AO – падающий луч; OB – отраженный луч;
 ON – нормаль к поверхности в точке падения луча

2.2.3.1. Построение изображений в плоских зеркалах

На рис. 2.6 показано отражение от плоского зеркала точечного источника (*a*) и трехмерного предмета (*б*). Пучок лучей, выходящих из точечного источника S (гомоцентрический), после отражения в плоском зеркале сходится в одной точке S_1 (остается гомоцентрическим).

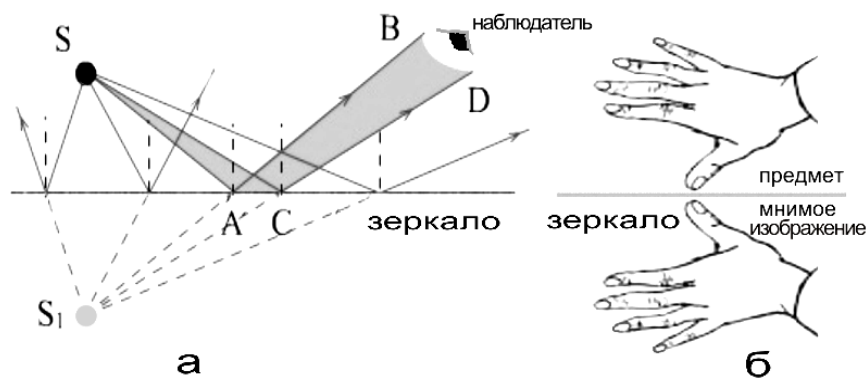


Рис. 2.6

Источник S и его мнимое изображение S_1 расположены симметрично (на одинаковом расстоянии) относительно зеркала. Наблюдателю кажется, что отраженные от зеркала лучи выходят из точки S_1 , расположенной за зеркалом.

Мнимое изображение трехмерного предмета в плоском зеркале (рис. 2.6, б) также расположено симметрично относительно поверхности зеркала, равно по размеру предмету и отличается от самого предмета, как правая система координат отличается от левой, т. е. как правая рука отличается от левой.

2.2.3.2. Построение изображений в скрещенных зеркалах 1 и 2 представлено на рис. 2.7. При отражении источника S в зеркале 1 образуется изображение S_1 , которое, в свою очередь, служит источником для изображения S_2 в зеркале 2 (рис. 2.7, а).

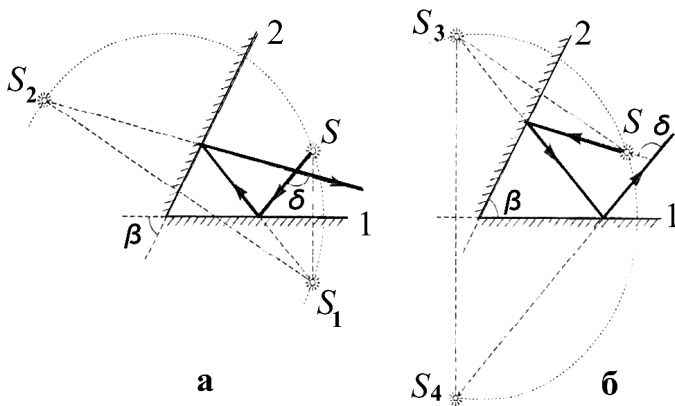


Рис. 2.7. Изображения источника в скрещенных зеркалах

С другой стороны, начиная построение с зеркала 2, получим изображения S_3 и S_4 (рис. 2.7, б). Источник света S и все формирующиеся изображения лежат на дуге одной окружности с центром в вершине зеркального угла, а угол δ между направлениями лучей до и после отражения от двух зеркал равен удвоенному углу между зеркалами: $\delta = 2\beta$.

Следовательно, зеркала, образующие прямой угол, возвращают все световые лучи точно в обратном направлении, что широко используется для конструирования уголкового отражателя света (рис. 2.8).

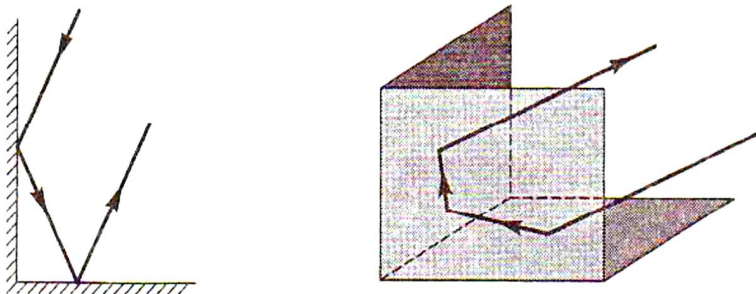


Рис. 2.8. Плоский и объемный уголкового отражатели

Закон отражения света справедлив как для плоских, так и для искривленных поверхностей. Построение изображений в сферических зеркалах см. в п. 2.4.7.

2.2.4. Закон преломления света

– Луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости;

– Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления – есть величина постоянная для данных сред и равна отношению показателю преломления n_{21} :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}; \quad (2.2)$$

– Луч падающий и луч преломленный обратимы.

Относительный показатель преломления n_{21} равен отношению абсолютных показателей второй среды по отношению к первой. Абсолютный показатель преломления среды n равен отношению фазовой скорости электромагнитной волны в вакууме c к ее фазовой скорости v в среде:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (2.3)$$

Учитывая (2.2), закон преломления можно записать в виде

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma. \quad (2.4)$$

Из симметрии выражения (2.4) вытекает **обратимость световых лучей**. Если преломленный луч будет падать на границу раздела из второй среды в первую под углом γ , то преломленный луч в первой среде будет распространяться под углом α , т. е. пойдет в обратном направлении.

На рис. 2.9 показан ход лучей при преломлении света на границе раздела двух сред.

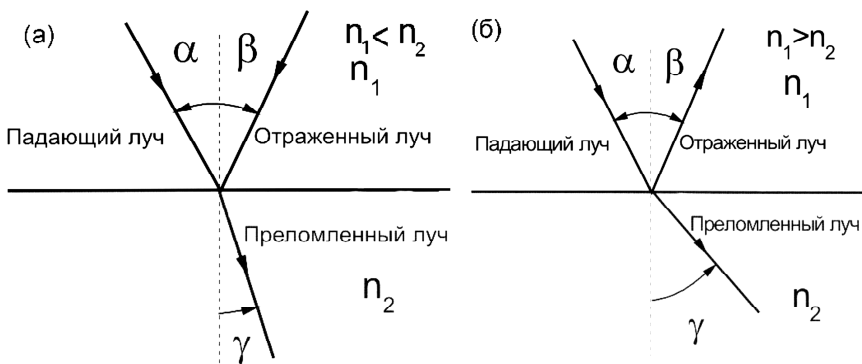


Рис. 2.9. Преломление света при переходе из оптически менее плотной среды (а) в оптически более плотную и из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду (б)

Рис. 2.9 иллюстрирует ход лучей из оптически менее плотной среды (с меньшим показателем преломления) в оптически более плотную среду (с большим показателем преломления): $n_1 < n_2$ (а); и из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду: $n_1 > n_2$ (б).

2.2.4.1. Полное внутреннее отражение

Если свет распространяется из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду ($n_1 > n_2$), то, согласно формуле (2.4), угол преломления γ больше, чем угол падения α (рис. 2.9, б).

Рис. 2.10 иллюстрирует полное внутреннее отражение на границе вода-воздух. С увеличением угла падения увеличивается угол преломления до тех пор, пока при некотором угле падения $\alpha = \alpha_{\text{пр}}$ угол преломления γ не окажется равным $\pi/2$. Угол падения $\alpha_{\text{пр}}$ называется предельным углом. **При углах падения $\alpha \geq \alpha_{\text{пр}}$** весь падающий свет полностью отражается и интенсивность отраженного луча равна интенсивности падающего. Это явление называется **полным внутренним отражением**.

Предельный угол $\alpha_{\text{пр}}$ определим из формулы (2.2) при подстановке в нее $\gamma = \pi/2$:

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad \alpha_{\text{пр}} = \arcsin n_{21}. \quad (2.5)$$

Соотношение (2.5) справедливо при $\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} < 1$, т. е. при $n_1 > n_2$. Следовательно, **явление полного внутреннего отражения имеет место при падении света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду.**

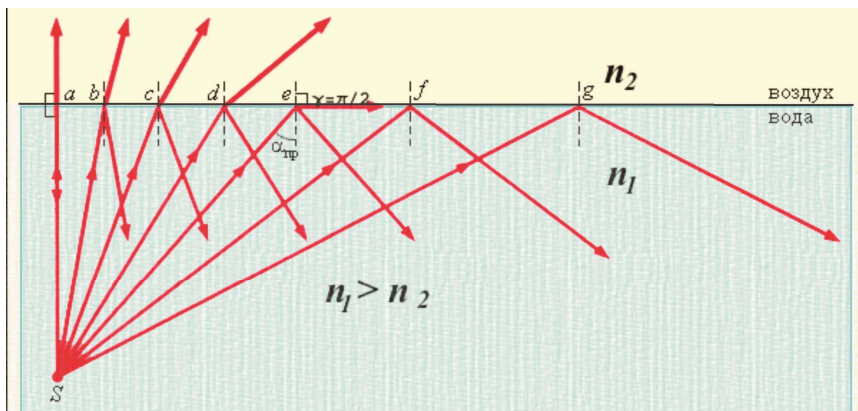


Рис. 2.10. Полное внутреннее отражение имеет место для всех углов падения $\alpha \geq \alpha_{\text{пр}}$

В оптических приборах (биноклях, перископах, рефрактометрах, и т. д.) широко применяются различные типы призм, принцип действия которых основан на явлении полного внутреннего отражения (призмы ПВО). Для призм, сделанных из обычного оптического стекла (средний показатель преломления $n = 1,5$), предельный угол равен $\arcsin(1/1,5) \approx 42^\circ$. Это означает, что любая 45-градусная призма полностью отражает свет без нанесения зеркального покрытия.

На рис. 2.11 показаны призмы ПВО, позволяющие: *a* – повернуть луч на 90° ; *б* – перевернуть изображение; *в* – повернуть луч на 180° .

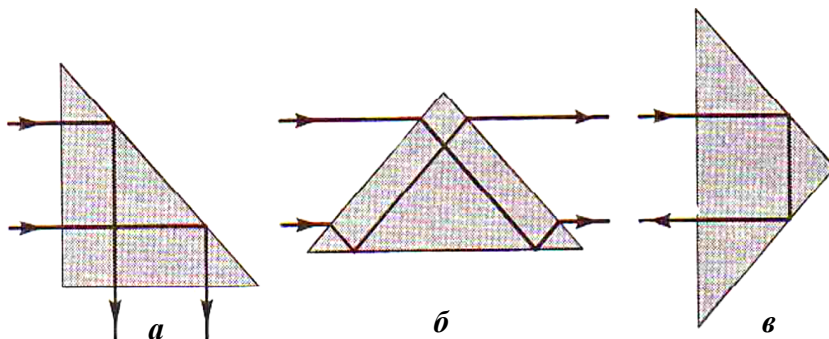


Рис. 2.11

Явление полного внутреннего отражения используется также в **световодах**, представляющие собой тонкие нити (волокна) из оптически прозрачного материала. Показатель преломления поверхностного слоя волокна меньше, чем внутреннего, что обеспечивает полное отражение от боковой поверхности световода, и свет распространяется только вдоль волокна. С помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка. Световоды используются для передачи информации в ЭВМ, в оптических системах связи, для диагностики внутренних органов в медицине и в др.

Ход лучей в оптическом световоде показан на рис. 2.12. Свет выходит из волокна только в точках изгиба, где нарушается условие полного отражения.

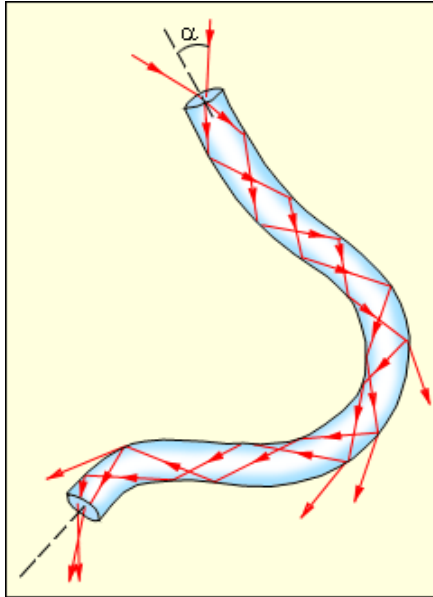


Рис. 2.12

2.2.4.2. Прохождение света через призму

Рис. 2.13 иллюстрирует прохождение света через призму с преломляющим углом θ (показатель преломления вещества призмы больше показателя преломления окружающей среды). Зависимость угла отклонения луча призмой δ от угла падения луча на призму α_1 показана на рис. 2.13, б. Угол отклонения становится минимальным при симметричном ходе лучей в призме ($\alpha_1 = \gamma_2$). В этом случае показатель преломления призмы определяется выражением:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\theta + \theta_{\min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (2.6)$$

Если преломляющий угол призмы мал, то такая призма носит специальное название – клин (рис. 2.13, в).

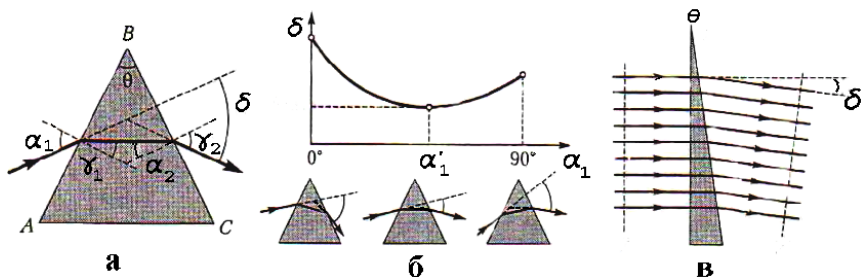


Рис. 2.13. Ход луча через призму с преломляющим углом θ (а) и через узкий клин (в); зависимость угла отклонения δ от угла падения α_1 (б)

2.3. Принцип Ферма

В однородной прозрачной среде свет от одной точки к другой распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время: *лучи света распространяются по пути, приводящему к цели в кратчайшее время.*

Принцип Ферма (1660 г.) дополняет основные законы геометрической оптики. В физике исключительное значение имеет метод принципов, позволяющий на основе небольшого числа общих предположений – принципов – обосновать известные законы некоторого круга явлений и предсказать еще неоткрытые закономерности. Из принципа Ферма вытекают законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света. Покажем это.

Закон прямолинейного распространения света

Между двумя заданными точками 1 и 2 (см. рис. 2.14) возможны различные пути: a , b , d . Для прохождения малого участка пути dS по любому из этих направлений свету требуется время $dt = dS/v$ где v – скорость света в данной точке среды. Учитывая, что $v = c/n$, получим, что $dt = (1/c)ndS$. Следовательно, время τ , затрачиваемое светом на прохождение пути от точки 1 до точки 2, можно вычислить по формуле:

$$\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 ndS. \quad (2.7)$$

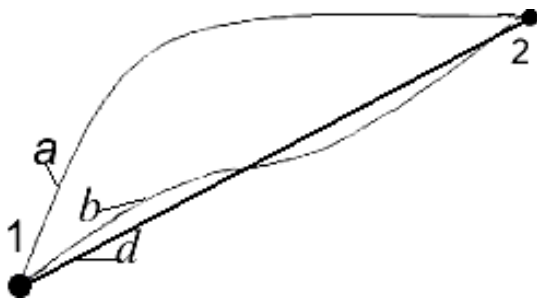


Рис. 2.14

Согласно принципу Ферма, τ должно быть минимальным. Поскольку c – константа, должна быть минимальна величина:

$$L = \int_1^2 n dS = nS, \quad (2.8)$$

которую называют **оптической длиной пути**.

Так как в однородной среде $n = \text{const}$, а минимальное расстояние между точками 1 и 2 S_{\min} – **прямая линия**, то условие (2.8) означает прямолинейное распространение света (путь d). В однородной среде оптическая длина пути равна произведению геометрической длины пути S на показатель преломления среды n : $L = nS$. Принцип Ферма можно сформулировать следующим образом:

в однородной среде свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого $L = nS$ минимальна. Точнее, оптическая длина пути должна быть экстремальна, т. е. либо минимальна (рис. 2.15, а, б), либо максимальна (рис. 2.15, в), либо стационарна – т. е. одинакова для всех возможных путей (рис. 2.15, в).

В случае (в) все пути света между двумя точками A и B оказываются **таутохронными** (требующими для своего прохождения одинакового времени). Примером таутохронных систем является отражатель в виде эллипсоида (рис. 2.15, в), линза и др.

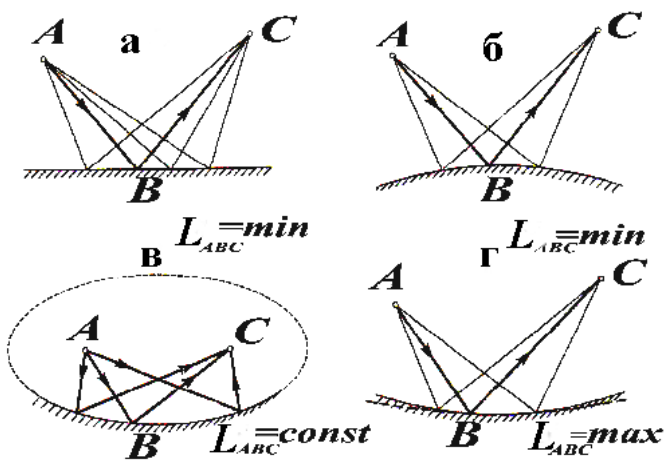


Рис. 2.15. Иллюстрация выполнения принципа Ферма при отражении от зеркальных поверхностей различной формы

Закон отражения

Пусть свет попадает из точки A в точку B , отразившись от поверхности раздела (рис. 2.16, а). Среда, в которой проходит луч, однородна. Поэтому минимальность оптической длины пути сводится к минимальности его геометрической длины.

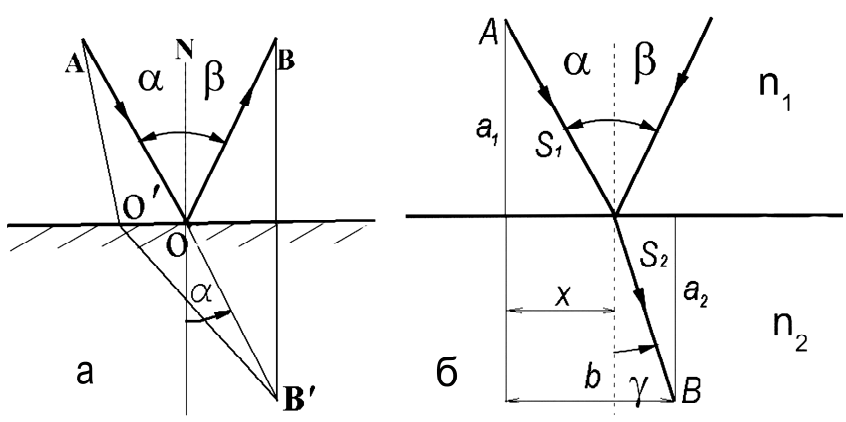


Рис. 2.16

Покажем, что наименьшей длиной обладает путь луча, отразившегося в точке O , для которого угол отражения равен углу падения. Зеркально отразив точку B от поверхности раздела, получим точку B' . Геометрическая длина произвольно взятого пути равна $AO'B = AO'B'$, т. к. треугольник $BO'B'$ – равнобедренный; аналогично равны пути $AOB = AOB'$ (треугольник BOB' – равнобедренный), построенные в соответствии с законом отражения.

Из рисунка видно, что минимальным будет путь $AOB = AOB'$, т. к. только при таком ходе луча линия AOB' будет прямой. Любая линия $AO'B' > AOB'$. Заметим, что при удалении точки O' от точки O геометрическая длина пути неограниченно возрастает, так что в данном случае имеется только один экстремум – минимум.

Закон преломления

Теперь найдем точку, в которой должен преломиться луч, распространяясь от A к B (рис. 2.16, б), чтобы оптическая длина пути была экстремальна (в данном случае – минимальна). Для произвольного луча оптическая длина пути равна:

$$L = n_1 S_1 + n_2 S_2 = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}.$$

Чтобы найти экстремальное значение, продифференцируем L по x и приравняем полученное выражение нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (b-x)}{\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}} = n_1 \frac{x}{S_1} - n_2 \frac{(b-x)}{S_2} = 0. \quad (2.9)$$

Множители при n_1 и n_2 равны соответственно $\sin \alpha$ и $\sin \gamma$. Таким образом, мы приходим к соотношению: $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma$, выражающему закон преломления.

2.3.1. Распространение света в оптически неоднородных средах.

Миражи

Закон прямолинейного распространения справедлив для вакуума и для оптически однородных сред, **в неоднородной среде световые лучи искривляются в сторону больших оптических плотностей.**

Это можно показать либо с помощью построений Гюйгенса, либо с помощью принципа Ферма, либо с помощью дифференциального уравнения для лучей (уравнения эйконала), вытекающего из уравнений Максвелла.

Явление нижнего миража (рис. 2.17, *a*) наблюдается в пустынях и в степях в теплое время года, когда прилегающий к земной поверхности слой воздуха сильно нагрет, а его плотность и показатель преломления резко возрастают с высотой.

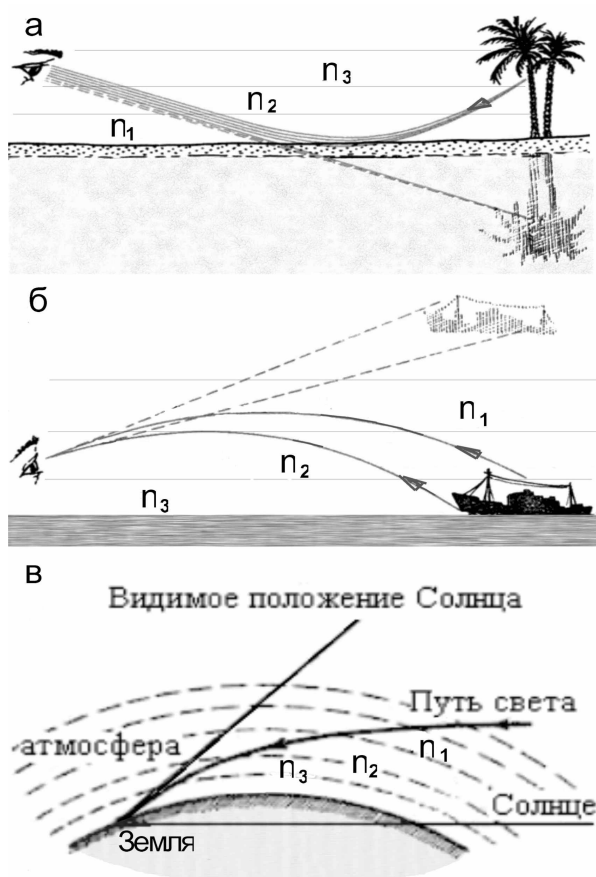


Рис. 2.17. Нижний мираж у поверхности нагретой Земли (*a*), верхний мираж над морем (*б*) и астрономическая рефракция в атмосфере (*в*); $n_1 < n_2 < n_3$

Наблюдатель видит изображение предмета на прямолинейном продолжении попадающих в глаз лучей, поэтому расположенные над горизонтом удаленные предметы он видит снизу, причем создается иллюзия водной поверхности, в которой, как в зеркале, отражается предмет.

Рис. 2.17, б иллюстрирует явление верхнего миража над морем. В данном случае показатель преломления, напротив, убывает с увеличением расстояния от Земли, и изображение располагается сверху от наблюдателя.

Искривление световых лучей в земной атмосфере (верхний мираж) приводит к кажущемуся поднятию небесных объектов над горизонтом, что получило название астрономической рефракции. Солнце у горизонта (рис. 2.17, в) кажется на полградуса выше, чем на самом деле (на рисунке угол значительно больше).

Как нижний, так и верхний миражи, в зависимости от скорости изменения (градиента) показателя преломления в вертикальном направлении, могут давать как перевернутое (а), так и прямое изображение (б) предмета.

2.4. Центрированная оптическая система и ее кардинальные элементы

Оптическая система представляет собой совокупность отражающих и преломляющих поверхностей, отделяющих друг от друга оптически однородные среды.

Обычно это линзы, зеркала, призмы, плоскопараллельные пластины, клинья и др. элементы, имеющие сферические или плоские поверхности, характеризующиеся радиусом кривизны R (для плоскости $R = \infty$). Форма оптических поверхностей должна выдерживаться с точностью меньше длины волны: $(0,1 \div 0,02 \lambda)$. Оптические среды – это прозрачные однородные среды с точным (до 4–6 знаков после запятой) значением показателя преломления. В качестве оптических сред, в основном, применяют: воздух (вакуум) ($n = 1$); стекла с показателями преломления ($n = 1,42 \div 2,0$); а также кристаллы, которые работают в более широком диапазоне длин волн, чем стекла.

Центрированная оптическая система образована сферическими отражающими и преломляющими поверхностями, центры которых лежат на одной прямой, называемой оптической осью (рис. 2.18).

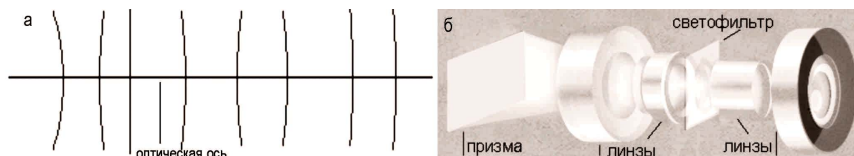


Рис. 2.18. Схематическое изображение центрированной оптической системы (а) и пример ее конкретной реализации (б)

Оптическая ось системы является осью симметрии, при вращении вокруг которой система сохраняет все свои свойства.

Оптическая система предназначена для формирования изображения путем преобразования световых пучков, исходящих от предмета, за счет преломления и отражения света поверхностями, а также за счет ограничения пучков диафрагмой. Кроме того, пучки света могут преобразовываться за счет дифракции.

Пучок лучей, исходящих из одной точки или сходящихся в одной точке, называется гомоцентрическим (рис. 2.19).

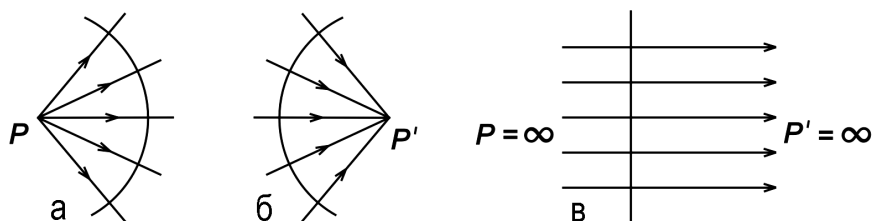


Рис. 2.19. Гомоцентрические пучки лучей: а – расходящийся; б – сходящийся; в – параллельный

Гомоцентрическому пучку лучей соответствует **сферическая волновая поверхность**. На рис. 2.19 показаны расходящийся (а) и сходящийся (б) гомоцентрический пучки. Частным случаем гомоцентрического пучка является пучок параллельных лучей (в); которому соответствует **плоская световая волна**. Точка пересечения параллельного пучка световых лучей находится в бесконечности.

При сохранении гомоцентричности после прохождения оптической системы каждая точка предмета P дает точку изображения P' , которая называется **сопряженной** (рис. 2.20). Такие изображения называются **точечными, или стигматическими**. Изображение, образованное пересечением лучей, выходящих из оптической системы, называют **действительным (а)**, а изображение, образованное пересечением геометрических продолжений этих лучей – **мнимым (б)**.

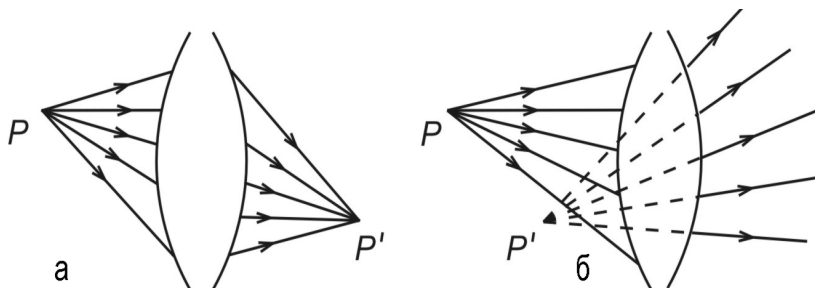


Рис. 2.20. Действительное (а) и мнимое (б) изображения точки в оптической системе

В геометрической оптике изображение точки принято обозначать той же буквой, что и предмет, но со штрихом. Это же относится и к обозначениям лучей, плоскостей, углов, отрезков, показателей преломления и т. д.).

Вследствие **обратимости световых лучей** источник света P и его изображение P' могут поменяться ролями: точечный источник, помещенный в P' , будет иметь свое изображение в P . По этой причине точки P и P' , одна из которых является изображением другой, называют **сопряженными**.

2.4.1. Идеальная оптическая система. Приближение параксиальной оптики

Оптическая система, создающая стигматическое изображение, геометрически подобное отображаемому предмету, называется **идеальной**.

В такой системе все лучи, исходящие из любой точки предмета, собираются после выхода из системы в одной точке изображения.

С помощью идеальной оптической системы пространственная непрерывность точек P предмета отображается в виде пространственной непрерывности точек P' изображения (каждая точка предмета отображается точкой изображения, каждая прямая линия предмета отображается прямой линией изображения). Первая непрерывность называется **пространством предметов**, вторая – **пространством изображений**.

В идеальной оптической системе отсутствуют искажения изображения и дифракция, а изображение строится по законам **параксиальной оптики**.

Приближение параксиальной оптики означает, что:

1) все рассматриваемые лучи образуют малый угол с оптической осью и с нормальными к преломляющим поверхностям;

2) каждый луч, проходя преломляющую границу, находится на малом расстоянии от оптической оси. Расстояние мало по сравнению с радиусом кривизны преломляющей границы.

Так как углы падения, отражения и преломления малы, тангенсы и синусы этих углов практически совпадают со значениями углов в радианной мере. Область, в пределах которой можно делать такие замены, называется **параксиальной**, а соответствующие пучки лучей называют **параксиальными (приосевыми)**. Например, закон преломления (2.2) при малых углах α и γ принимает вид:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.10)$$

Теория идеальной оптической системы разработана Гауссом и носит чисто геометрический характер. Реальные оптические системы в общем случае не удовлетворяют положениям теории идеальных оптических систем; изображением светящейся точки в такой системе будет не точка, а светлое пятно. Реальные системы ведут себя как идеальные лишь в параксиальной области.

2.4.2. Линейное, угловое и продольное увеличение оптической системы

Линейным увеличением оптической системы β называется отношение размера изображения y' в плоскости, перпендикулярной

оптической оси к размеру предмета y в плоскости, перпендикулярной оптической оси:

$$\beta = y' / y. \quad (2.11)$$

Угловым увеличением оптической системы γ называется отношение тангенсов углов образованных сопряженными лучами с оптической осью:

$$\gamma = \operatorname{tg}\alpha' / \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha' / \alpha. \quad (2.12)$$

Продольным увеличением оптической системы α называется отношение бесконечно малого отрезка, взятого вдоль оптической оси в пространстве изображений, к сопряженному отрезку в пространстве предметов:

$$\alpha = dz' / dz. \quad (2.13)$$

2.4.3. Правила знаков

При построении чертежей и выводе различных соотношений в геометрической оптике все отрезки, длины и углы имеют знак, то есть отрезки и углы могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. Правила отсчета углов и отрезков в геометрической оптике называются **правилами знаков** (рис. 2.21).

1. Положительное направление распространения света – слева направо. Для каждого отрезка указывается направление отсчета.

2. Отрезки, характеризующие положение предметов и изображений вдоль оптической оси, считаются положительными, если их направление отсчета совпадает с направлением распространения света (слева направо), и отрицательными – если справа налево.

Отрезки вдоль оптической оси отсчитываются от главных плоскостей оптической системы: **у линзы – от центра линзы, у сферической поверхности (сферического зеркала) – от вершины поверхности.**

3. Отрезки, перпендикулярные оптической оси, считают положительными, если они расположены над оптической осью, и отрицательными, если они расположены под осью.

4. Угол между лучом и оптической осью (или нормалью к поверхности) считается положительным, если для совмещения оси (нормали) с лучом ось (нормаль) нужно вращать по часовой стрелке, и отрицательным – если против часовой стрелки.

5. Радиус кривизны поверхности считается положительным, если центр кривизны находится справа от поверхности (поверхность обращена выпуклостью влево), и отрицательным, если слева от поверхности.

6. При оптических расчетах считается, что после каждой отражающей поверхности показатель преломления, осевое расстояние и угол отражения меняют знак на противоположный. Толщины оптических деталей и воздушных промежутков между преломляющими поверхностями всегда считаются положительными.

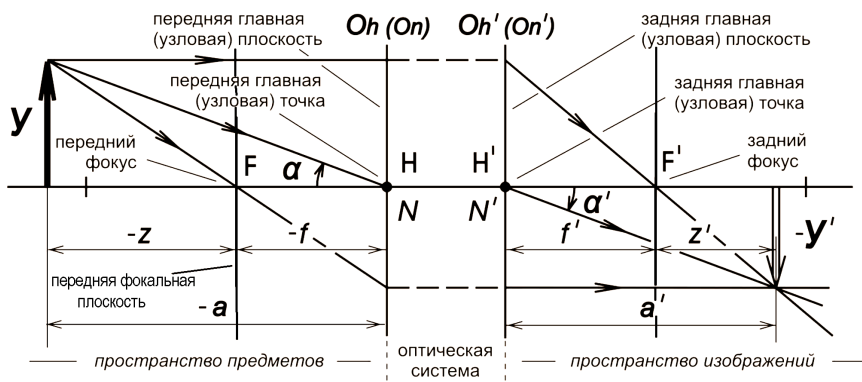


Рис. 2.21. Пример применения правил знаков

2.4.4. Кардинальные элементы идеальной оптической системы

Кардинальные элементы идеальной оптической системы позволяют построить изображение любой точки предмета, не рассматривая действительного хода лучей в оптической системе.

Кардинальные элементы – это передний и задний фокусы, передние и задние главные и узловые точки, передние и задние фокальные, главные и узловые плоскости. Иногда к числу кардинальных элементов относят переднее и заднее фокусные расстояния.

Знание четырех кардинальных точек (обычно это фокусы и главные точки) полностью определяет работу оптической системы.

Задний фокус оптической системы – это изображение F' бесконечно удаленной точки, расположенной на оптической оси (рис. 2.22, а). Лучи, параллельные оптической оси, после прохождения через оптическую систему собираются в заднем фокусе (в точке F').

Задняя фокальная плоскость оптической системы (Of') проходит через задний фокус перпендикулярно оптической оси. Эта плоскость является изображением бесконечно удаленной плоскости.

Параллельный пучок лучей, падающий на оптическую систему под углом α к оптической оси, идет из бесконечно удаленной предметной точки, расположенной вне оптической оси, и после выхода из оптической системы собирается в точке C' , которая находится в задней фокальной плоскости вне оптической оси.

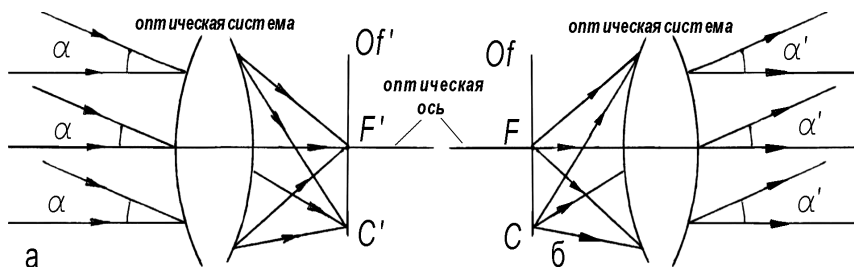


Рис. 2.22. Задний фокус и задняя фокальная плоскость оптической системы (а); передний фокус и передняя фокальная плоскость (б)

Передний фокус оптической системы – это точка F на оптической оси в пространстве предметов, сопряженная с бесконечно удаленной точкой на оси в пространстве изображений (рис. 2.22, б). Лучи, выходящие из точки F , после прохождения через оптическую систему параллельны оптической оси.

Передняя фокальная плоскость оптической системы (Of) проходит через передний фокус перпендикулярно оптической оси.

Передняя фокальная плоскость сопряжена с бесконечно удаленной плоскостью пространства изображений. Если параллельный пучок идет в обратном направлении, то лучи соберутся в переднем фокусе системы (рис. 2.22, б).

Пучок лучей, испускаемый из любой точки S передней фокальной плоскости Qf , выходит из оптической системы наклонным пучком параллельных лучей.

Передняя и задняя главные плоскости оптической системы (рис. 2.21) – это две сопряженные и перпендикулярные оптической оси плоскости Qh и Qh' , для которых линейное увеличение равно плюс единице ($\beta = y' / y = +1$).

Точки их пересечения с оптической осью называются главными точками H и H' . Между главными плоскостями лучи идут параллельно оптической оси.

Положение задней (передней) главной плоскости (рис. 2.21) определяется точкой пересечения луча, идущего параллельно оптической оси из пространства предметов (изображений), с продолжением этого же луча, прошедшего оптическую систему и образующего в пересечении с оптической осью задний фокус F' (передний фокус F).

Передняя и задняя узловые точки оптической системы (рис. 2.21) – это две сопряженные точки N и N' , лежащие на оптической оси, для которых угловое увеличение равно плюс единице ($\gamma = \alpha' / \alpha = +1$). Сопряженные лучи, проходящие через точки N и N' , параллельны.

Узловые плоскости – это плоскости, построенные в точках N и N' перпендикулярно оптической оси.

Для оптической системы, находящейся в однородной среде ($n = n'$), узловые плоскости совпадают с главными (рис. 2.21). В дальнейшем будем рассматривать только такие системы.

Если ($n \neq n'$), для нахождения узловых точек N и N' от переднего фокуса вправо откладывается заднее фокусное расстояние, а от заднего фокуса влево откладывается переднее фокусное расстояние.

Переднее и заднее фокусные расстояния оптической системы (рис. 2.21) отсчитываются от соответствующих главных точек с учетом правил знаков. Расстояние HF от передней главной точки H до переднего фокуса F называется **передним фокусным расстоянием** ($-f$), а расстояние $H'F'$ – от задней главной точки H' до заднего фокуса F' – **задним фокусным расстоянием** f' .

Если оптическая система находится в однородной среде, например в воздухе ($n = n' = 1$), то $f' = -f$, т. е. фокусные расстояния равны по абсолютному значению. В общем случае выполняется усло-

вие $f' / n' = -f / n$, где n – показатель преломления среды, расположенной в пространстве предметов, а n' – в пространстве изображений. Так как $n > 0$ и $n' > 0$, то фокусные расстояния всегда имеют разные знаки.

Оптической силой системы называется величина:

$$D = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}, \text{ в воздухе } D = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}. \quad (2.14)$$

Оптическая сила измеряется в диоптриях (дптр), а фокусное расстояние f' в формуле (2.14) измеряется в метрах.

Оптическую систему характеризуют задним фокусным расстоянием, поэтому, если $f' > 0$ ($D > 0$), то система считается собирающей, если $f' < 0$, $D < 0$, то рассеивающей. В первом случае система дает действительное изображение бесконечно удаленной точки – параллельный пучок лучей превращается в сходящийся, во втором случае изображение бесконечно удаленной точки будет мнимым – параллельный пучок лучей превращается в расходящийся.

2.4.5. Построение изображений в идеальной оптической системе. Характерные лучи

Построение изображения предмета в идеальной оптической системе сводится к построению изображения каждой точки предмета по отдельности. Для этого достаточно построить ход хотя бы двух лучей, проходящих через данную точку предмета. Точка пересечения этих лучей после прохождения их через оптическую систему будет **изображением данной предметной точки**. Для построения изображения в оптической системе используют, так называемые, характерные лучи, ход которых в оптической системе хорошо известен, т. е. лучи, проходящие через фокусы и главные (узловые) точки оптической системы (рис. 2.23).

– **Луч (а)**, проходящий через предметную точку (А) и падающий на систему параллельно оптической оси, после преломления на задней главной плоскости (Oh') проходит через задний фокус (F').

– Луч (*b*), проходящий через предметную точку (*A*) и передний фокус, после преломления на передней главной плоскости идет параллельно оптической оси.

– Луч (*c*), проходящий через предметную точку (*A*) и переднюю главную (узловую) точку, выходит из задней главной (узловой) точки параллельно падающему лучу ($\alpha = \alpha'$).

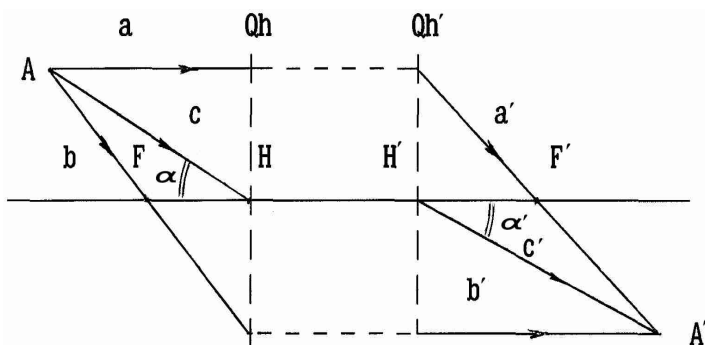


Рис. 2.23. Построение изображения точки, расположенной вне оптической оси

Этими тремя лучами удобно пользоваться, если предметная точка расположена вне оптической оси. Если же точка расположена на оптической оси (рис. 2.24), то все три описанных выше луча совпадают с оптической осью.

Для построения изображения точки *A*, расположенной на оптической оси, необходимо построить ход хотя бы одного луча, пересекающего оптическую ось в предметной точке (основной луч *l*), и найти точку пересечения этого луча с оптической осью после выхода из оптической системы.

На рис. 2.24 показаны примеры построения хода лучей через собирающую (*a*) и рассеивающую (*b*) оптические системы. Для построения используются вспомогательные лучи 2, проходящие через фокальные плоскости, фокусы или узловые (главные) точки. Точки, общие для основного и вспомогательного лучей в передней фокальной плоскости, обозначены буквой *C*, а точки, общие для тех же лучей в задней фокальной плоскости, – буквой *C'*.

Этот способ используется также для построения луча, сопряженного с произвольным лучом в пространстве предметов.

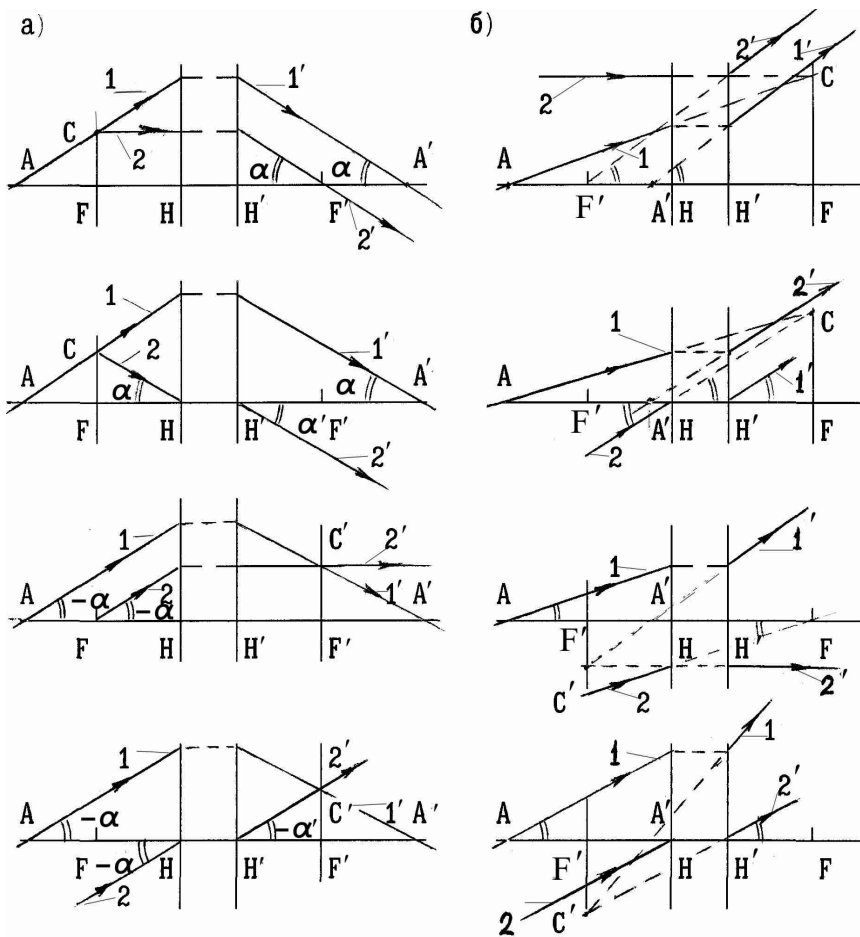


Рис. 2.24. Построение изображения точки на оптической оси в собирающей (а) и в рассеивающей (б) оптической системе: 1 – основной луч; 2 – вспомогательный луч

2.4.6. Основные формулы центрированной оптической системы

Из геометрических построений, показанных на рис. 2.25, выведем формулу Ньютона, связывающую фокусное расстояние линзы с расстоянием от передней главной плоскости до предмета ($-a$) и расстоянием от задней главной плоскости до изображения (a').

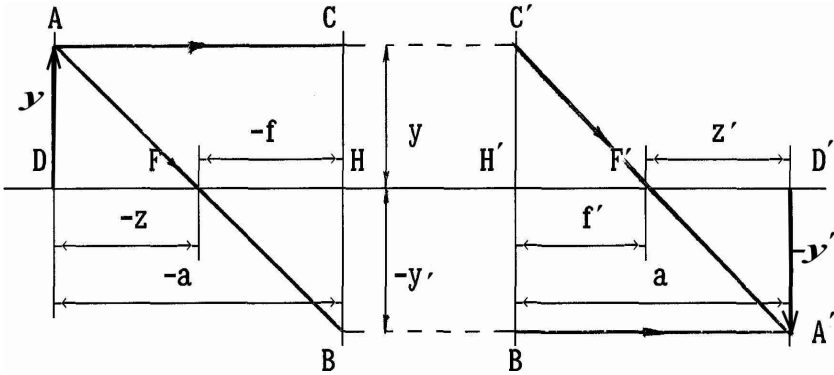


Рис. 2.25. К выводу формулы Ньютона для оптической системы

Из подобия треугольников ADF и BHF и треугольников $A'D'F'$ и $C'H'F'$ можно записать, что линейное увеличение оптической системы равно:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{(-f)}{(-z)} = \frac{z'}{f'}. \quad (2.15)$$

Учитывая, что $f' = -f$, можно записать:

$$-zz' = -ff' = f^2 = (f')^2. \quad (2.16)$$

Формула (2.16) называется **формулой Ньютона**.

Подставляя в формулу (2.16) значения z' и $-z$, выраженные через величины отрезков a' , $-a$ и фокусное расстояние f' :

$$-z = -a - (-f) = -a - f', \quad z' = a' - f, \quad (2.17)$$

запишем:

$$\begin{aligned} -(a + f')(a' - f) &= -ff', \quad aa' + f'a' - af - ff' = -ff', \\ -f'a' + af &= aa'. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Разделив (2.18) на $aa'f'$, получим **формулу Гаусса**, или **формулу отрезков**:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{a}. \quad (2.19)$$

Измеряя расстояния a и a' , из выражения (2.19) можно экспериментально определить фокусное расстояние тонкой линзы,

2.4.7. Построение изображений в зеркалах и линзах

Тонкая линза. Линза представляет собой систему двух сферических преломляющих поверхностей. Типы линз и положение главных плоскостей приведены на рис. 2.26.

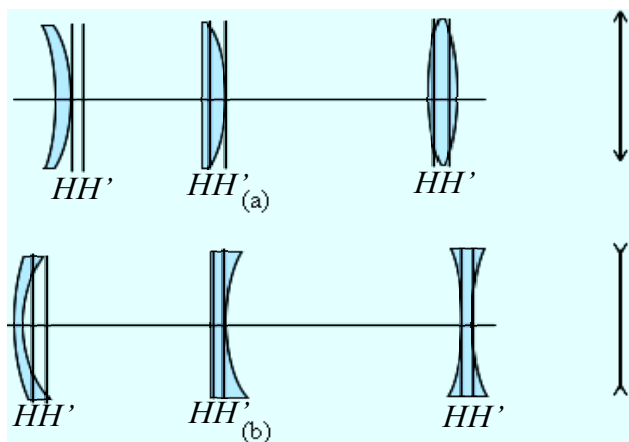


Рис. 2.26. Типы линз и положение главных плоскостей, слева направо:
a – собирающие: вогнуто-выпуклая (мениск), плоско- и двояковыпуклая;
б – рассеивающие: выпукло-вогнутая (мениск), плоско- и двояковогнутая

Вершиной (или полюсом) преломляющей поверхности называется точка пересечения ее с оптической осью.

Линзу называют тонкой (рис. 2.27), если расстоянием между вершинами преломляющих поверхностей O и O' можно пренебречь и считать эти вершины находящимися в одной точке, которую на-

зывают **оптическим центром** тонкой линзы. При этом обе главные плоскости тонкой линзы проходят через ее оптический центр: $HH' = 0$. Если показатели преломления сред по обе стороны линзы одинаковы, то узлы совпадают с главными точками, т. е. также находятся в оптическом центре линзы: $NN' = 0$.

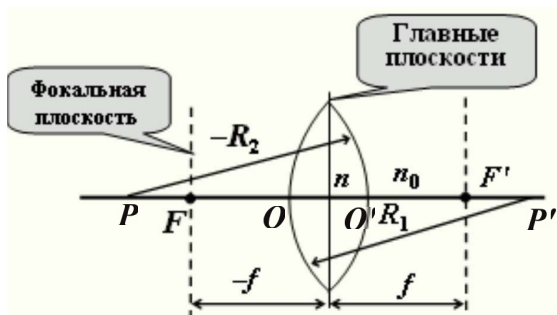


Рис. 2.27. Тонкая линза

Характерными лучами для тонкой линзы являются следующие:

- луч, входящий в систему через передний фокус, выходит из нее параллельно оптической оси;
- луч, входящий в систему параллельно оптической оси, выходит из нее через задний фокус;
- луч, входящий в систему через оптический центр линзы, на выходе из нее не изменяет своего направления.

Формула тонкой линзы через радиусы кривизны (без вывода):

$$\frac{(n - n_0)}{n_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}, \quad (2.20)$$

где n и n_0 – показатели преломления материала линзы и окружающей среды, соответственно.

Заметим, что в соответствии с правилами знаков (рис. 2.27): для выпуклой поверхности $R > 0$ центр кривизны C' лежит справа от вершины O , для вогнутой поверхности $R < 0$ центр кривизны C лежит слева от вершины O' .

Если центрированная оптическая система состоит из нескольких находящихся в воздухе тонких ($HH' = 0$), соприкасающихся линз, т. е. расстояния между центрами этих линз d пренебрежимо малы: $d = 0$, то оптическая сила D суммарной системы и ее фокусное расстояние определяются как:

$$D = \sum_i D_i, \quad D = 1/f', \quad (2.21)$$

где D_i – оптическая сила каждой из линз.

Выражение (2.21) справедливо и для других оптических элементов (например, для сферических зеркал), если выполняются условия: $HH' = 0$ и $d = 0$.

Сферическое зеркало. Формула сферического зеркала (без вывода):

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R}. \quad (2.22)$$

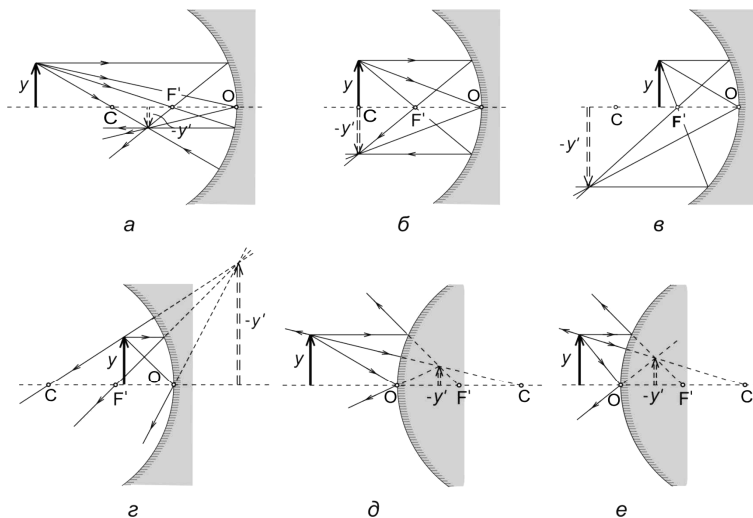
Передняя и задняя главные плоскости сферического зеркала совпадают ($HH' = 0$) и проходят через вершину зеркала.

Характерными лучами для сферического зеркала являются:

- луч, проходящий через оптический центр зеркала, после отражения идет по той же прямой;
- луч, идущий через фокус зеркала, после отражения идет параллельно оптической оси;
- луч, падающий на зеркало в его вершине, после отражения симметричен с падающим лучом относительно главной оптической оси.
- луч, параллельный главной оптической оси, после отражения проходит через фокус зеркала.

Построение изображений в зеркалах и тонких линзах показано на рис. 2.28.

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ЗЕРКАЛАХ И ЛИНЗАХ



Построение изображений в сферических зеркалах при различных положениях предмета y :
 a – $г$ – вогнутое зеркало; $д$, e – выпуклое; O – вершина;
 C – центр сферической поверхности

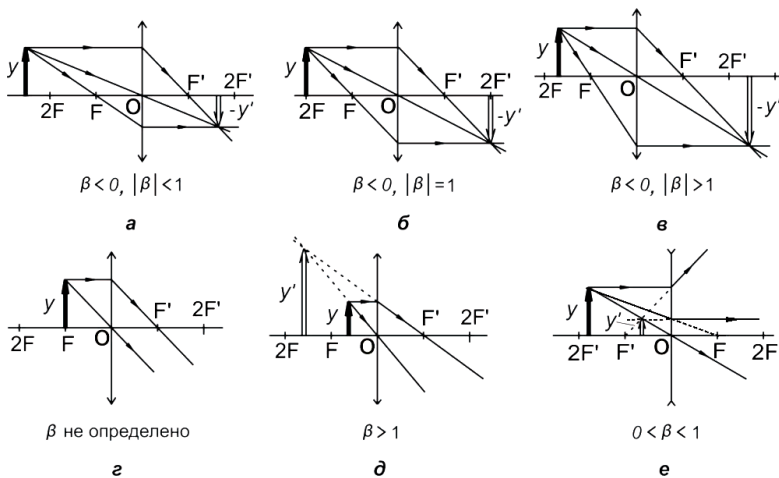


Рис. 2.28. Построение изображений и значения линейного усиления β для собирающих (a – $д$) и рассеивающей (e) линз в зависимости от положения предмета y

2.4.8. Диафрагмы. Ограничение лучей при помощи диафрагм

Четкие без искажений изображения предметов получаются только в параксиальных лучах, т. е. в лучах, образующих малые углы с оптической осью. Для устранения непараксиальных лучей и улучшения качества изображения применяют диафрагмы.

Диафрагма – это, как правило, металлический экран с круглым отверстием, размер которого может изменяться.

Диафрагмы могут быть представлены явно, т. е. диафрагма является элементом оптической системы, или неявно, когда роль диафрагмы играет край элемента оптической системы, например, оправа линзы, зеркала. Диафрагмы располагаются перпендикулярно оптической оси, а их центры совпадают с оптической осью системы.

На рис. 2.29 показана диафрагма D и ее изображения D' и D'' , полученные впереди стоящими и сзади стоящими элементами оптической системы (т. е. полученными в пространстве предметов при обратном ходе лучей и в пространстве изображений при прямом ходе лучей). Если теперь заменить диафрагму D ее изображениями D' и D'' , то они будут так же ограничивать параксиальные пучки, как и диафрагма D .

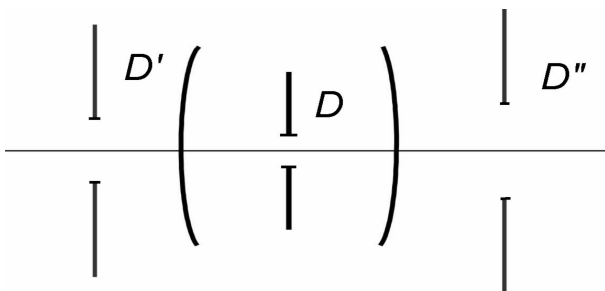


Рис. 2.29. Диафрагма D и ее изображения в пространстве предметов D' и в пространстве изображений D''

В параксиальном приближении всякий луч, прошедший через край изображений D' и D'' , проходит и через край диафрагмы D . Таким образом, от рассмотрения самих диафрагм можно перейти к рассмотрению их изображений.

Ограничение размера пучков – результат совместного действия всех имеющихся в оптической системе диафрагм.

Диафрагма, которая сильнее всего ограничивает пучок, идущий из предметной осевой точки P , называется апертурной, или действующей (апертура от лат. «отверстие»). Чтобы определить, какая из диафрагм является апертурной, надо найти изображение всех диафрагм, имеющихся в системе, в пространстве предметов, в обратном ходе лучей по законам параксиальной оптики.

Луч, идущий из осевой точки предмета и проходящий через край апертурной диафрагмы, называется **апертурным лучом** (рис. 2.30).

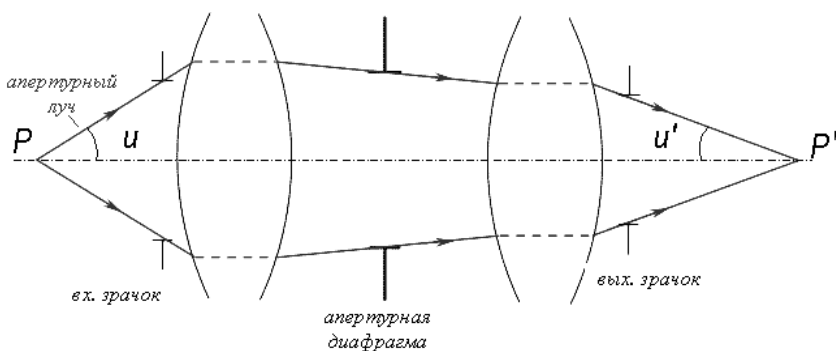


Рис. 2.30. Апертурная диафрагма, входной и выходной зрачок оптической системы

Изображение апертурной диафрагмы в пространстве предметов, сформированное предшествующей частью оптической системы в обратном ходе лучей, называется **входным зрачком оптической системы**. Если апертурная диафрагма находится в пространстве предметов, то входным зрачком является сама апертурная диафрагма. Угол, под которым виден входной зрачок из точки предмета P на оптической оси, называется **апертурным углом** в пространстве предметов.

Изображение апертурной диафрагмы в пространстве изображений, сформированное последующей частью оптической системы в прямом ходе лучей, называется **выходным зрачком оптической системы**. Если апертурная диафрагма находится в пространстве изображений, то выходным зрачком является сама апертурная диа-

фрагма. Угол, под которым виден выходной зрачок из точки изображения на оптической оси P' , называется **апертурным углом** в пространстве изображений.

Апертурный луч внутри системы проходит через край апертурной диафрагмы, в пространстве предметов – через край входного зрачка, а в пространстве изображений – через край выходного зрачка (рис. 2.30).

От размера апертурной диафрагмы зависит яркость изображения и **светосила оптической системы Φ** , которая определяется как $\Phi = (d / f')^2$, где d – диаметр входного зрачка, f' – заднее фокусное расстояние системы.

2.5. Оптические приборы для визуальных наблюдений

2.5.1. Глаз как оптическая система

Глаз человека представляет собой сложную оптическую систему, схематическое устройство глаза показано на рис. 2.31. Глаз имеет почти шарообразную форму (24 мм вдоль главной оптической и 22 мм в поперечном направлении).

Снаружи он покрыт защитной оболочкой 1 белого цвета – **склерой**. Передняя прозрачная часть 2 склеры называется **роговицей**. Показатель преломления роговицы $n_1 = 1,376$. Пройдя роговицу, свет попадает в полость, заполненную **водянистой влагой** 3 с показателем преломления $n_2 = 1,336$. В водянистую влагу погружена **радужная оболочка** 4, окрашенная пигментом. Отверстие в радужной оболочке представляет собой **зрачок**. В зависимости от интенсивности падающего света зрачок рефлекторно изменяет свой диаметр приблизительно от 2 до 8 мм, то есть действует подобно диафрагме в оптической системе. Между роговицей и радужной оболочкой находится **прозрачная жидкость** с показателем преломления $n_2 = 1,336$. За зрачком находится **хрусталик** 5 – эластичная двояковыпуклая линза диаметром около 9 мм и толщиной около 4 мм, передняя поверхность которой менее выпуклая, чем задняя. Внутренняя структура хрусталика, состоящего из большого числа (около 22 000) тонких слоев различной плотности, напоминает структуру луковичи. Показатель преломления хрусталика меняется от наружной области к внутренней от 1,386 до 1,406.

Глазная мышца 6, рефлекторно напрягаясь и расслабляясь, может изменять кривизну поверхностей хрусталика (главным образом передней) и тем самым – его оптическую силу. В полости глаза за хрусталиком находится прозрачное **стекловидное тело** 7 ($n_3 = 1,337$).

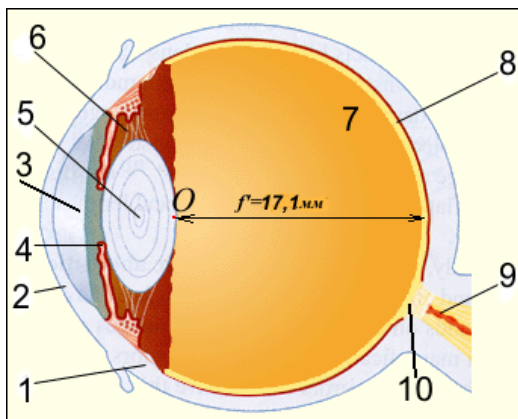


Рис. 2.31. Строение глаза человека

Роговица, водянистая влага, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему глаза, аналогичную собирающей линзе. Оптический центр O такой линзы находится на расстоянии около 5 мм от роговицы 2 и около 17,1 мм от **сетчатки** 8, представляющей собой сложное разветвление **зрительного нерва** 9 с нервными окончаниями – **палочками** и **колбочками**, которые являются светочувствительными элементами.

Толщина сетчатки, покрывающей 65 % внутренней поверхности глаза, изменяется от 0,1 до 0,5 мм. Сетчатка преобразует падающее на нее видимое излучение в электрические импульсы, передаваемые по зрительному нерву 9 в головной мозг. В месте выхода из сетчатки зрительного нерва светочувствительные клетки отсутствуют, поэтому там возникает **слепое пятно** 10, нечувствительное к свету.

Основная особенность глаза как оптического инструмента состоит в способности рефлекторно изменять оптическую силу в зависимости от положения предмета. Такое приспособление глаза к изменению положения наблюдаемого предмета называется **акко-**

модацией. Область аккомодации глаза можно определить положением двух точек:

– **дальняя точка аккомодации** определяется положением предмета, изображение которого получается на сетчатке при расслабленной глазной мышце. У нормального глаза дальняя точка аккомодации находится в бесконечности. При этом оптическая сила глаза $D = 1 / f' = 1 / 0,0171 \text{ м} = 58,5 \text{ дптр}$;

– **ближняя точка аккомодации** – расстояние от рассматриваемого предмета до глаза при максимальном напряжении глазной мышцы. Ближняя точка аккомодации у нормального глаза располагается на расстоянии, зависящем от возраста: от 10 см для двадцатилетних (при этом оптическая сила глаза $D = 68,5 \text{ дптр}$) до 22 см ($D = 63 \text{ дптр}$) к сорока годам.

Кроме этих двух точек, определяющих границы области аккомодации, у глаза существует **расстояние наилучшего зрения L** , то есть расстояние от предмета до глаза, при котором удобнее всего (без чрезмерного напряжения) рассматривать детали предмета (например, читать мелкий текст). Для нормального глаза оптимальное расстояние для чтения и письма (расстояние наилучшего зрения) составляет около 25 см (при этом оптическая сила глаза $D = 62,5 \text{ дптр}$). С возрастом из-за уплотнения хрусталика возникает старческая дальнорзоркость – ближняя точка наилучшего видения составляет около 50 см.

Видимые размеры предметов устанавливаются размерами изображений, получающихся на сетчатке глаза, которые определяются **углом зрения**, т. е. углом между крайними лучами, идущими в оптический центр глаза от рассматриваемого предмета. С приближением рассматриваемого предмета к глазу увеличивается угол зрения, а с ним и размеры изображения на сетчатке. Это позволяет рассмотреть более мелкие детали. Однако при максимально возможном приближении усиливается напряжение мышцы, деформирующей хрусталик, работа глаза становится утомительной.

При нарушении зрения изображения удаленных предметов в случае ненапряженного глаза могут оказаться не на сетчатке, как у нормального глаза (рис. 2.32, *a*), а либо перед сетчаткой у **близорукого** глаза (рис. 2.32, *б*), либо за сетчаткой у **дальнорукорного** глаза (рис. 2.33, *в*). В результате изображение предмета «расплывается».

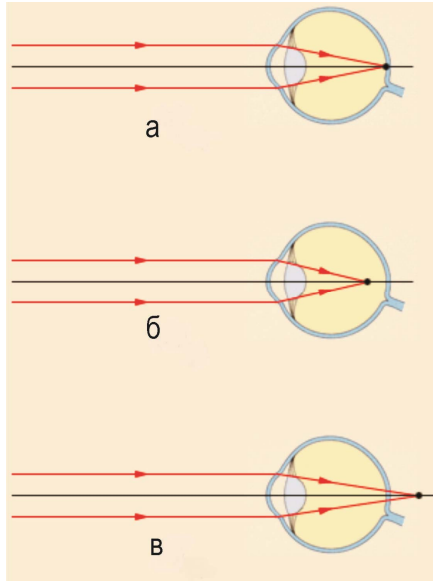


Рис. 2.32. Изображение удаленного предмета:
а – нормальный глаз; *б* – близорукий глаз; *в* – дальнозоркий глаз

На рис. 2.33 показано, как подобрать очки для чтения для дальнозоркого (*а*) и близорукого (*б*) глаза. У близорукого глаза оба предела наилучшего видения находятся ближе, чем у нормального глаза, а у дальнозоркого глаза – дальше.

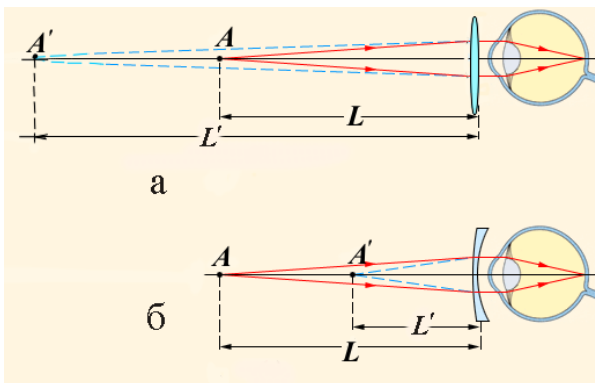


Рис. 2.33. Коррекция зрения у дальнозоркого (*а*) и близорукого (*б*) глаза

Чтобы получить четкое изображение предмета, находящегося на расстоянии наилучшего видения L , на сетчатке дальноруккого глаза, у которого ближний предел находится на расстоянии L' от центра глаза, используются очки с собирающими линзами, имеющими положительную оптическую силу (рис. 2.33, а), которые увеличивают оптическую силу глаза. Аналогично для близоруккого глаза, ближний предел которого находится на расстоянии L' от центра глаза, используются очки с отрицательными линзами (рис. 2.33, б), которые уменьшают оптическую силу глаза и позволяют получить четкое изображение предмета на расстоянии L .

2.5.1.1. Три цвета радуги. Свет и цвет

Свет имеет цвет. Сетчатка глаза состоит из светочувствительных клеток двух типов. Одни реагируют только на интенсивность света и позволяют видеть в полутьме (палочки). Высота палочек – 30 мкм, толщина – 2 мкм, в глазу их содержится около 130 миллионов. Граница дня и ночи – момент, когда пропадают цвета. Другие клетки (колбочки) по-разному реагируют на свет в разных частях видимого спектра, их высота – 10 мкм, толщина – 6–7 мкм, в глазу их около 7 миллионов. Светочувствительные клетки имеют три разных реакции на свет в разных частях видимого спектра (рис. 2.34).

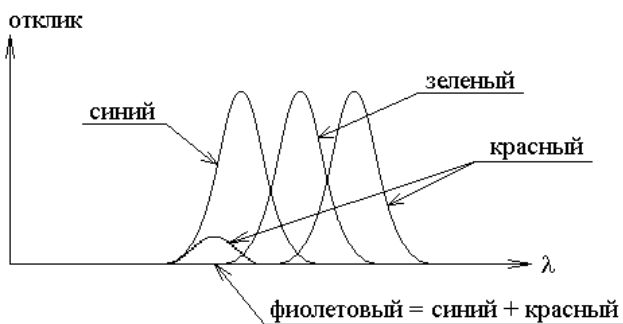


Рис. 2.34. Три цвета, различаемых человеческим глазом

Так цветной монитор имеет светящиеся зерна люминофора трех цветов: синего, зеленого и красного. Эти три типа зерен позволяют создавать любые оттенки цвета (рис. 2.35).

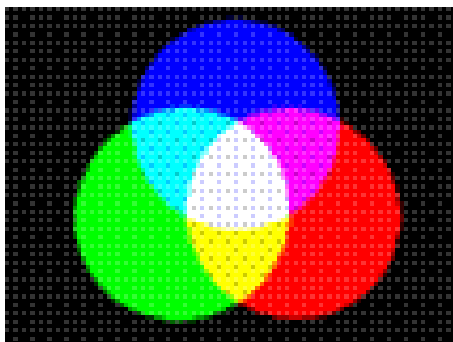


Рис. 2.35. Комбинация трех цветов, позволяющая получить любой другой цвет

Согласно теории **цветового зрения Юнга-Гемгольца** ощущение любого цвета можно получить смешиванием спектрально чистых излучений красного, зеленого и синего цвета. Эта теория хорошо согласуется с наблюдаемыми фактами и предполагает, что **в глазу есть только три типа светочувствительных приемников**. Они отличаются друг от друга **областями спектральной чувствительности**. Красный свет воздействует преимущественно на приемники первого типа, зеленый – второго, синий – третьего.

Сложением излучений таких трех цветов в различных пропорциях можно получить любую комбинацию возбуждения всех трех типов светочувствительных элементов, а значит и ощущение любого цвета. Если все рецепторы возбуждены в одинаковой степени, мы имеем ощущение белого цвета, если рецепторы не возбуждены – черного. По этой причине накладывающиеся области красного, зеленого и синего цвета выглядят, как белое пятно. Наложение красного и синего цвета дает фиолетовый цвет, зеленого и синего – бирюзовый, красного и зеленого – желтый. Приборы для измерения количества цвета называются колориметрами.

2.5.1.2. Почему мы видим в видимом свете

Границы частотного диапазона видимого света, а также сама форма кривой видности (кривой чувствительности) человеческого глаза были сформированы в процессе длительной эволюции, приспособившись к условиям освещения земных предметов солнечным

светом, а также к условиям сумеречного и ночного освещения. Действительно, было бы биологически нецелесообразно, если бы глаз обладал способностью принимать излучение с длинами волн короче 290 нм, так как из-за наличия озонового слоя в атмосфере земли, поглощающего ультрафиолетовые лучи, спектр солнечного излучения вблизи поверхности Земли практически обрывается на длине волны 290 нм.

С другой стороны, из-за теплового излучения самого глаза, его высокая чувствительность к инфракрасному излучению сделала бы невозможной работу глаза в условиях солнечного освещения. В этом случае собственное тепловое инфракрасное излучение глаза затмило бы не только рассеянное излучение неба, но прямой солнечный свет. Работа глаза как органа зрения стала бы невозможной. Другая причина отсутствия зрения в инфракрасных лучах заключается в малости энергии инфракрасных квантов света. Процесс зрения должен начинаться либо химическими, либо фотоэлектрическими действиями, а они вызываются отдельными квантами света и не могут происходить, если энергия кванта меньше некоторого минимального предела.

Спектральный состав излучения Солнца и функция чувствительности среднего человеческого глаза, а также условные границы диапазона, свободного от вредных УФ-лучей, и от собственного теплового ИК-излучения, показаны на рис. 2.36.

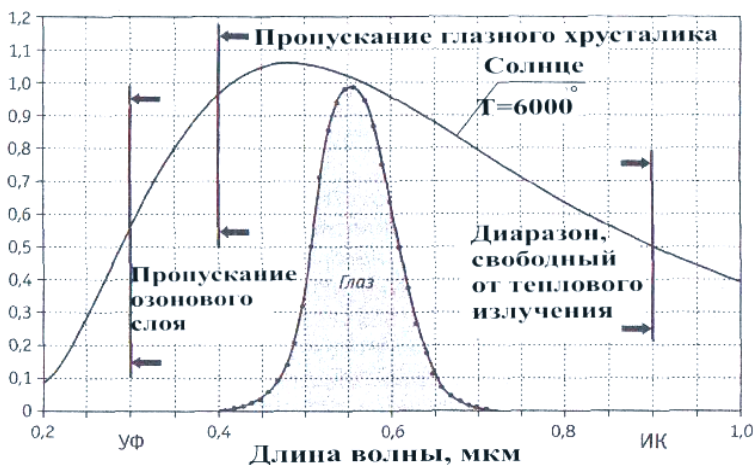


Рис. 2.36

Приведенные на рис. 2.37 графики показывают относительную спектральную чувствительность глаза к излучению различных длин волн (кривая видности) при дневном свете (сплошная линия) и при сумеречном свете (пунктирная линия). Максимальная чувствительность глаза при дневном свете достигается на длине волны 555 нм, а при сумеречном свете – на длине волны 510 нм. Максимальная чувствительность глаза в обоих случаях принимается за единицу.

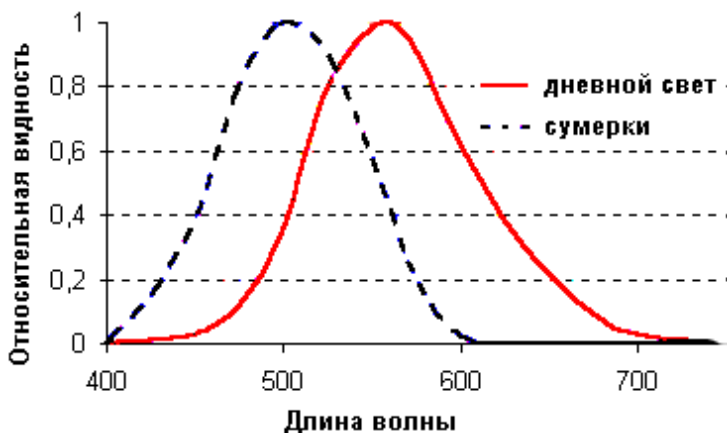


Рис. 2.37. Кривая светочувствительности человеческого глаза в дневное (сплошная линия) и в сумеречное (пунктирная линия) время

Отличие между этими двумя кривыми видности объясняется тем, что дневной и сумеречный свет воспринимаются различными рецепторами глаза (палочками при сумеречном свете и колбочками при дневном свете). При этом палочки обеспечивают черно-белое зрение и обладают очень высокой чувствительностью. Колбочки же позволяют человеку различать цвета, но их чувствительность гораздо ниже. В темноте работают только палочки, именно поэтому воспринимаемое ночью изображение – серое.

Как мы можем видеть из кривой видности, глаз способен воспринимать свет на длинах волн примерно от 400 нм до 760 нм. В условиях адаптации к темноте глаз может также немного видеть инфракрасный свет с длиной волны до 950 нм и ультрафиолетовый свет с длиной волны не меньше 300 нм.

2.5.2. Оптические приборы, вооружающие глаз

Невооруженный глаз различает предметы величиной около 0,1 мм. Применение лупы повысило эту возможность до 0,01 мм, а с помощью оптического микроскопа стало возможным различать малые объекты величиной до 0,15 мкм. В современных электронных микроскопах эта величина порядка 0,1 нм.

Старейшие оптические приборы – лупа и очки. Изобретение зрительной трубы относится к началу XVII в. Первая заявка на изобретение зрительной трубы была подана в Нидерландах Липперсгеем в 1608 г. В Италии в 1609 г. Галилей изобрел свою знаменитую зрительную трубу с окуляром в виде отрицательной линзы. К этому же периоду относится и изобретение микроскопа, хотя точная дата и автор изобретения до сих пор неизвестны.

Назначение приборов, вооружающих глаз, заключается в том, чтобы дать на сетчатке глаза увеличенное изображение удаленных или близких, но малых по размерам предметов. При визуальных наблюдениях глаз является неотъемлемой частью оптической системы, поэтому **ход лучей в приборах, вооружающих глаз, зависит от аккомодации глаза.** При анализе работы оптических приборов для визуальных наблюдений удобнее всего полагать, что глаз наблюдателя **аккомодирован на бесконечность**¹. Это означает, что лучи от каждой точки предмета, пройдя через прибор, попадают в глаз в виде параллельного пучка.

Размеры изображения на сетчатке определяются углом, под которым виден рассматриваемый предмет. Достижимый за счет применения прибора эффект характеризуется видимым увеличением оптического прибора Γ , определяемым соотношением:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} \approx \frac{\beta}{\alpha}, \quad (2.23)$$

где α и β – углы, под которыми предмет виден без прибора и через него (угловые размеры предмета). Если это отношение положитель-

¹ В некоторых учебниках полагается, что глаз наблюдателя аккомодирован на расстояние наилучшего зрения нормального глаза. В этом случае ход лучей в приборах несколько усложняется, но угловое увеличение прибора остается таким же, как и при аккомодации глаза на бесконечность.

но, то оптическая система образует прямое изображение. На это указывает одинаковость знаков углов α и β . Перевернутое (обратное) изображение характеризуется различными по знаку углами α и β , следовательно, и величина увеличения будет отрицательна. Однако на практике часто пренебрегают знаком увеличения, и оно считается **положительным**, а вид изображения, прямое или обратное, оговаривается особо.

2.5.2.1. Лупа. Увеличение лупы

Лупа – собирающая линза, предназначенная для получения увеличенного мнимого прямого изображения предмета. Простейшая лупа (рис. 2.38) представляет собой положительную линзу с небольшим фокусным расстоянием (более сложные лупы состоят из нескольких линз).

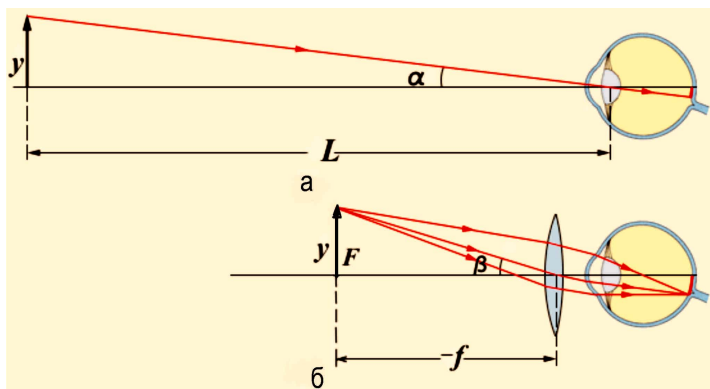


Рис. 2.38. Действие лупы:

предмет рассматривается невооруженным глазом с расстояния наилучшего зрения $L = 25$ см (а); предмет рассматривается через лупу с фокусным расстоянием f (б)

Угловой размер предмета при рассматривании без лупы, когда он располагается на расстоянии наилучшего зрения от глаза $L = 25$ см, определяется соотношением:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{L}. \quad (2.24)$$

При наблюдении через лупу предмет располагается вблизи переднего фокуса линзы F (рис. 2.38). В этом случае получается прямое мнимое увеличенное изображение, которое рассматривается глазом под углом

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{y}{-f} = \frac{y}{f'}. \quad (2.25)$$

Увеличение лупы в соответствии с (2.24) определяется как:

$$\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\frac{y}{f'}}{\frac{y}{L}}, \quad \Gamma = \frac{L}{f'}. \quad (2.26)$$

Так как $L = 25$ см,

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{25}{f} = \frac{D}{4}, \quad (2.27)$$

где f' – фокусное расстояние в метрах,

D – оптическая сила в диоптриях. Обычно лупа имеет оптическую силу $D > 4$ диоптрий.

Для примера рассмотрим лупу, на оправе которой имеется надпись «2.5», что означает, увеличение лупы равно 2,5. Фокусное расстояние такой лупы $f' = \frac{25}{2,5} = 10$ см = 0,1 м, оптическая сила лупы

$$D = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ дптр.}$$

2.5.2.2. Зрительная труба

Для рассматривания удаленных предметов применяются зрительные трубы. Зрительные трубы, предназначенные для наблюдения небесных светил, называются телескопами. Зрительная труба состоит из двух собирающих линз – обращенной к предмету линзы с большим фокусным расстоянием (объектива) O_1 и линзы с малым фокусным расстоянием (окуляра) O_2 , обращенной к наблюдателю.

При этом задний фокус объектива F'_1 совпадает с передним фокусом окуляра F_2 . Для наводки на резкость расстояние между объективом и окуляром может немного меняться.

На рис. 2.39 изображен ход лучей в астрономическом телескопе. Предполагается, что глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность, поэтому лучи от каждой точки удаленного предмета выходят из окуляра параллельным пучком.

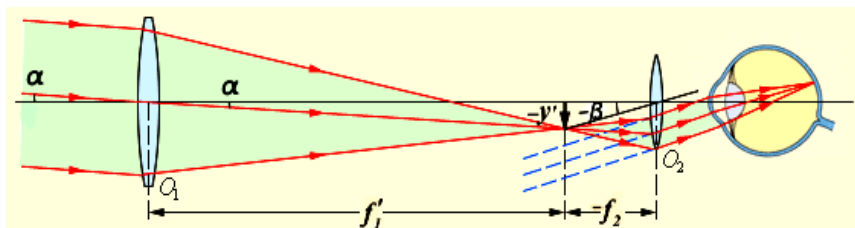


Рис. 2.39. Ход лучей в телескопе

Изображение y' удаленного предмета, даваемое объективом, лежит практически в задней фокальной плоскости объектива. Это изображение рассматривается через окуляр как через лупу. Длиной трубы можно пренебречь по сравнению с расстоянием до предмета. Поэтому можно считать, что невооруженным глазом предмет будет виден под углом α , тангенс которого равен

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-y'}{f_1'}. \quad (2.28)$$

Угол β , под которым предмет виден в зрительную трубу, отрицательный:

$$\operatorname{tg}(-\beta) = \frac{-y'}{-f_2'} = \frac{-y'}{f_2'}, \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{y'}{f_2'}. \quad (2.29)$$

Следовательно, для увеличения, даваемого зрительной трубой, получается выражение:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{(-y')f_1'}{f_2'y'}, \quad \Gamma = -\frac{f_1'}{f_2'} < 0. \quad (2.30)$$

Как видно из рис. 2.39, зрительная труба дает перевернутое изображение рассматриваемого предмета. Для телескопов это не имеет значения. В трубах же, предназначенных для наблюдения за земными объектами, для получения прямого изображения вводятся дополнительные оборачивающие системы.

Зрительные трубы бывают двух типов: зрительная труба **Кеплера**, которая дает увеличенные **перевернутые** изображения, и зрительная труба Галилея, формирующая увеличенные **прямые** изображения. Окуляром в трубе Галилея служит рассеивающая линза.

В качестве объектива в больших астрономических телескопах применяются не линзы, а сферические зеркала. Такие телескопы называются **рефлекторами**. Большие астрономические телескопы предназначены не только для того, чтобы увеличивать угловые расстояния между наблюдаемыми космическими объектами, но и для увеличения потока световой энергии от слабосветящихся объектов.

2.5.2.3. Микроскоп

Для получения больших увеличений (до 2000) при наблюдении мелких предметов применяется микроскоп. Увеличенное изображение предмета в микроскопе получается с помощью оптической системы, состоящей из двух короткофокусных линз – объектива O_1 и окуляра O_2 (рис. 2.40).

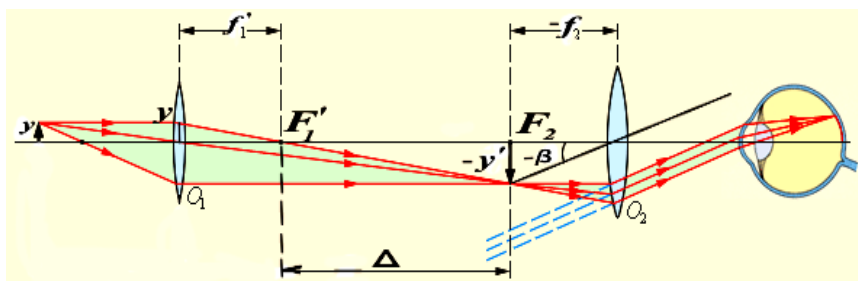


Рис. 2.40. Ход лучей в микроскопе

Объектив формирует действительное перевернутое увеличенное изображение предмета. Это промежуточное изображение рассматривается глазом через окуляр, действие которого аналогично дей-

ствию лупы. Окуляр располагают так, чтобы промежуточное изображение находилось в его фокальной плоскости; в этом случае лучи от каждой точки предмета распространяются после окуляра параллельным пучком.

Из подобия треугольников с общей вершиной в точке F_1' (рис. 2.40) для линейного увеличения получим выражение:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{\Delta}{f_1'}. \quad (2.31)$$

Угловой размер предмета, видимого в микроскоп, определяется как

$$\operatorname{tg}(-\beta) = \frac{-y'}{-f_2'} = \frac{-y'}{f_2'}, \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{y'}{f_2'}. \quad (2.32)$$

Учитывая, что угловой размер предмета, рассматриваемого через лупу, описывается формулой (2.25), для увеличения, даваемого микроскопом, воспользовавшись (2.32) и (2.33), получим

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{y'L}{f_2'y} = -\frac{y\Delta L}{f_1'f_2'y}, \quad \Gamma = -\frac{\Delta L}{f_1'f_2'} < 0. \quad (2.33)$$

Таким образом, объектив микроскопа дает увеличенное перевернутое изображение предмета. Для удобства наблюдения можно перевернуть предмет.

Из формулы (2.33) видно, что для получения больших увеличений нужно уменьшать фокусные расстояния объектива и окуляра. Практически f_1' составляет величину порядка 1 мм, $f_2' \sim 10$ мм, $\Delta \sim 100$ мм. При этих данных получается $\Gamma = 250 \cdot 100 / 1 \cdot 10 = 2500$. Казалось бы, что уменьшая фокусные расстояния и увеличивая Δ , можно достигнуть сколь угодно больших Γ . Однако предел увеличения, даваемого микроскопом, ограничивается вследствие волновой природы света.

3. ФИЗИЧЕСКАЯ (ВОЛНОВАЯ) ОПТИКА

3.1. Свет как электромагнитная волна

Физическая природа света. В рамках волновой теории свет представляет собой электромагнитные волны оптического диапазона, включающего видимое, инфракрасное (ИК) и ультрафиолетовое (УФ) излучение. Границы оптического диапазона, а также границы между его участками установлены на основе экспериментальных данных и не являются абсолютно точными. Диапазон видимых длин волн: $380 \text{ нм} \leq \lambda \leq 760 \text{ нм}$, частота колебаний порядка $\nu \sim 10^{15}$ Гц, период колебаний $T \sim 10^{-15}$ с (фемтосекунды).

3.1.1. Математическое описание оптических явлений

Математическое описание оптических явлений строится на основе базовых уравнений электромагнетизма – уравнений Максвелла. В рамках электромагнитной теории света его распространение рассматривается как волновой процесс. Волновая теория позволяет решать задачи как о распространении света в среде, так и о прохождении через любую оптическую систему, т. е. через совокупность различных сред, ограниченных теми или иными поверхностями и диафрагмами.

1. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Математически электромагнитные волны описываются уравнениями Максвелла. Теория Максвелла обобщает опытные законы электричества и магнетизма, она играет такую же роль, какую уравнения Ньютона играют в классической механике.

Уравнения Максвелла устанавливают связь между 4 основными величинами: напряженностями электрического и магнитного полей (\vec{E} и \vec{H}) и индукциями этих полей (\vec{D} и \vec{B}). Электрические и магнитные свойства среды характеризуются относительной диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями, а также удельной проводимостью σ .

Уравнения Максвелла для непроводящей однородной изотропной среды, в которой нет источников электрических полей – заря-

дов и магнитных полей – токов ($\varepsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $\sigma = 0$, $\rho = 0$), а возможны только электромагнитные волны, имеют вид:

$$\text{rot}(\vec{H}) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (3.1)$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad (3.2)$$

$$\text{div}(\vec{E}) = 0; \quad (3.3)$$

$$\text{div}(\vec{H}) = 0. \quad (3.4)$$

Здесь \vec{E} и \vec{H} – векторы напряженности электрического и магнитного полей, \vec{D} и \vec{B} – векторы индукции электрического и магнитного полей, ε_0 , и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные¹, ρ – объемная плотность свободных зарядов, σ – удельная проводимость.

Физический смысл уравнений Максвелла.

1. Переменное во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле.

2. Переменное во времени магнитное поле порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле. Знак «минус» означает, что вихревое электрическое поле стремится компенсировать изменения, вызванные увеличением или уменьшением магнитного поля (правило Ленца).

3. Неподвижные заряды и стационарные токи в оптике не рассматриваются, поскольку не создают электромагнитных волн.

4. В природе не существует магнитных зарядов-источников.

Как возникает электромагнитная волна.

Согласно представлениям классической (волновой) теории, электромагнитное излучение возникает при ускоренном движении заряженных частиц. Самым простым и фундаментальным типом из-

¹ По современным данным $\varepsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф /м, $\mu_0 = 1,2566370611 \times 10^{-6}$ Гн/м.

лучателя является электрический диполь с изменяющимся во времени дипольным моментом (в оптическом диапазоне изменяется плечо диполя).

Изменение во времени (колебания) напряженности электрического поля в некоторой точке пространства вызывает в смежных точках пространства появление вихревого магнитного поля. Изменение во времени магнитного поля, в свою очередь, порождает в последующих точках пространства вихревое электрическое поле и т. д. На рис. 3.1 схематически показано, каким образом происходит передача колебаний электрического и магнитного полей из одной точки пространства в соседние.



Рис. 3.1. Возникновение электромагнитной волны

Этот процесс – возмущение напряженностей электрического и магнитного полей, протекающее во времени и в пространстве, – представляет собой электромагнитную волну.

Электромагнитная волна – колебания напряженностей электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью.

2. Уравнения связи (материальные уравнения) дополняют уравнения Максвелла и **характеризуют взаимодействие излучения со средой.**

Для однородной изотропной среды эти уравнения имеют вид:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \cdot \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}; \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (3.5)$$

Первые два материальных уравнения связывают напряженности и индукции электрического и магнитного полей, третье уравнение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме.

На основе уравнений связи проводится **классификация сред.**

Типы оптических сред

$\sigma = 0$ – диэлектрическая (непроводящая); $\sigma \neq 0$ – проводящая;
 $\varepsilon = \text{const}$ – однородная, следовательно, изотропная; $\varepsilon = \varepsilon(x, y, z)$ – неоднородная;

$\varepsilon = \varepsilon(\text{направление})$ – анизотропная; $\varepsilon = \varepsilon(E)$ – нелинейная.

Для каждого типа сред уравнения Максвелла принимают специфический вид, соответственно, для каждого из них существуют специфические решения, учитывающие особенности конкретной среды, в которой распространяется электромагнитное излучение.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды ε определяет оптические характеристики среды: показатель преломления n и коэффициент поглощения k .

Полагая величину ε комплексной, получим:

$$\sqrt{\varepsilon} = \text{Re}\sqrt{\varepsilon} - i \text{Im}\sqrt{\varepsilon} = n - in'', \quad n = \text{Re}\sqrt{\varepsilon}, \quad k = \frac{4\pi}{\lambda_0} n'' = \frac{4\pi}{\lambda_0} \text{Im}\sqrt{\varepsilon}, \quad (3.6)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме.

3. Граничные условия

Для того чтобы система уравнений (3.1)–(3.4) была полной, т. е. позволяла однозначно определять характеристики электрического и магнитного полей по начальным условиям, заданным для начального момента времени $t = 0$, во всех областях, надо дополнить эту систему граничными условиями. При переходе через границу раздела остаются непрерывными тангенциальные составляющие векторов напряженностей и нормальные составляющие векторов индукции электрических и магнитных полей:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}; \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad B_{1n} = B_{2n}, \quad (3.7)$$

где индексом τ обозначены тангенциальные составляющие напряженностей электрических и магнитных полей по обе стороны от границы, а индексом n – нормальные составляющие индукций этих полей.

Покажем, что из уравнений Максвелла (3.1)–(3.4), записанных для однородных сред, следует, что электромагнитное поле способно существовать самостоятельно, отдельно от электрических зарядов

и токов, изменяя свое состояние – напряженность электрического и напряженность магнитного полей – во времени и в пространстве, т. е. существовать в виде электромагнитных волн.

3.1.2. Волновое уравнение для светового поля

Проведем математические операции: продифференцируем уравнение (3.1) по времени

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}(\vec{H}) = \operatorname{rot}\left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right) = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Подставим в это уравнение $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ из второго уравнения $\left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{\operatorname{rot}(\vec{E})}{\mu_0 \cdot \mu}\right)$, получим

$$-\frac{1}{\mu_0 \cdot \mu} \operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{или} \quad -\operatorname{rot} \operatorname{rot}(\vec{E}) = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Посмотрим в справочнике, чему равен $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{a})) \equiv \equiv \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\vec{a})) - \Delta \vec{a}$ (или преобразуем по правилу циклической перестановки: «бац минус цаб»: $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}, \vec{E}) - (\vec{\nabla}, \vec{\nabla})\vec{E}$).

Таким образом, $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) \equiv \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\vec{E})) - \Delta(\vec{E})$ и учитывая, что $\operatorname{div}(\vec{E}) = 0$, получим $\Delta \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$. Данное уравнение называется **волновым уравнением**. Обозначим $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ и запишем **волновое уравнение для электрического поля \vec{E}** .

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (3.8)$$

Аналогично, рассмотрев $\text{rot}(\text{rot}(\vec{H}))$, можно получить волновое уравнение для магнитного поля:

$$\Delta \vec{H} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (3.8')$$

и все решения этого уравнения будут иметь такой же вид, как и решения уравнения (3.8) при замене $E \rightarrow H$.

В математических выкладках был использован оператор Гамильтона (гамильтониан): $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$ и оператор Лапласа

(лапласиан):
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Коэффициент $\frac{\varepsilon\mu}{c^2}$ принято обозначать как $\frac{1}{v^2}$, где $v \equiv \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$ –

фазовая скорость электромагнитной волны (скорость распространения фазы волны), n – абсолютный показатель преломления среды.

С математической точки зрения любая функция $E = E(z - vt) + E(z + vt)$ описывает распространение величины E в пространстве с течением времени, причем первое слагаемое описывает распространение волны в направлении $+z$, а второе – в направлении $-z$. Покажем это.

Пусть форма волны, описываемой функцией $E(z, t)$, в момент времени t в точке с координатой z имеет вид, показанный на рис. 3.2, а. За время Δt волна распространится на расстояние Δz . Предположим, что форма волны сохраняется, тогда в точке $z + \Delta z$ в момент времени $t + \Delta t$ (см. рис. 3.2, б) должно выполняться условие:

$$E(z, t) = E(z + \Delta z, t + \Delta t). \quad (3.9)$$

Мы рассмотрели случай, когда волна распространяется в направлении $+z$, при распространении волны в противоположном направлении $E(z, t) = E(z + vt)$.

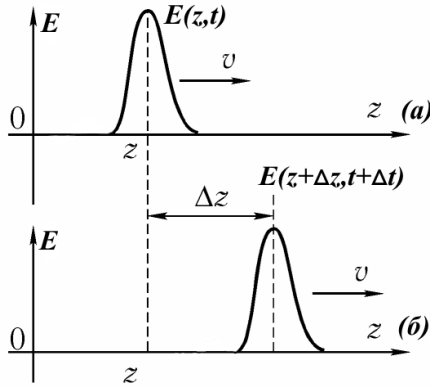


Рис. 3.2

Равенство (3.9) означает, что колебания величины E в точке $z + \Delta z$ происходят точно так же, как и в точке z , лишь запаздывая по времени на Δt . Какова должна быть зависимость величины E от координаты z и времени t , чтобы равенство (3.9) было справедливо? Нетрудно видеть, что она должна иметь вид $E(z, t) = E(z - vt)$. Действительно, в этом случае равенство (3.9) выполняется, поскольку, если z заменить на $z + \Delta z$, а t на $t + \Delta t$, то величина $z - vt$ не изменится: $z - vt = z + \Delta z - v(t + \Delta t)$ в силу того, что $\Delta z - v\Delta t = 0$.

Функция $E = E(z - vt)$ является решением волнового уравнения, в чем нетрудно убедиться непосредственной подстановкой.

Величина $v \equiv \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, определяемая из условия

$$\frac{1}{v^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2}, \quad (3.10)$$

характеризует скорость распространения колебаний в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ .

Величина $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ называется показателем преломления. В оптике $\mu = 1$, т. к. отсутствует парамагнетизм и ферромагнетизм для переменного магнитного поля оптической частоты, поэтому $n = \sqrt{\epsilon}$.

Как следует из рассмотренного, **показатель преломления $n = c/v$ показывает, во сколько раз скорость света в веществе меньше скорости света в вакууме.**

Уравнения (3.8), (3.8') являются следствием уравнений Максвелла, они называются **волновыми уравнениями** и играют основополагающую роль в оптике. Из них вытекает:

1) факт существования электромагнитных волн;

2) распространение электромагнитных волн в вакууме со скоростью $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$;

3) распространение электромагнитных волн в однородной изотропной среде со скоростью $v = \frac{c}{n}$, $n = \sqrt{\epsilon}$.

Отметим, что уравнение (3.8) описывает волновые процессы и более общего характера, чем только волны вида $E = E(z \pm vt)$. Рассмотрим несколько важных случаев простейших типов волн.

3.1.3. Плоская монохроматическая волна – частное решение волнового уравнения

Рассмотрим решения волнового уравнения (3.8) для нескольких частных случаев. Предположим для простоты, что электрическое поле зависит только от одной координаты z . В этом случае уравнение (3.8) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (3.11)$$

Одним из возможных решений уравнения (3.11) является плоская монохроматическая волна, распространяющаяся вдоль оси z .

Напряженность электрического поля такой волны описывается выражением:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \varphi_0\right), \quad (3.12)$$

которое можно представить в виде:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0). \quad (3.13)$$

В выражениях (3.12) и (3.13) обозначены **параметры плоской монохроматической волны**:

– \vec{E}_0 – **амплитуда волны**, в общем случае, комплексная – это максимальное отклонение величины \vec{E} от положения равновесия;

– $(\omega t - kz + \varphi_0)$ – **фаза волны** – это аргумент косинуса;

– φ_0 – **начальная фаза волны**;

– ω – **циклическая частота волны**, $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, где ν – частота волны (Гц);

– T – **период волны по времени (период колебаний)**;

– величина $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{Tv} = \frac{2\pi}{\lambda}$ в общем случае векторная (см. ниже);

– $\vec{k} = k\vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ – **волновой вектор, направлен вдоль траектории распространения волны, перпендикулярно волновой поверхности**;

– $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ – **волновое число** (измеряется в см^{-1});

– $\lambda = vT$ – **длина волны** или ее пространственный период;

– $kz = \frac{2\pi}{\lambda}z = \frac{2\pi}{vT}z = \frac{2\pi}{cT}nz = \frac{2\pi}{\lambda_0}nz$, λ_0 – **длина волны в вакууме**;

– nz – **оптическая длина пути**.

Распределение напряженности поля в плоской монохроматической волне показано на рис. 3.3. Если в выражении (3.13) зафиксировать z , то получим гармонические **колебания** напряженности электрического поля волны **с периодом по времени T** . Если положить постоянным t , то зависимость $E(z)$ дает как бы моментальную фотографию волны – распределение значений напряженности поля в пространстве с **пространственным периодом $\lambda = vT$** .

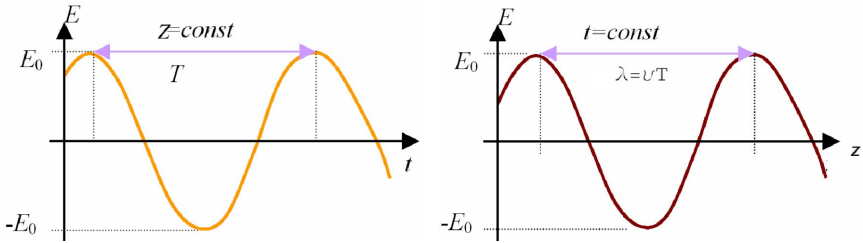


Рис. 3.3

Вид функции (3.13) показывает, что она **периодична по времени с периодом T** , и **по координате z с пространственным периодом λ** .

Параметр ν , называемый фазовой скоростью волны, определяет скорость перемещения волнового фронта, то есть волновой поверхности на границе между возмущенной и невозмущенной частью пространства.

Волновая поверхность, или поверхность равных фаз – это поверхность, на которой фаза волны имеет одно и то же постоянное значение.

На волновой поверхности фаза волны $\varphi = \omega\left(t - \frac{z}{\nu}\right) + \varphi_0 = \omega t - kz + \varphi_0 = \text{const}$, откуда следует, что скорость, с которой распространяется фаза волны, равна

$$\frac{dz}{dt} = \nu = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda 2\pi}{2\pi T} = \frac{\lambda}{T} = \nu. \quad (3.14)$$

В случае плоской волны, распространяющейся вдоль оси z , волновые поверхности являются плоскостями, удовлетворяющими уравнению $z = \text{const}$, перпендикулярными оси z (рис. 3.4), чем и объясняется название волны – **«плоская»**.

Волна называется плоской, потому что ее волновые поверхности являются плоскостями.

Волна называется монохроматической (одноцветной), потому что в ней совершаются колебания напряженностей \vec{E} и \vec{H} на одной частоте, т. е. гармонические колебания (по закону \sin, \cos).

Чтобы получить выражение для волны, распространяющейся в отрицательном направлении, достаточно поменять знак в выражении для фазы: $\omega\left(t + \frac{z}{v}\right) + \varphi_0$ или $(\omega t + kz + \varphi_0)$.

Часто бывает необходимо рассмотреть волну, которая распространяется не вдоль оси z , а в каком-то произвольном направлении. Пусть направление задается единичным вектором нормали \vec{n} к волновому фронту. Тогда уравнение поверхности постоянной фазы записывается в виде $\vec{n}\vec{r} = \text{const}$, где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный из начала координат к некоторой точке волнового фронта. В выражении для напряженности электрического поля плоской волны (3.13) в этом случае вместо z следует записать скалярное произведение $\vec{n}\vec{r}$.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - k\vec{n}\vec{r} + \varphi_0) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0), \quad (3.15)$$

где $\vec{k} = k\vec{n}$ – **волновой вектор**, длина которого равна волновому числу, а направление указывает направление перемещения волнового фронта и совпадает с нормалью к волновому фронту (рис. 3.4).

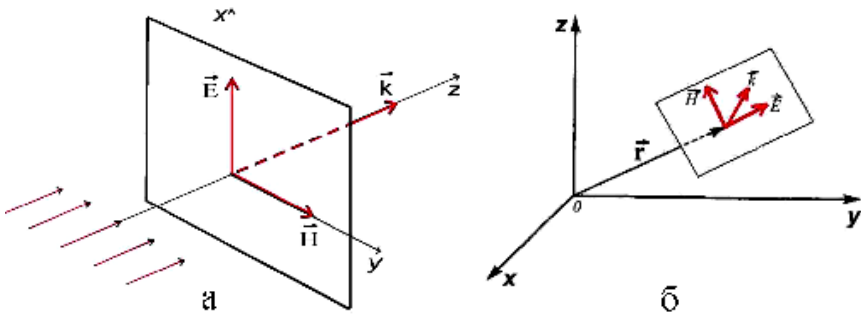


Рис. 3.4. Волновой фронт (плоскость) и структура плоской монохроматической волны (правая тройка векторов) при распространении вдоль оси z (а) и вдоль направления \vec{k} (б)

С учетом формулы Эйлера $\cos \varphi = (\exp(i\varphi) + \exp(-i\varphi))/2 = \text{Re}(\exp(i\varphi))$ можно применять также запись напряженности элект-

рического поля волны в комплексном виде. Тогда выражения (3.13) и (3.15) примут следующий вид:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - kz + \varphi_0)], \quad (3.16)$$

$$\vec{E}(r, t) = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)]. \quad (3.17)$$

При этом реальное физическое поле описывается вещественной частью выражений (3.16), (3.17).

Если рассмотренные выражения для вектора \vec{E} плоской волны подставить в волновое уравнение (3.8), то оно превращается в тождество, это доказывает, что **плоская волна является решением волнового уравнения.**

Свойства электромагнитных волн (на примере плоской монохроматической волны)

Подставим выражения для поля плоской монохроматической волны (3.17) в уравнения Максвелла (3.1)–(3.2). Очевидно, что дифференцирование по времени сведется просто к умножению \vec{E}, \vec{H} на $(i\omega)$. Раскрывая скалярное произведение по координатным составляющим $\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$, убеждаемся, что дифференцирование по координате (например, по x) приводит к умножению \vec{E}, \vec{H} на $(-ik_x)$.

Применение оператора Гамильтона $\vec{\nabla}$ с проекциями $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ будет соответствовать умножению на вектор $(-i\vec{k})$. Таким образом, вместо дифференциальных уравнений (3.1)–(3.2) получим систему алгебраических уравнений:

$$-i\vec{k} \times \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 i\omega \vec{E}, \quad (3.18)$$

$$-i\vec{k} \times \vec{E} = -\mu \mu_0 i\omega \vec{H}. \quad (3.19)$$

На основании данной системы уравнений можно сделать следующие выводы.

1. Поскольку векторное произведение есть вектор, перпендикулярный своим сомножителям, то $\vec{H} \perp \vec{k}$, $\vec{E} \perp \vec{k}$, то есть **колебания электрического и магнитного полей в волне происходят в направлениях, перпендикулярных направлению распространения.** Эти соотношения выражают **поперечность** электромагнитных волн.

Поперечность электромагнитных волн означает, что колебания электрического и магнитного полей происходят в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны: $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{H} \perp \vec{k}$.

2. Кроме того, $\vec{E} \perp \vec{H}$. Таким образом, как следует из уравнения (3.19), **волновой вектор \vec{k} и векторы \vec{E} , \vec{H} (именно в таком порядке \vec{k} , \vec{E} , \vec{H} , или в порядке \vec{E} , \vec{H} , \vec{k})², образуют правую ортогональную тройку векторов.**

Структура плоской монохроматической волны (правая тройка векторов) показана на рис. 3.4 и 3.5.

Векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} образуют правую ортогональную тройку векторов.

3. Из того факта, что уравнения (3.18), (3.19) должны выполняться в любой момент времени и в каждой точке пространства, вытекает, что **электрическое и магнитное поля \vec{E} и \vec{H} в волне колеблются синфазно, т. е. с одинаковыми фазами (рис. 3.4).**

4. Выясним, как связаны амплитуды этих векторов. На основании уравнения (3.19) получим:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda} E_0 &= \omega \mu \mu_0 H_0, & \frac{2\pi}{vT} E_0 &= \frac{2\pi}{T} \mu \mu_0 H_0, \\ \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0} E_0 &= \mu \mu_0 H_0, & \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_0 &= \sqrt{\mu \mu_0} H_0. \end{aligned}$$

Амплитуды векторов \vec{E} и \vec{H} связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0. \quad (3.20)$$

² См. рис. 3.4, 3.5, 3.9.

На рис. 3.5 показана мгновенная фотография – распределение полей двух плоских монохроматических волн, бегущих слева направо, как функции координаты z в некоторый момент времени t .

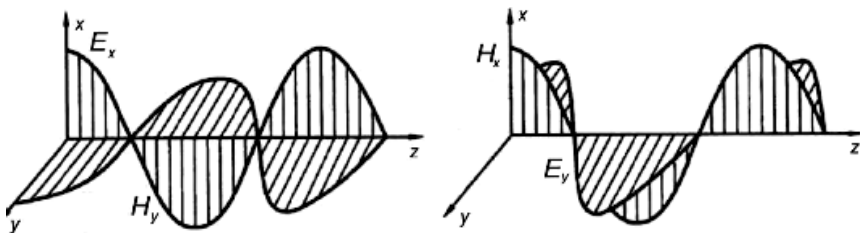


Рис. 3.5. Синфазность (равенство фаз) колебаний напряженностей электрического и магнитного полей

5. **Поляризация** является одной из основных характеристик плоской монохроматической волны.

Поляризация – свойство света, обусловленное поперечностью электромагнитных волн. Поляризация света характеризует структуру колебаний напряженности электрического поля в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Конец вектора \vec{E} в этой плоскости может описывать различные фигуры (линию, эллипс, круг). Если с течением времени эти фигуры не изменяются, свет полностью поляризован (линейно, эллиптически, циркулярно). Если состояния поляризации (фигуры) с течением времени изменяются случайным образом, свет не поляризован. Состояния поляризации плоской монохроматической волны иллюстрирует рис. 3.6.



Рис. 3.6. Состояния поляризации плоской монохроматической волны

6. Энергетические характеристики плоской монохроматической волны. Энергия волны в однородной среде складывается из энергии электрического и магнитного полей. **Объемная плотность энергии** (количество энергии в единице объема) электрического поля $w_{ЭЛ}$ определяется скалярным произведением векторов напряженности электрического поля и электрической индукции, а w_M магнитного поля – скалярным произведением векторов напряженности магнитного поля и магнитной индукции. Сумма этих составляющих и задает мгновенные значения объемной плотности энергии электромагнитного поля $w_{ЭМ}$:

$$w_{ЭМ} = w_{ЭЛ} + w_M = \frac{(\vec{E}\vec{D})}{2} + \frac{(\vec{H}\vec{B})}{2} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \quad (3.21)$$

$$= \sqrt{\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu} EH = \frac{1}{v} EH,$$

где $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu}}$.

Электромагнитные волны переносят энергию. При распространении волн возникает **поток электромагнитной энергии**. За время Δt перпендикулярно площадке S проходит энергия, сосредоточенная в объеме параллелепипеда с основанием площади S и длиной $v\Delta t$, равная $W = wv\Delta tS$.

Плотность потока энергии – количество энергии, протекающей за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярно площадке: $S = wv$. Эта величина векторная, она определяется **вектором Пойнтинга** $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, направление которого совпадает с направлением распространения волнового фронта, задаваемым вектором $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$.

Покажем это. Запишем векторы \vec{E} и \vec{H} в виде: $\vec{E} = E\vec{e}$, $\vec{H} = H\vec{h}$, $H = H_0 e^{i\varphi}$, где \vec{e} и \vec{h} – единичные векторы, $E = E_0 e^{i\varphi}$. На основании (3.19) получим:

$$\frac{2\pi}{\lambda} E[\vec{n} \times \vec{e}] = \mu\mu_0\omega H\vec{h}, \quad \frac{\omega}{v} E[\vec{n} \times \vec{e}] = \mu\mu_0\omega H\vec{h}, \quad \sqrt{\epsilon_0\epsilon} E[\vec{n} \times \vec{e}] = \sqrt{\mu_0\mu} H\vec{h}.$$

Воспользовавшись (3.20) и равенством фаз, получим для единичных векторов соотношение $[\vec{n} \times \vec{e}] = \vec{h}$, и так как они взаимно ортогональны, то (подобно ортам правой декартовой системы координат) справедлива перестановка: $\vec{n} \times \vec{e} = \vec{h}$; $\vec{e} \times \vec{h} = \vec{n}$; $\vec{h} \times \vec{n} = \vec{e}$. Умножая далее правую и левую части последнего равенства на EH , получим искомую формулу:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = EH\vec{n}. \quad (3.22)$$

Для величины плотности потока энергии получим:

$$\begin{aligned} S &= E_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) H_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = \\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Интенсивностью света в данной точке пространства называется модуль усредненного по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной:

$$\begin{aligned} I = \langle S \rangle &= 1/2 \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 / \mu\mu_0} E_0^2 = nCE_0^2, \quad C = 1/2 \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0}, \\ C &= (1/754) \text{ Ом}^{-1}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

где $\langle \rangle$ означает усреднение по времени, $\mu = 1$. Из (3.24) следует, что **интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны:**

$$I \sim |E_0^2|, \quad (3.24')$$

$|E_0^2|$, т. к. амплитуда волны в общем случае может быть комплексной.

Почему для описания светового поля используется вектор \vec{E} , а не \vec{H} .

Оценим воздействие на заряд q электрического и магнитного полей световой волны, определяемое силами Лоренца (рис. 3.7):

силой электрического поля $\vec{F}_3 = q\vec{E}$ и магнитного поля $\vec{F}_M = q\vec{v}_q\vec{B}$, где \vec{v}_q – скорость движения заряда, а \vec{B} – вектор индукции магнитного поля.

$$\frac{F_3}{F_M} = \frac{qE}{qv_qB} = \frac{qE}{qv_q\mu_0H} = \frac{E\sqrt{\mu\mu_0}}{v_q\mu_0\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E} = \frac{1}{v_q\sqrt{\mu\mu_0}\sqrt{\epsilon\epsilon_0}} = \frac{v}{v_q} = 10^4, \quad (3.25)$$

где $v = 1/\sqrt{\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0}$ – фазовая скорость волны.

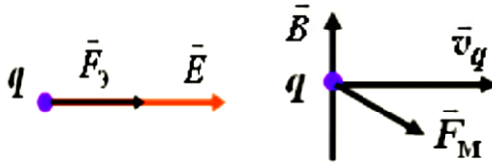


Рис. 3.7. Силы, действующие на заряженную частицу со стороны электрического и магнитного полей волны

Для описания светового поля используется вектор \vec{E} , а не \vec{H} , потому что сила Лоренца, с которой электрическое поле волны действует на заряженную частицу, в 10^4 раз больше, чем сила Лоренца, с которой магнитное поле волны действует на эту частицу

7. Связь между волной и лучом.

В оптике часто встречается ситуация, когда волна близка к монохроматической, но сложным образом зависит от пространственных координат, например, после прохождения через оптическую систему. В этом случае опишем поле уравнением:

$$E(r, t) = E(r)e^{i\omega t}. \quad (3.26)$$

Подставляя это выражение в волновое уравнение (3.8) и учитывая связь между частотой и волновым числом, найдем, что зависящая от координат функция $E(r)$ удовлетворяет уравнению:

$$\Delta E(r) + k^2 E(r) = 0, \quad (3.27)$$

которое называется уравнением Гельмгольца.

Уравнение эйконала

Рассмотрим монохроматическую световую волну с длиной волны в вакууме λ_0 , распространяющуюся в среде с показателем преломления $n = \sqrt{\epsilon}$. Поле этой волны должно удовлетворять уравнению Гельмгольца:

$$\Delta E(r) + k_0^2 n^2 E(r) = 0, \quad (3.28)$$

где $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ – волновое число для вакуума. Будем искать решение этого уравнения в виде:

$$E(r) = E_0(r) \exp[ik_0 L(r)], \quad (3.29)$$

где $L(r)$ – вещественная скалярная функция координат, имеющая размерность длины и называемая оптическим путем или эйконалом (от греческого «εικον» – путь).

Равенство $L = \text{const}$ определяет поверхность постоянной фазы, то есть геометрический волновой фронт.

Подставим выражение (3.29) в (3.28) и перейдем к пределу геометрической оптики $\lambda \rightarrow 0$, $k_0 \rightarrow \infty$, оставив только слагаемые с k_0^2 и пренебрегая другими слагаемыми, получающимися при дифференцировании выражения (3.28), запишем (3.28) в виде:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial z}\right)^2 = n^2 \quad \text{или} \quad \text{grad}^2(L) = n^2. \quad (3.30)$$

Уравнение (3.30) называется уравнением эйконала и является основным уравнением, описывающим поведение света в приближении геометрической оптики. Отсюда следует, что **приближение геометрической оптики справедливо, если изменения амплитуды E_0 на расстоянии порядка длины волны малы по сравнению с самой амплитудой.**

Это условие, очевидно, нарушается на границе геометрической тени, так как там интенсивность света, а значит, и напряженность поля меняется скачком, где особенно ярко проявляют себя дифракционные эффекты, обусловленные волновой природой света. Гео-

метрическая оптика также не дает правильного описание полей вблизи точек, где имеется резкий максимум интенсивности, например, в окрестности формируемого линзой оптического изображения точечного источника.

Уравнение эйконала можно также записать в векторной форме. Введем единичный вектор \vec{n} , совпадающий по направлению с вектором $\overline{\text{grad}(L)}$, тогда

$$\overline{\text{grad}(L)} = n\vec{n}. \quad (3.31)$$

Из векторного анализа известно, что градиент скалярной функции L – это вектор, своим направлением указывающий направление наискорейшего возрастания некоторой величины (т. е. направление распространения света) и вектор градиента всегда ортогонален к поверхности уровня функции, т. е. поверхности, на которой функция постоянна. В данном случае поверхность уровня для эйконала представляет собой волновую поверхность (на которой фаза волны постоянна), следовательно, \vec{n} – единичный вектор нормали к волновой поверхности.

Исходя из уравнений Максвелла, мы показали (формула (3.22)), что направление вектора Пойнтинга, определяющего перенос энергии света, совпадает с вектором $\vec{k} = k\vec{n} = (2\pi/\lambda)\vec{n}$. Таким образом, линии вектора \vec{n} (обозначенные на рис. 3.8 буквами A, B, C) представляют собой световые лучи, а семейство волновых поверхностей (1, 2, 3) образует с ними ортогональную (в общем случае криволинейную) сеть.

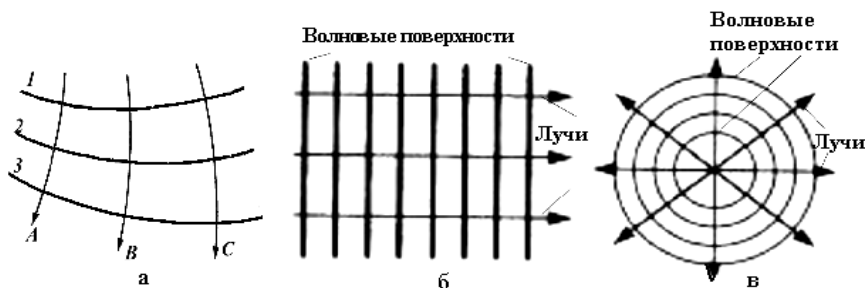


Рис. 3.8. Волновые поверхности в различные моменты времени и световые лучи в общем случае (а), а также в случае плоской (б) и сферической (в) волн

Из волнового уравнения следует, что **лучи – это нормали к волновой поверхности (поверхности постоянной фазы волны).**

Как получить на практике плоскую монохроматическую волну

Основными характеристиками плоских монохроматических волн служат наличие плоского волнового фронта, монохроматичность и состояние поляризации волны. Плоская монохроматическая волна на самом деле – это идеализация, модель.

Плоский фронт волны можно получить с помощью малой диафрагмы (или щели, ограниченной по высоте), которая помещается перед линзой (объективом) в ее фокусе. Тогда на выходе этого устройства, называемого коллиматором, получается параллельный пучок света, соответствующий плоской волне.

Монохроматичность светового поля достигается с помощью прибора – монохроматора, позволяющего выделить достаточно узкий спектральный интервал длин волн.

Поляризованное излучение получают с помощью специальных поляризационных элементов (к примеру, поляризатора). Решением уравнений Максвелла служит монохроматическая волна, и поэтому она обязательно должна быть поляризована (в общем случае эллиптически). На практике обрыв колебаний атомов через каждые 10^{-8} с и несогласованность этих колебаний приводит к тому, что большинство источников излучает неполяризованный свет.

Итак, мы видим, что для получения в эксперименте излучения, в какой-то степени соответствующего идеальной плоской монохроматической волне, описываемой соотношением (3.12), (3.15), нужно использовать **коллиматор, монохроматор и поляризатор.**

Излучение лазера в наибольшей степени отвечает плоской монохроматической волне – расходимость пучка очень мала, (для газового лазера она составляет примерно $10'$ и может достигать $10''-20''$), т. е. волну можно считать плоской.

Эффективная ширина линии газового лазера составляет $10^{-6}-10^{-7}$ Å ($1 \text{ Å} = 10^{-10}$ м), «естественная» ширина линии составляет 10^{-4} Å, т. е. волна практически монохроматическая. По поляризации излучение лазера также отличается от излучения обычных источников света, что обусловлено механизмом вынужденного излучения (см. ниже).

3.1.4. Сферическая монохроматическая волна – частное решение волнового уравнения

Вторым важным типом волн являются **сферические волны**. Напряженность электрического поля сферической волны описывается выражением:

$$\vec{E}(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0). \quad (3.32)$$

Выражение (3.32) записано в сферической системе координат. Оно описывает сферическую волну, расходящуюся от точечного источника, расположенного в начале координат (рис. 3.8, 3.9).

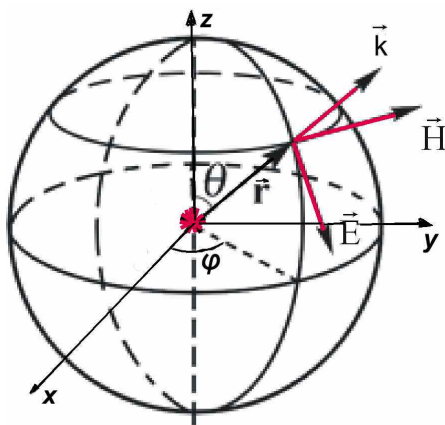


Рис. 3.9. Волновой фронт (сфера) и структура сферической монохроматической волны (правая тройка векторов)

Волновые поверхности сферической волны представляют собой сферы, удовлетворяющие уравнению $r = \text{const}$. В отличие от плоской волны, амплитуда сферической волны не является постоянной, а убывает с расстоянием.

Свойства света, рассмотренные на примере плоской монохроматической волны, справедливы и для сферической волны.

Основные положения раздела 3.1 в виде отдельного пособия приведены в прил. 1.

3.2. Интерференция света

3.2.1. Двухлучевая интерференция

3.2.1.1. Возникновение интерференции

Интерференция (от латинских слов «*inter*» – между и «*ferens*» – переносящий, несущий) – это перераспределение энергии светового поля в пространстве (появление максимумов и минимумов интенсивности света), которое возникает при наложении двух и более **когерентных** волн.

В явлениях интерференции нарушается закон независимости световых пучков, справедливый в рамках геометрической оптики, который гласит, что световые пучки, встречаясь и пересекаясь, не воздействуют друг на друга. В результате интерференции может получиться волна, интенсивность которой не будет равна сумме интенсивностей складывающихся волн.

Условия возникновения интерференции

Рассмотрим световое поле, образованное в точке P в результате сложения двух плоских монохроматических волн, испускаемых источниками S_1 и S_2 (рис. 3.10). Из опыта Араго следует, что волны, поляризованные ортогонально, не интерферируют. Поэтому в дальнейшем будем полагать, что **состояния поляризации взаимодействующих волн совпадают**.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}); \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02}). \quad (3.33)$$

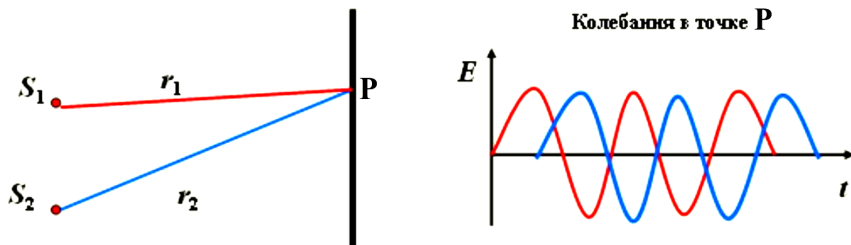


Рис. 3.10. Сложение двух плоских монохроматических волн

Когерентные волны – это волны, разность фаз которых постоянна в любой точке пространства и в любой момент времени.

Выясним **условия, при которых разность фаз будет постоянной и волны будут когерентными.** Разность фаз, в соответствии с (3.15), описывается выражением:

$$\begin{aligned} \delta = \varphi_2 - \varphi_1 &= \omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{20} - (\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}) = \\ &= (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 r_2 - k_1 r_1) + (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Условие когерентности $\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$ будет выполняться, если:

$$1) \omega_2 = \omega_1; \quad 2) \varphi_{02} = \varphi_{01}. \quad (3.35)$$

Если частоты волн будут различными, то амплитуда результирующей волны будет изменяться во времени (показано ниже, в разделе 3.3.4.1.2), что не позволит наблюдать устойчивую интерференционную картину. Начальные значения фаз $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ волн, идущих от естественных источников света, зависят от времени (показано в разделе 3.2.1.5), поэтому величину $\varphi_{02} - \varphi_{01}$ в выражении (3.34) следует исключить.

В случае, когда частоты и начальные фазы обеих волн равны между собой, **разность фаз возникает только за счет оптической разности хода**, определяемой как:

$$\begin{aligned} \delta = \varphi_2 - \varphi_1 &= (k_1 r_1 - k_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 r_1 - n_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \\ \delta &= \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 r_1 - n_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \end{aligned} \quad (3.36)$$

где $\lambda_0 = cT$ – длина волны в вакууме;

$\Delta = n_1 r_1 - n_2 r_2$ – оптическая разность хода.

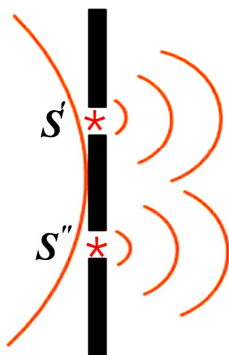
В оптике существуют понятия **геометрической $r_1 - r_2$** и **оптической $\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = n_1 r_1 - n_2 r_2$** разности хода, которые связаны соотношением (3.36) с разностью фаз δ .

Как следует из (3.35), для наблюдения интерференции необходимо взять свет от одного источника, разделить его на два пучка и направить их разными путями на экран.

Существует два способа получения когерентных волн от естественных (некогерентных) источников света – делением волнового фронта и делением амплитуды волны, идущей от одного источника (рис. 3.11).

Образовавшиеся после разделения волны можно рассматривать как исходящие из двух точечных когерентных источников S' и S'' , которые могут быть как действительными, так и мнимыми.

Деление фронта



Деление амплитуды

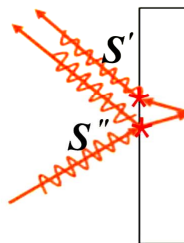


Рис. 3.11. Способы получения интерференционной картины

3.2.1.2. Условия максимумов и минимумов интенсивности света

Найдем интенсивность светового поля, возникающего при наложении двух волн, векторы напряженностей электрических полей которых представим в комплексном виде $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01}e^{i\varphi_1}$ и $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02}e^{i\varphi_2}$. Воспользуемся методом векторных диаграмм (рис. 3.12): на плоскости (x, y) длина вектора, отложенная из начала координат, равна амплитуде волны E_0 , а угол с действительной осью задает фазу волны φ в данный момент времени.

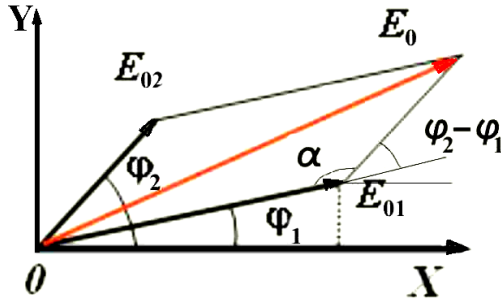


Рис. 3.12. Сложение векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 с помощью векторной диаграммы

На основании теоремы косинусов получим:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} \cos \alpha; \quad \alpha = \pi - (\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$\cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = -\cos(\varphi_2 - \varphi_1); \quad (3.37)$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Интенсивность света I , пропорциональная E_0^2 , на основании формулы (3.37) принимает вид:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad \delta = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (3.38)$$

Условия максимумов интенсивности достигаются при $\cos \delta = +1$.

Разность фаз δ и оптическая разность хода Δ при этом удовлетворяют условиям:

$$\delta = \pm 2\pi m; \quad m = 0, 1, 2, \dots; \quad \delta = 2\pi m = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta; \quad \Delta = \pm m\lambda_0, \quad (3.39)$$

а интенсивность света равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 > I_1 + I_2 = 4I \Big|_{I_1=I_2=I}. \quad (3.40)$$

Условия минимумов интенсивности достигаются при $\cos \delta = -1$.

Разность фаз δ и оптическая разность хода Δ при этом удовлетворяют условиям:

$$\delta = \pm(2m + 1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad \delta = (2m + 1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

$$\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0, \quad (3.41)$$

а интенсивность света равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 < I_1 + I_2 = 0 \Big|_{I_1=I_2=I}. \quad (3.42)$$

На рис. 3.13 приведены зависимости интенсивности света от разности фаз δ .

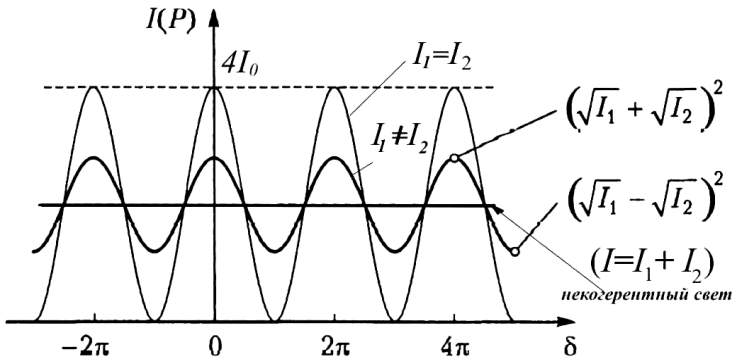


Рис. 3.13. Интенсивности поля в точке P для случаев, когда интенсивности обеих волн равны, когда они различны и когда волны не когерентны

Если **волны не когерентны**, их разность фаз δ беспорядочно изменяется во времени, и интенсивность результирующего поля равна сумме интенсивностей волн: $I = I_1 + I_2$, т. е. справедлив закон независимости световых пучков.

Если **волны когерентны**, $\delta = \text{const}$, то интенсивность результирующего поля может быть как больше, так и меньше суммы интен-

сивностей волн. Как видно из рис. 3.13, максимальное различие между максимумом и минимумом (максимальная контрастность интерференционной картины) имеет место, если амплитуды волн одинаковы и $I_1 = I_2$.

Заметим, что приемники света регистрируют не мгновенные значения интенсивности света I , изменяющиеся по закону $\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$ с частотой 2ω ($\omega \sim 10^{15} \text{ c}^{-1}$), а усредненные по интервалу времени Δt , который определяется инерционностью приемника. Для глаза человека $\Delta t \sim 0,1 \text{ с}$, для быстродействующих приемников $\Delta t \sim 10^{-10} \text{ с}$.

3.2.1.3. Классические интерференционные опыты (деление волнового фронта)

1. Опыт Юнга (1802 г.).

Юнг был первым, кто понял, что нельзя наблюдать интерференцию при сложении волн от двух независимых источников. В опыте Юнга свет от источника S освещал две щели S' и S'' , которые в соответствии с принципом Гюйгенса можно рассматривать как источники когерентных волн. На экране наблюдалась интерференционная картина в виде светлых и темных полос (см. рис. 3.14).

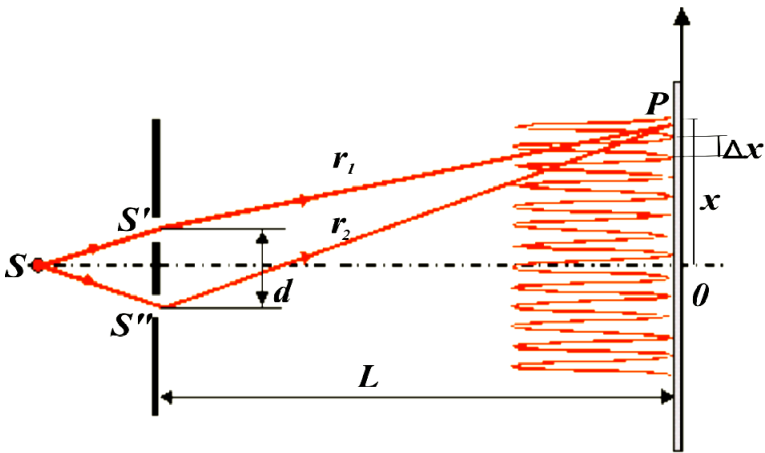


Рис. 3.14. Схема Юнга для получения интерференционной картины

При симметричном расположении щелей вторичные волны, испускаемые источниками S' и S'' , имеют одинаковую начальную фазу, но эти волны проходят до точки наблюдения P разные расстояния r_1 и r_2 , следовательно, фазы колебаний, пришедших от этих источников в точку P , различны.

Таким образом, задача об интерференции волн сводится к задаче о сложении колебаний одной и той же частоты, но с разными фазами. Утверждение о том, что волны от источников S' и S'' распространяются независимо друг от друга, а в точке наблюдения они просто складываются, является опытным фактом и получило определение как **принцип суперпозиции**.

Найдем координаты точек x , определяющих положение максимумов и минимумов интенсивности света на экране. По теореме Пифагора:

$$r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + x^2 - 2x\frac{d}{2} + \frac{d^2}{4};$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + x^2 + 2x\frac{d}{2} + \frac{d^2}{4},$$

где d – расстояние между щелями;

$L \gg d$ – расстояние до экрана, на котором ведется наблюдение;

x – координата точки наблюдения P .

Для разности квадратов величин $r_2^2 - r_1^2$, с одной стороны, получим:

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + x^2 + 2x\frac{d}{2} + \frac{d^2}{4} - L^2 - x^2 + 2x\frac{d}{2} - \frac{d^2}{4} = 2dx. \quad (3.43)$$

С другой стороны, полагая $(r_2 + r_1) \approx 2L$ и учитывая, что $(r_2 - r_1) = \Delta$, запишем

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) \approx 2L\Delta. \quad (3.44)$$

Приравнивая (3.43) и (3.44), а также воспользовавшись условиями (3.39) и (3.41), запишем координаты точек максимумов и минимумов интенсивности света:

$$x = \frac{L}{d} \Delta, \quad x_{\max} = m\lambda_0 \frac{L}{d}, \quad x_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \frac{L}{d}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (3.45)$$

где m – порядок интерференционного максимума (минимума).

Расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности называется расстоянием между интерференционными полосами. Шириной интерференционной полосы называется расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности.

Расстояние между интерференционными полосами:

$$\Delta x_{\max} = x_{m+1} - x_m = (m+1)\lambda_0 \frac{L}{d} - m\lambda_0 \frac{L}{d} = \lambda_0 \frac{L}{d}. \quad (3.46)$$

Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x_{\min} = x_{m+1} - x_m = [2(m+1) + 1] \frac{\lambda_0 L}{2d} - (2m+1) \frac{\lambda_0 L}{2d} = \lambda_0 \frac{L}{d}. \quad (3.47)$$

Для того чтобы интерференционные полосы были различимы (т. к. $\lambda \sim 400 - 760$ нм), необходимо, чтобы $L \gg d$.

2. Бизеркала Френеля. Две когерентные волны получаются при отражении от двух зеркал (рис. 3.15), плоскости которых образуют двугранный угол $(\pi - \alpha)$, где α – очень малый угол. Источник света – узкая освещенная щель S , параллельная грани двугранного угла. Отраженные от зеркал пучки падают на экран, и в области перекрытия возникает интерференционная картина в виде полос, параллельных щели S . Как и в любой системе плоских зеркал, все три источника (действительный S и два мнимых S' и S'') находятся на одинаковом расстоянии от ребра двугранного угла, то есть на окружности с центром в ребре.

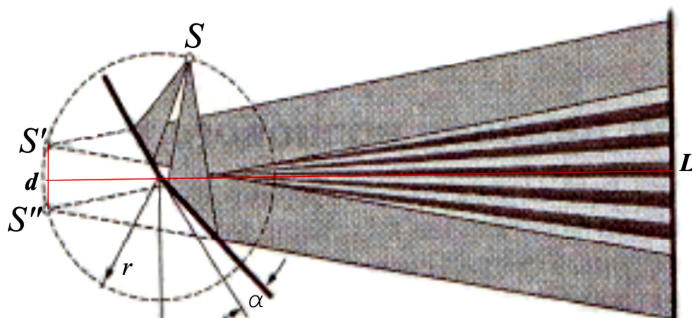


Рис. 3.15. Получение интерференционной картины с помощью бизеркал Френеля

3. Бипризма Френеля. Для разделения световой волны используют двойную призму (бипризму) с малым преломляющим углом α (несколько угловых минут) (рис. 3.16).

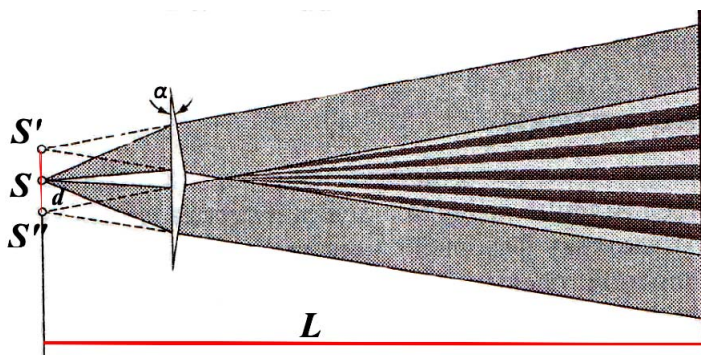


Рис. 3.16. Получение интерференции с помощью бипризмы Френеля

Источником света является ярко освещенная щель S , параллельная преломляющему ребру бипризмы. В силу малости преломляющего угла бипризмы все лучи отклоняются на один и тот же угол, независимо от угла падения, при этом отклонение происходит в сторону основания каждой из призм, составляющих бипризму. В результате образуются две когерентные волны, исходящие из мнимых источников S' и S'' , лежащих в одной плоскости с реальным источником S .

4. Билинза Бийе – собирающая линза, разрезанная по диаметру пополам, обе половинки которой раздвигаются. Прорезь закрывается непрозрачным экраном. На билинзу направляется свет от щели S , параллельной плоскости разреза. В точках S' и S'' получаются действительные изображения щели S . Лучи, проходящие через них, дальше перекрываются, образуя интерференционную картину на экране.

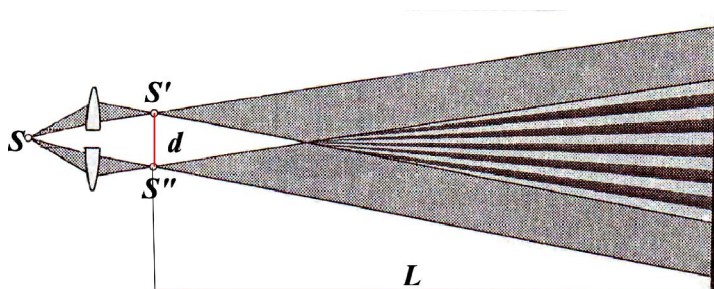


Рис. 3.17. Получение интерференционной картины с помощью билинзы Бийе

5. Зеркало Ллойда. В этой пучок лучей, идущий от источника S , интерферирует с пучком, отраженным от зеркала, создаваемым мнимым изображением S' . Схема редко применяется в оптике, но довольно часто используется в радиоастрономии при исследовании источников космического радиоизлучения. В этом случае в качестве зеркала используется поверхность моря или озера.

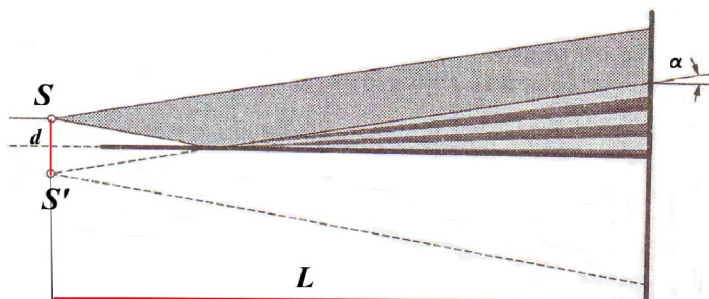


Рис. 3.18. Получение интерференционной картины с помощью зеркала Ллойда

Для расчета распределения интенсивности на экране для всех интерференционных схем, приведенных на рис. 3.15–3.18, справедливы выражения (3.45)–(3.47).

3.2.1.4. Интерференция в тонких пленках (деление амплитуды волны)

1. **Полосы равной толщины** возникают при освещении тонких прозрачных пленок переменной толщины пучком параллельных лучей. Полосы равной толщины при нормальном падении света локализованы на поверхности пленки (клина).

а) Кольца Ньютона в отраженном свете

Кольца Ньютона наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзы с большим радиусом кривизны (рис. 3.19).

Пленка переменной толщины расположена между линзой и пластинкой.

Схема получения колец Ньютона в отраженном свете приведена на рис. 3.19, а слева. Когерентные волны 1 и 2 отражаются от верхней и нижней поверхностей зазора между пластинкой и линзой. Вследствие большой толщины пластинки и линзы за счет отражений от других поверхностей интерференционные полосы не возникают.

При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей, локализованных на поверхности пленки (рис. 3.19, б).

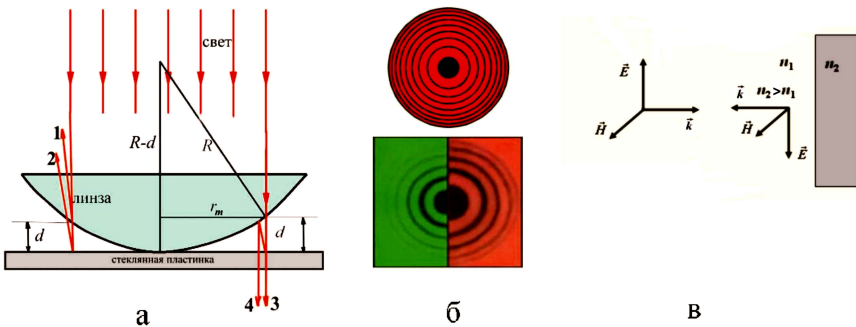


Рис. 3.19. Схема получения колец Ньютона (а); кольца Ньютона при освещении светом различных длин волн (б); изменение фазы на π , соответствующее изменению оптической длины пути на $\lambda_0 / 2$, возникающее при отражении света от оптически более плотной среды (в)

Предположим, что показатель преломления пленки n меньше показателя преломления стекла $n_{\text{ст}}$: $n < n_{\text{ст}}$.

Найдем радиусы колец Ньютона, получающихся в отраженном свете. В этом случае оптическая разность хода равна удвоенной толщине пленки плюс дополнительная оптическая длина пути $\lambda_0 / 2$, возникающая из-за изменение фазы волны на π при отражении от оптически более плотной пластинки:

$$\Delta_1 = 0, \quad \Delta_2 = 2dn + \frac{\lambda_0}{2}, \quad \Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2dn + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3.48)$$

Радиусы колец Ньютона определяются из теоремы Пифагора:

$$r_m^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd, \quad (3.49)$$

т. к. $R \gg d$.

Светлые кольца возникают при толщине пленки $2d$, определяемой из условия максимума интенсивности для оптической разности хода Δ :

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0; \quad 2d = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{n}. \quad (3.50)$$

Радиусы светлых колец:

$$r_m^2 = R \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{n}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.51)$$

Темные кольца возникают при толщине пленки $2d$, определяемой из условия минимума интенсивности для Δ :

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda_0}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0, \quad 2d = m \frac{\lambda_0}{n}. \quad (3.52)$$

Радиусы темных колец

$$r_m^2 = Rm \frac{\lambda_0}{n}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.53)$$

При $m = 0$, $r = 0$, и в центре будет темное пятно.

б) Кольца Ньютона в проходящем свете

При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете одна из волн проходит (волна 3 на рис. 3.19, *a* справа), а вторая (волна 4) претерпевает два отражения: от верхней грани пластинки и от нижней грани линзы. Оптическая длина пути первой волны $\Delta_3 = dn$, второй – $\Delta_4 = dn + dn + \lambda_0 / 2 + dn + \lambda_0 / 2 = 3dn + \lambda_0$. Возникающая при этом оптическая разность хода $\Delta = \Delta_4 - \Delta_3 = 2dn + \lambda_0$.

Радиусы светлых колец определяются из условия максимума для оптической разности хода Δ с учетом (3.49):

$$\Delta = 2dn + \lambda_0 = m\lambda_0, \quad 2d = (m-1)\frac{\lambda_0}{n} = m'\frac{\lambda_0}{n}, \quad r_m^2 = Rm'\frac{\lambda_0}{n_0},$$
$$m' = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.54)$$

Заметим, что изменение оптической разности хода на λ_0 соответствует изменению фазы на 2π и в большинстве случаев ее можно не учитывать.

Радиусы темных колец определяются из условия минимума для оптической разности хода Δ с учетом (3.49):

$$\Delta = 2dn + \lambda_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0, \quad 2d = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0}{n}, \quad r_m^2 = R\left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0}{n},$$
$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.55)$$

Из выражений (3.50)–(3.55) следует, что максимумы и минимумы интерференционной картины в проходящем и отраженном свете меняются местами (рис. 3.20).

Условия для наблюдения колец Ньютона в проходящем свете намного хуже, чем в отраженном, т. к. интенсивности волн 3 и 4 сильно различаются, что, как видно из рис. 3.13, ухудшает качество интерференционной картины.

Действительно, если интенсивность света, падающего на верхнюю грань пластинки, принять за 100 %, то интенсивность прошедшей волны 3 составит 96 %, а отраженной волны 4 – всего 4 %. Затем волна 4 снова отражается от нижней грани линзы, и ее интенсивность уже составит 0,16 %. После прохождения нижней грани

пластинки интенсивность волны 4 будет равна 0,15 %. Т. о. интенсивности волн 3 и 4 сильно различаются (как 96 % и 0,15 %).

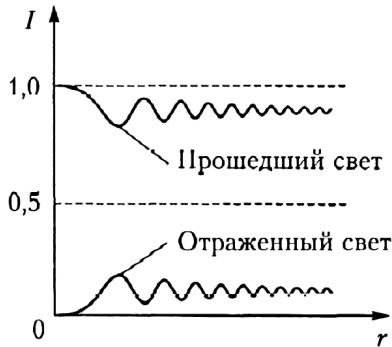


Рис. 3.20. Максимумы и минимумы интерференционной картины в проходящем и отраженном свете

в) Пластика переменной толщины (плоский клин)

Интерференционные полосы равной толщины наблюдаются также при нормальном падении параллельного пучка лучей на плоский клин. Клин – это призма с очень малым преломляющим углом $\varphi \ll 1^\circ$. Схема наблюдения полос равной толщины в клине с показателем преломления n , находящемся в воздухе, показана на рис 3.21.

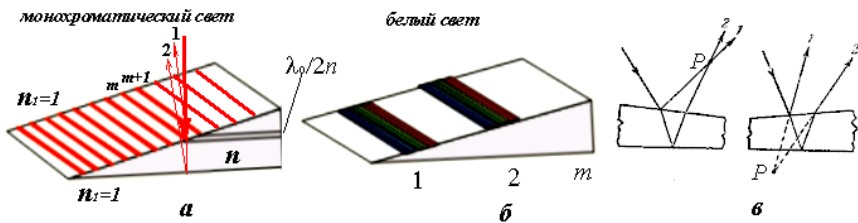


Рис. 3.21. Полосы равной толщины в клине при нормальном (а), (б) и при наклонном (в) падении света

При нормальном падении света на поверхность клина полосы расположены **на поверхности клина**, на равном расстоянии друг от друга **параллельно ребру клина**. При наблюдении в монохроматическом свете полосы будут одноцветными (рис. 3.21, а), в белом цвете – цветными (рис. 3.21, б). Каждая полоса соответствует определенной толщине клина. При наклонном падении света на клин

интерференционные полосы будут локализованы вблизи поверхности клина (рис. 3.21, в).

Интерференция может наблюдаться как в отраженном, так и в прошедшем свете, но в последнем случае, как видно из предыдущего рассмотрения, качество интерференционной картины будет существенно ниже.

Найдем разность хода между интерферирующими волнами 1 и 2 в отраженном свете (рис. 3.21, а):

$$\Delta_1 = \frac{\lambda_0}{2}, \quad \Delta_2 = 2dn, \quad \Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2dn - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3.56)$$

Максимумы будут расположены на толщине клина d :

$$\Delta = m\lambda_0 = 2dn - \frac{\lambda_0}{2}; \quad d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{2n}, \quad (3.57)$$

а минимумы – на толщине d :

$$\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 = 2dn - \frac{\lambda_0}{2}; \quad d = (m + 1) \frac{\lambda_0}{2n} = m' \frac{\lambda_0}{2n}. \quad (3.58)$$

Перепад толщины клина для соседних максимумов (рис 3.21, а) определяется из условия:

$$\Delta d = d_{m+1} - d_m = \left(m + 1 + \frac{1}{2} - m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{2n} = \frac{\lambda_0}{2n}, \quad (3.59)$$

для минимумов

$$\Delta d = d_{m+1} - d_m = (m' + 1 - m') \frac{\lambda_0}{2n} = \frac{\lambda_0}{2n}. \quad (3.59')$$

При наблюдении в белом свете полосы будут окрашенными, и поверхность пластинки или пленки будет представляться цветной (рис. 3.21, б). Это явление называют *цветом тонких пленок*. Его легко наблюдать на мыльных пузырях, на тонких пленках масла или бензина, плавающих на поверхности воды. Цвета побежалости, возникающие на поверхности стальных изделий при их закалке, также

обусловлены интерференцией от пленки прозрачных окислов. Схема наблюдения полос равной толщины приведена на рис. 3.22.

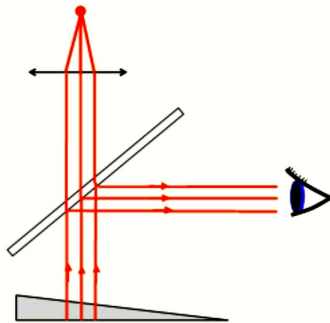


Рис. 3.22. Схема наблюдения полос равной толщины

2. Полосы равного наклона возникают при освещении плоскопараллельных тонких пленок или пластинок расходящимся пучком света. Полосы равного наклона локализованы на бесконечности.

Падающий на пленку под углом α луч (рис. 3.23, а) после отражения от верхней и нижней поверхностей пластинки создает **два параллельных луча 1 и 2**, между которыми возникает оптическая разность хода. Поэтому полосы равного наклона локализованы на бесконечности. При освещении рассеянным светом они имеют вид колец. Наблюдение ведется либо глазом, аккомодированным на бесконечность, либо на экране, расположенном в задней фокальной плоскости собирающей линзы (рис. 3.23, б).

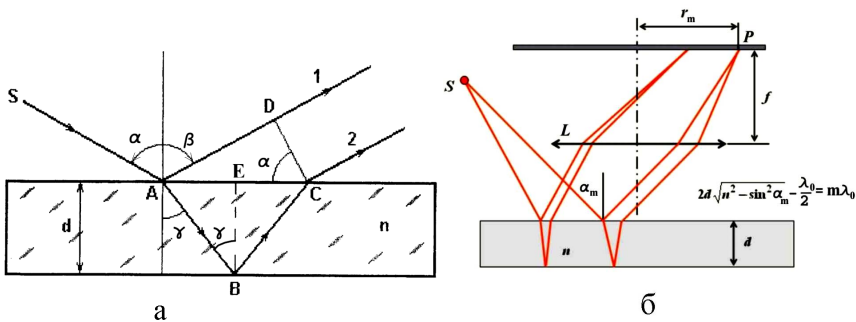


Рис. 3.23. Полосы равного наклона в тонкой пленке: оптическая разность хода (а) и схема наблюдения интерференционной картины (б)

Оптическая разность хода, возникающая между лучами 1 и 2 от источника света S до точки наложения лучей P , будет равна:

$$\Delta_2 = n(AB + BC) = 2nAB; \quad \Delta_1 = (AD + \lambda_0 / 2);$$

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2nAB - AD - \lambda_0 / 2. \quad (3.60)$$

Из треугольников ABE и ADC следует, что

$$AD = AC \sin \alpha, \quad AC = 2AE = 2d \operatorname{tg} \gamma, \quad AD = 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma,$$

$$AB = d / \cos \gamma. \quad (3.61)$$

Подставив выражения для AB и AD в формулу (3.60), получим

$$\Delta = 2n \frac{d}{\cos \gamma} - 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2d}{\cos \gamma} (n - \sin \alpha \sin \gamma) - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3.62)$$

По закону преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n$, откуда $\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n}$,

$$\cos \gamma = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}.$$

$$\Delta = \frac{2d}{\cos \gamma} (n - n \sin^2 \gamma) - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2dn}{\cos \gamma} (1 - \sin^2 \gamma) - \frac{\lambda_0}{2} =$$

$$= 2dn \cos \gamma - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2dn \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n} - \frac{\lambda_0}{2} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3.63)$$

Условие максимума интенсивности:

$$\Delta = 2dn \cos \gamma - \lambda_0 / 2 = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda_0 / 2 = m \lambda_0, \quad (3.64)$$

$$m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Условие минимума интенсивности:

$$\Delta = 2dn \cos \gamma - \lambda_0 / 2 = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda_0 / 2 = (m + 1/2) \lambda_0, \quad (3.65)$$

$$m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

3.2.1.5. Когерентность света

Когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов.

Временная когерентность – это согласованность колебаний с течением времени в данной точке пространства (вдоль луча). Временная когерентность связана с конечной длительностью цуга волн, испускаемого одним атомом и, как следствие, с **немонохроматичностью излучения**.

Пространственная когерентность – это согласованность колебаний, происходящих в разных точках волновой поверхности (поперек луча) в данный момент времени. Пространственная когерентность связана с **конечными размерами источников света**.

Физическая природа некогерентности излучения

1. Временная когерентность

До сих пор мы рассматривали интерференцию плоских монохроматических волн от точечных источников, что является идеализацией, как свойств излучения, так и свойств источника света.

Плоские монохроматические волны распространяются бесконечно во времени и в пространстве и всегда когерентны. В реальности излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых многими атомами. Атом излучает при переходе из возбужденного состояния в основное (или другое возбужденное). Время жизни атома в возбужденном состоянии $\tau \sim 10^{-8}$ с. За это время атом испускает цуг волн протяженностью $l = c\tau \approx 3$ м. Отдельные атомы излучают цуги волн независимо друг от друга. Начальные фазы этих волновых цугов никак не связаны между собой. Помимо этого, для одного и того же атома начальные фазы цугов при следующих актах излучения также изменяются случайным образом.

Таким образом, излучение реального источника света, состоящее из большого числа цугов волн со случайным значением начальной фазы колебаний, излучаемых отдельными атомами через нерегулярные промежутки времени, **немонохроматично: оно содержит набор частот (длин волн), непрерывно заполняющих некоторый интервал $\Delta\omega$ ($\Delta\lambda$)**. Даже излучение одного атома из-за конечности времени жизни не является монохроматическим, а имеет естественное уширение порядка $\Delta\nu \sim 10^8$ Гц ($\Delta\lambda \sim 10^{-5}$ нм). Колебания в иде-

альной (монохроматической) и реальной (немонохроматической) волнах показаны на рис. 3.24.

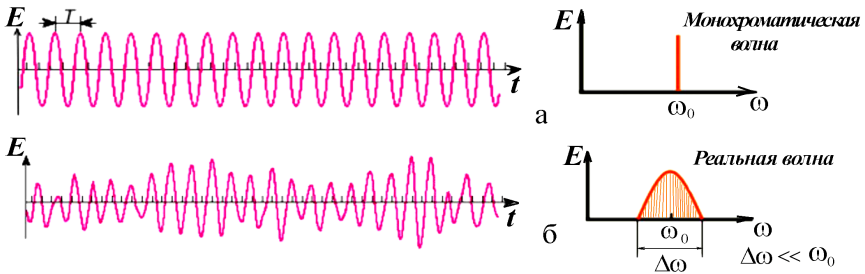


Рис. 3.24. Идеальная монохроматическая волна (а), реальная волна (б)

Рассмотрим изменение фазы реальной световой волны с течением времени. Колебания, возбуждаемые в одной точке пространства двумя такими волнами, могут быть представлены в виде:

$$E_1 = A_1(t) \cos(\omega_1(t)t + \alpha_1(t)); \quad E_2 = A_2(t) \cos(\omega_2(t)t + \alpha_2(t)), \quad (3.66)$$

причем функции $A_{1,2}(t)$, $\omega_{1,2}(t)$, $\alpha_{1,2}(t)$ в общем случае изменяются независимо друг от друга. Для простоты будем считать амплитуды постоянными, а фазы можно преобразовать таким образом, чтобы все зависимости от времени содержались в членах $\alpha_{1,2}(t)$. Тогда выражение (3.66) примет вид:

$$E_1(t) = A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha'_1(t)); \quad E_2(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \alpha'_2(t)). \quad (3.67)$$

При сложении двух таких волн интенсивность в некоторой точке будет равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \overline{\cos \delta(t)}, \quad (3.68)$$

где разность фаз $\delta(t) = \alpha'_2(t) - \alpha'_1(t)$ претерпевает со временем случайные изменения, поэтому для разности фаз берется среднее по времени значение $\overline{\cos \delta(t)}$.

Всякий прибор, с помощью которого можно наблюдать интерференционную картину (глаз, фотопластинка и т. п.), обладает не-

которой инерционностью, т. е. он регистрирует картину, усредненную по некоторому промежутку времени Δt . Если за время $\Delta t \cos \delta(t)$ принимает случайным образом все значения от -1 до $+1$, то его среднее значение равно нулю. В этом случае интенсивность $I = I_1 + I_2$, и интерференция отсутствует. Если за время $\Delta t \cos \delta(t)$ изменяется мало и его среднее значение отлично от нуля, то $I \neq I_1 + I_2$, и в результате будет наблюдаться более или менее контрастная интерференционная картина.

Таким образом, необходимым условием существования интерференции является отличие от нуля интерференционного члена, усредненного по времени инерционности приемника излучения.

Фаза волны, образованная наложением большого числа цугов волн, не может совершать больших скачков (т. к. все цуги оборваться сразу не могут). Она будет изменяться случайным образом, но небольшими шагами.

Время $\tau_{\text{ког}}$, за которое случайное изменение фазы волны достигает значения π , называется временем когерентности.

За время $\tau_{\text{ког}}$ колебание как бы забывает свою первоначальную фазу и становится некогерентным по отношению к самому себе. Время когерентности световой волны, испускаемой естественным источником света сопоставимо со временем жизни атома $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-8}$ с.

Длиной когерентности $l_{\text{ког}}$ называется расстояние, на которое распространяется волна за время когерентности: $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$.

Длина когерентности $l_{\text{ког}}$ сопоставима с длиной цуга волн. На длине цуга случайные изменения фазы достигают значения π . Для естественных источников света $l_{\text{ког}} \sim 3$ м, для лазерного излучения $l_{\text{ког}}$ достигает значений порядка $l_{\text{ког}} \sim 10^6$ м.

Для получения интерференционной картины путем деления волны на две части необходимо, чтобы **оптическая разность хода была меньше длины когерентности для данного источника $\Delta < l_{\text{ког}}$.**

Временная когерентность излучения связана с его немонохроматичностью $\Delta\omega$ ($\Delta\lambda$). Для того, чтобы интерференционная картина была различима, излучение надо ограничить некоторым спектральным интервалом, заключенным между λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Определим ширину этого интервала $\Delta\lambda$.

Как показывает формула (3.46), ширина полос Δx в опыте Юнга пропорциональна длине волны λ . Изобразим положения максимум-

мов для длин волн, соответствующих крайним значениям спектрального интервала ($\lambda, \lambda + \Delta\lambda$): сплошными отрезками для λ и пунктирными – для $\lambda + \Delta\lambda$ (рис. 3.25, а).

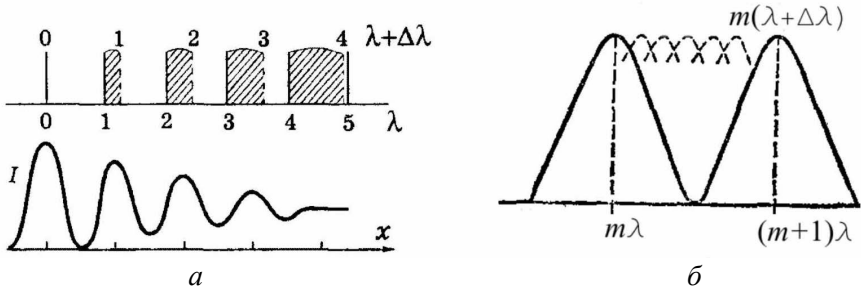


Рис. 3.25

Как видно из рисунка, максимумы от промежуточных длин волн будут постепенно заполнять интервал между максимумами соседних порядков для λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Это означает, что результирующие максимумы (нижняя часть рисунка) будут постепенно размываться, и полосы интерференции исчезнут.

С помощью рис. 3.25, а можно заключить, что полосы исчезнут там, где максимум m – того порядка для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ совпадет с максимумом $m + 1$ порядка для длины волны λ . При этом весь интервал между соседними максимумами для λ будет заполнен максимумами длин волн интервала $\Delta\lambda$.

Так как положение максимума на экране определяется соотношением $x_m = \frac{L}{d} m\lambda$, условие неразличимости интерференционной картины принимает вид:

$$m \frac{L}{d} (\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1) \frac{L}{d} \lambda, \quad m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda; \quad m\Delta\lambda = \lambda,$$

откуда **максимальный порядок интерференции, начиная с которого полосы исчезают, равен**

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (3.69)$$

Оптическая разность хода, при которой исчезает интерференционная картина, т. е. максимальная разность хода для наблюдения интерференционной картины при некогерентности источника света $\Delta\lambda$ называется **длиной когерентности**

$$\Delta = m_{\max} \lambda = \lambda^2 / \Delta\lambda, \quad l_{\text{ког}} = \lambda^2 / \Delta\lambda. \quad (3.70)$$

Длина временной когерентности и время когерентности связаны между собой соотношением $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$. Используя соотношения $\lambda = c / \nu$ и $|\Delta\lambda| = c\Delta\nu / \nu^2$, где ν – частота, $\Delta\nu$ – интервал частот некогерентного пучка, находим связь между временем когерентности и интервалом частот:

$$\tau_{\text{ког}} = 1 / \Delta\nu, \quad (3.71)$$

т. е. **время когерентности обратно пропорционально спектральной ширине источника света.**

Почему пленки должны быть тонкими

Условие неразличимости (размытости) интерференционной картины (3.69) для нормального человеческого глаза, разрешающая способность которого $\Delta\lambda \approx 10$ нм, для середины видимой области спектра $\lambda = 500$ нм определяет максимальный порядок интерференционной картины $m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{500}{10} = 50$. На основании (3.63) из условия

$\Delta = 2dn \cos\gamma - \frac{\lambda_0}{2} = 50\lambda_0$ определим толщину пленки d , для которой возможно наблюдение интерференции. Полагая $n = 1,5$, пренебрегая $\lambda_0/2$ по сравнению с $50\lambda_0$, получим: $d = \frac{50\lambda_0}{2n} = \frac{50 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,5} = 8 \cdot 10^{-6}$ м,

т. е. **толщина пленки d должна быть не более $d \leq 8$ мкм.**

2. Пространственная когерентность

При описании интерференционных явлений до сих пор мы рассматривали точечный источник света. Однако все реальные источники имеют конечные размеры. **Протяженный источник света можно рассматривать как совокупность большого числа точечных источников, излучающих волны, фазы которых не связаны**

между собой, поэтому интерференционная картина, возникающая на экране, будет наложением интерференционных картин, создаваемых каждым из таких источников по отдельности.

Если размеры источника много меньше длины световой волны, то интерференционная картина будет резкой, т. к. разность хода интерферирующих лучей от любой точки источника до точки наблюдения будет практически одной и той же.

Если размеры источника значительно больше длины волны, то одинаковые интерференционные картины от разных его элементов сдвинуты одна относительно другой. В результате наложения этих картин интерференционные полосы размываются. Определим условия, при которых возможно наблюдать интерференцию от протяженного источника света, излучение при этом будем считать монохроматическим.

Рассмотрим интерференционную картину в опыте Юнга, создаваемую на экране протяженным источником S_1S_2 (рис. 3.26, а), который виден под углом ϕ из точки, где происходит разделение лучей (угол ϕ мал).

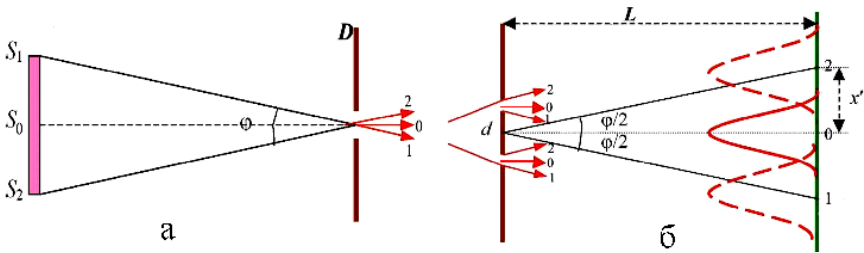


Рис. 3.26

В этой точке помещена диафрагма D , ограничивающая угловые размеры источника. Однако из-за конечных размеров источника свет, выходящий из диафрагмы, имеет разброс по волновым векторам \vec{k} (т. к. лучи света, выходящие из точек источника S_1 , S_0 и S_2 имеют различные направления распространения).

Пусть далее такой свет падает на 2 щели (рис. 3.26, б), которые являются вторичными источниками света. Волна 0, вышедшая из точки S_0 источника, пройдя через две щели, разделится на две волны, обозначенные цифрами 0, которые создадут нулевой максимум

посередине экрана в точке 0. Волна 2, вышедшая из точки источника S_2 , пройдя через две щели, разделится на две волны, обозначенные цифрами 2, которые создадут нулевой максимум в точке 2 на расстоянии x' от центра экрана. Остальные точки источника, лежащие между S_2 и S_0 , создадут свои нулевые максимумы между этими максимумами. Так как угол φ обычно мал, то

$$\frac{x'}{L} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2}, \quad x' = \frac{L\varphi}{2}. \quad (3.72)$$

Аналогично, волна 1, вышедшая из точки источника S_1 , создаст нулевой максимум в точке 1 на экране.

Если смещение x' много меньше ширины интерференционной полосы Δx : $x' \ll \Delta x$, $\Delta x = L\lambda / d$, то максимумы волн, идущих от точек S_0 и S_2 источника, наложатся друг на друга, и картина будет примерно такой же, как от точечного источника. Если же $x' \approx \Delta x / 2$, то максимумы от точки S_0 источника наложатся на минимумы от точки S_2 , и интерференционная картина наблюдаться не будет.

Интерференционная картина будет различима, если

$$x' < \frac{\Delta x}{2} \quad \text{или} \quad \frac{L\varphi}{2} < \frac{L\lambda}{2d}, \quad \varphi < \frac{\lambda}{d}, \quad d < \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (3.73)$$

Формула (3.73) определяет угловые размеры источника φ , при которых наблюдается интерференция. Из нее также следует, что расстояние между щелями, при котором интерференция от источника с угловым размером φ пропадает, составляет $d = \lambda / \varphi$. Это расстояние называют длиной пространственной когерентности, или радиусом когерентности:

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (3.74)$$

Отсутствие интерференционной картины означает, что колебания, возбуждаемые волной, идущей от источника $S_1 S_2$, в местах нахождения щелей, не когерентны. Следовательно, и колебания в самой волне в точках волновой поверхности, находящихся на рас-

стоянии $\rho_{\text{ког}} \geq \lambda / \varphi$ друг от друга, являются некогерентными, а на расстоянии $\rho_{\text{ког}} < \lambda / \varphi$ – когерентными.

Заметим, что в идеальной плоской или сферической волне фаза φ одинакова во всех точках плоскости или сферы. Эти плоскости и сферы мы называли волновыми поверхностями, или поверхностями постоянной фазы. В реальной световой волне фаза φ при переходе от одной точки волновой поверхности к другой изменяется, поэтому для данного случая термин «волновая поверхность» можно применять лишь условно. **При смещении на расстояние $\rho_{\text{ког}}$ вдоль волновой поверхности изменение фазы достигает значения π .**

Пространственная когерентность световой волны вблизи поверхности излучающего ее нагретого тела ограничивается размером $\rho_{\text{ког}}$ всего в несколько длин волн. Это вызвано тем, что разные участки нагретого тела излучают независимо друга от друга. Излучение лазера обладает огромной пространственной когерентностью. У выходного отверстия лазера пространственная когерентность наблюдается во всем поперечном сечении светового пучка.

Радиус когерентности для солнечных лучей (при угловом размере Солнца на Земле $\varphi = 30' = 0,0087$ рад и $\lambda = 0,55$ мкм) составляет 0,06 мм. При таком малом радиусе когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, поскольку разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,07–0,1 мм.

Заметим, что Юнг провел первое наблюдение интерференции в солнечном свете в 1802 г., пропуская свет через очень малое отверстие в непрозрачном экране, при этом на несколько порядков уменьшался угловой размер источника света и тем самым резко увеличивался радиус когерентности.

3.2.2. Многолучевая интерференция

До сих пор мы рассматривали интерференцию двух волн. Однако интерференция может наблюдаться для любого числа когерентных волн. Прежде чем рассматривать интерференцию большого числа N волн, напомним, как выглядит распределение интенсивности излучения в интерференционной картине, полученной от двух волн в опыте Юнга. На экране в точке x выполняется условие

$\Delta = \frac{dx}{L}$, откуда $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$. Интенсивность интерференционной картины в случае волн с одинаковыми амплитудами на основании (3.38)

описывается выражением:

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi dx}{\lambda_0}, \quad (3.75)$$

где x – координата вдоль экрана;

λ_0 – длина волны в вакууме.

Распределение интенсивности на экране в зависимости от координаты x при двухлучевой интерференции приведено на рис. 3.27.

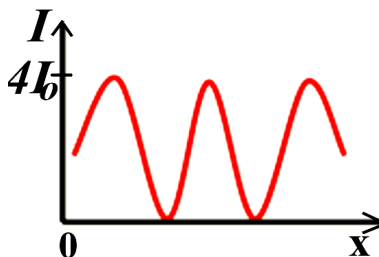


Рис. 3.27. Распределение интенсивности при двухлучевой интерференции

При многолучевой интерференции практический интерес представляют два случая: **1) интерференция большого числа волн с одинаковыми амплитудами и постоянным от волны к волне сдвигом фазы; 2) интерференция большого числа волн с монотонно убывающими амплитудами и постоянным от волны к волне сдвигом фазы.**

1. Многолучевая интерференция волн с одинаковыми амплитудами

Выясним, какой вид будет иметь распределение интенсивности излучения на экране в результате интерференции N волн с одинаковыми амплитудами, при условии, что фаза каждой из последующих волн сдвинута относительно фазы предыдущей волны

на одну и ту же величину δ . Последовательность напряженностей электрических полей таких волн имеет вид:

$$E_1 = ae^{i\omega t}, E_2 = ae^{i(\omega t + \delta)}, \dots, E_m = ae^{i[\omega t + (m-1)\delta]}, \dots, E_N = ae^{i[\omega t + (N-1)\delta]}. \quad (3.76)$$

Здесь начальная фаза равна нулю.

Воспользуемся методом векторного сложения N волн. Векторная диаграмма для $N = 5$ построена на рис. 3.28. Диаграмма представляет собой звено правильного многоугольника, поэтому вокруг нее можно описать окружность радиуса R .

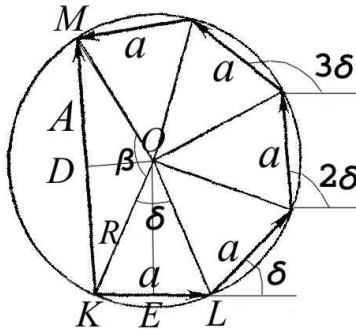


Рис. 3.28

Амплитуда результирующего колебания A определяется из треугольника MOD :

$$\frac{A}{2R} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad \beta = 2\pi - N\delta; \quad \sin \frac{\beta}{2} = \sin \left(\pi - \frac{N\delta}{2} \right) = \sin \frac{N\delta}{2}; \quad (3.77)$$

$$A = 2R \sin \frac{N\delta}{2}.$$

Из треугольника KEO получим:

$$\frac{KE}{R} = \sin \left(\frac{\delta}{2} \right); \quad \frac{a}{2R} = \sin \left(\frac{\delta}{2} \right); \quad 2R = \frac{a}{\sin \left(\frac{\delta}{2} \right)}. \quad (3.78)$$

Подставляя (3.78) в (3.77), запишем окончательно:

$$A = a \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}. \quad (3.79)$$

Так как $I \sim A_0^2$, то интенсивность излучения при многолучевой интерференции определяется выражением:

$$I(\delta) = A^2 = a^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}; \quad I(\delta) = I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}, \quad (3.80)$$

где $I_1 = a^2$ – интенсивность одной волны.

Числитель в выражении (3.80) описывает влияние суммарного сдвига фазы всех волн, а знаменатель – сдвига фазы отдельной волны.

Главные максимумы интерференционной картины будут наблюдаться при

$$\delta = \pm 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.81)$$

т. е. тогда, когда каждая последующая волна будет находиться в одной фазе с предыдущей. Здесь k – порядок (номер) главного максимума; при этом $\Delta = \pm k\lambda$.

Минимумы интенсивности суммарного поля (3.80) возникают при обращении в нуль числителя: $\sin^2(N\delta/2) = 0$. Т. к. период этой функции равен $2\pi/N$ (т. е. в N раз меньше, чем 2π), то **между двумя соседними главными максимумами будут находиться $(N - 1)$ минимумов, удовлетворяющих условию $N\delta/2 = p\pi$, откуда**

$$\delta = \frac{2\pi p}{N}, \quad p = 1, 2, 3, \dots, N - 1. \quad (3.82)$$

Например, между главными максимумами в точке $\delta = 0$ и в точке $\delta = 2\pi$ минимумы будут расположены в точках $\delta = \frac{2\pi}{N}; \frac{2\pi}{N}2; \frac{2\pi}{N}3; \dots$
 $\frac{2\pi}{N}(N-1)$.

Дополнительные максимумы интенсивности на интервале $[0, 2\pi]$ располагаются между минимумами, они возникают при обращении числителя в выражении (3.80) в единицу: $\sin^2(N\delta/2) = 1$, что выполняется при $N\delta/2 = (2p+1)\pi/2$, откуда

$$\delta = \frac{(2p+1)\pi}{N} = \frac{2p\pi}{N} + \frac{\pi}{N}, \quad p = 1, 2, 3, \dots, N-2. \quad (3.83)$$

В общем случае положение минимумов и дополнительных максимумов интенсивности определяется соотношениями:

$$\delta = \pm \left(2k\pi + \frac{2\pi p}{N} \right), \quad p = 1, 2, 3, \dots, N-1 - \text{минимумы},$$

$$\delta = \pm \left(2k\pi + \frac{(2p+1)\pi}{N} \right), \quad (3.84)$$

$$p = 1, 2, 3, \dots, N-2 - \text{дополнительные максимумы},$$

где k – порядок (номер) главного максимума.

Интенсивности дополнительных максимумов с ростом p убывают, достигая минимального значения в центре между двумя главными максимумами, при $\delta = \pi$. В этой точке знаменатель в (3.80) достигает максимума: $\sin^2 \delta/2 = 1$.

Оценим интенсивность света в точке главного максимума, например при $\delta = 0$. При $\delta = 0$ выражение (3.80) превращается в неопределенность (т. к. числитель и знаменатель стремятся к нулю). Раскроем эту неопределенность, воспользовавшись правилом Лопиталю, согласно которому предел отношения двух бесконечно малых функций равен пределу отношения производных этих функций.

$$\begin{aligned} \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{2 \sin\left(\frac{N\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{N\delta}{2}\right) \cdot \left(\frac{N}{2}\right)}{2 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} = \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sin(N\delta) \cdot N}{\sin \delta} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\cos(N\delta) \cdot N \cdot N}{\cos \delta} = N^2. \end{aligned}$$

Здесь мы воспользовались формулой $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$.

Интенсивность света в максимуме в N^2 раз больше интенсивности одной волны:

$$I_{\max} = I_1 N^2. \quad (3.85)$$

Такой результат закономерен, поскольку все волны находятся в одинаковой фазе и усиливают друг друга, поэтому амплитуда результирующего колебания в N раз больше амплитуды одной отдельно взятой волны, а интенсивность, соответственно, в N^2 раз больше интенсивности одной волны.

Распределение интенсивности в зависимости от δ при $N = 8$ показано на рис. 3.29.

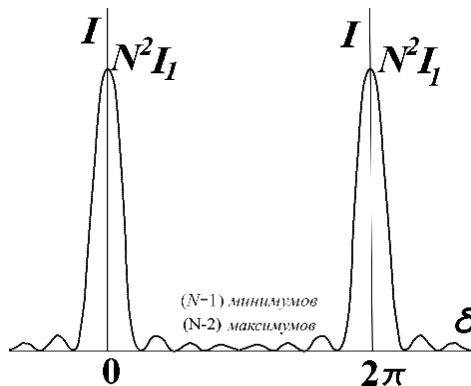


Рис. 3.29. Распределение интенсивности при многолучевой интерференции ($N = 8$) волн с одинаковыми амплитудами

Оценим **интенсивность дополнительных максимумов**, воспользовавшись формулой (3.80). Т. к. $\sin^2((2p+1)\pi/2) = 1$, а для больших N и малых p $\sin^2((2p+1)\pi/2N) \approx (2p+1)^2 \pi^2 / 4N^2$, то

$$\begin{aligned}
 I(\delta) &= I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{2p\pi + \pi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{2p\pi + \pi}{2N}\right)} = \\
 &= \frac{I_1 N^2}{\left(\frac{2p+1}{2}\right)^2 \pi^2} = \frac{I_{\max}}{\left(\frac{2p+1}{2}\right)^2 \pi^2}.
 \end{aligned} \tag{3.86}$$

Пусть $p = 1$, тогда интенсивность дополнительного максимума будет определяться как $I = \frac{I_{\max}}{(9/4) \cdot (3,14)^2} \approx \frac{I_{\max}}{22}$, т. е. она будет в 22 раза меньше интенсивности главного максимума.

2. Многолучевая интерференция волн с убывающими амплитудами

Рассмотрим многолучевую интерференцию в случае, когда амплитуда каждой последующей волны монотонно убывает в геометрической прогрессии, а сдвиг фазы, как и в предыдущем примере, возрастает на одну и ту же величину. Последовательность для N интерферирующих волн запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= ae^{i\omega t}; \quad E_2 = a\rho e^{i(\omega t + \delta)}; \quad E_3 = a\rho^2 e^{i(\omega t + 2\delta)} \dots; \\
 E_m &= a\rho^{(m-1)} e^{i[\omega t + (m-1)\delta]}, \dots E_N = a\rho^{(N-1)} e^{i[\omega t + (N-1)\delta]},
 \end{aligned} \tag{3.87}$$

где $\rho < 1$ – постоянная величина.

Результирующее колебание будет определяться формулой

$$E = \sum_{m=1}^N E_m = ae^{i\omega t} \sum_{m=1}^N \rho^{(m-1)} e^{i[(m-1)\delta]} = Ae^{i\omega t}. \tag{3.88}$$

Сумма в данном выражении представляет собой геометрическую прогрессию с первым членом, равным 1 ($g = 1$), и знаменателем $q = \rho e^{i\delta}$. Сумма геометрической прогрессии вычисляется по формуле $S_n = g(1 - q^n) / (1 - q)$, где g – первый член, q – знаменатель прогрессии. Таким образом суммарная амплитуда A принимает вид:

$$A = a \frac{1 - \rho^N e^{iN\delta}}{1 - \rho e^{i\delta}} \approx a \frac{1}{1 - \rho e^{i\delta}}. \quad (3.89)$$

В выражении (3.89) учтено, что при $N \gg 1$, т. к. $\rho < 1$, $\rho^N \rightarrow 0$, а $|e^{iN\delta}| \leq 1$.

Найдем распределение суммарной интенсивности I в зависимости от δ . Т. к. амплитуда A – величина комплексная, ее нужно умножить на комплексно сопряженную величину:

$$\begin{aligned} I = |A|^2 = AA^* &= \frac{a^2}{(1 - \rho e^{i\delta})(1 - \rho e^{-i\delta})} = \frac{a^2}{1 - \rho e^{i\delta} - \rho e^{-i\delta} + \rho^2} = \\ &= \frac{a^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \delta} = \frac{a^2}{1 - 2\rho + \rho^2 + 2\rho(1 - \cos \delta)} = \frac{a^2}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)}; \\ I(\delta) &= \frac{I_1}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)}, \end{aligned} \quad (3.90)$$

где $I_1 = a^2$ – интенсивность первой наиболее интенсивной волны.

Формула (3.90) носит название **формулы Эйри**.

Максимумы интенсивности возникают при

$$\frac{\delta}{2} = m\pi, \quad \delta = 2m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.91)$$

Минимумы интенсивности возникают при

$$\frac{\delta}{2} = (2m + 1) \frac{\pi}{2}; \quad \delta = (2m + 1)\pi. \quad (3.92)$$

Интенсивность света в максимуме определяется как

$$I_{\max} = \frac{I_1}{(1-\rho^2) - 4\rho} = \frac{I_1}{(1-\rho^2)}. \quad (3.93)$$

В промежутке между максимумами функция (3.93) изменяется монотонно, достигая минимума в середине промежутка. Интенсивность в минимуме равна

$$I_{\min} = \frac{I_1}{(1-\rho^2) + 4\rho} = \frac{I_1}{(1+\rho)^2}. \quad (3.94)$$

Отношение интенсивности в максимуме к интенсивности в минимуме

$$I_{\max} / I_{\min} = (1+\rho)^2 / (1-\rho^2), \quad (3.95)$$

и оно тем больше, чем меньше величина ρ отличается от единицы.

График функции $I(\delta)$ при $\rho \rightarrow 1$ имеет следующий вид (рис. 3.30).

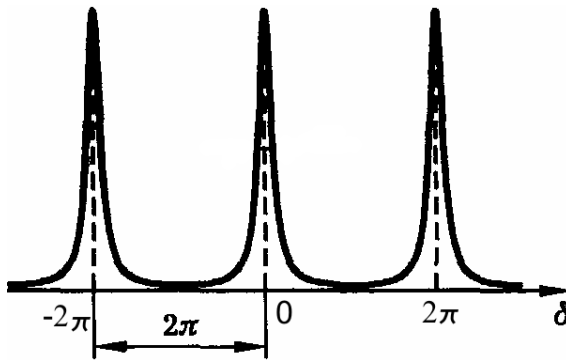


Рис. 3.30. Распределение интенсивности при многолучевой интерференции волн с убывающими амплитудами

Благодаря образованию узких максимумов, т. е. резких светлых полос, разделенных широкими темными промежутками, многолучевая интерференция получила широкое применение на практике.

3.2.3. Применение интерференции в науке и технике

3.2.3.1. Интерферометры

Интерферометры – это оптические приборы, в которых интерференция света используется для точных (прецизионных) измерений оптических характеристик вещества (показателей преломления и коэффициентов поглощения), характеристик излучения (длин волн, изменений интенсивности, состояния поляризации), а также измерений длин и перемещений, натяжений в кристаллах, скорости света, и др. Все известные интерферометры можно разделить на два класса: двухлучевые и многолучевые.

1. Двухлучевой интерферометр Майкельсона

Этот интерферометр сыграл фундаментальную роль в развитии науки и техники. С его помощью впервые была измерена длина световой волны, проведено изучение тонкой структуры спектральных линий, выполнено первое прямое сравнение эталонного метра с определенной длиной волны света. С помощью этого интерферометра был осуществлен опыт Майкельсона-Морли, на основании которого был сделан вывод о независимости скорости света от движения Земли.

Упрощенная схема интерферометра Майкельсона показана на рис. 3.31.

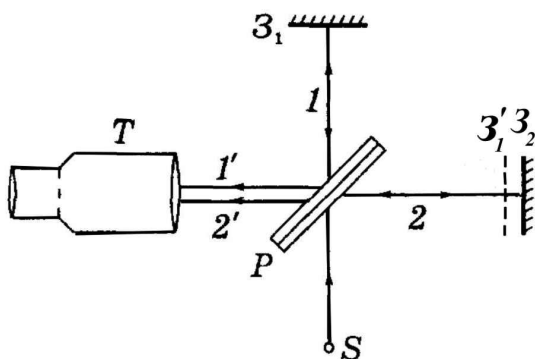


Рис. 3.31. Ход лучей в интерферометре Майкельсона и в эквивалентной схеме этого интерферометра

Монохроматический свет от источника S падает на разделительную пластинку P , которая состоит из двух одинаковой толщины пло-

скопараллельных стеклянных пластинок, склеенных друг с другом. Причем одна из склеиваемых поверхностей покрыта полупрозрачным тонким слоем серебра или алюминия. Пленка серебра настолько тонка, что она частично отражает и частично пропускает свет. Таким образом, пластина играет роль полупрозрачного зеркала.

Пластинка P разделяет падающий на нее пучок на два взаимно перпендикулярных пучка 1 и 2 одинаковой интенсивности. Пучок 1, отраженный затем от зеркала Z_1 , вторично падает на пластинку P , где снова разделяется на две части. Одна из них отражается в сторону зрительной трубы T , другая же идет к источнику S и не представляет интереса. Пучок 2, прошедший пластинку P , отражается от зеркала Z_2 , возвращается к пластинке P , где опять разделяется на две части, одна из которых попадает в трубу T .

Таким образом, от одного источника S получаются два пучка примерно одинаковой амплитуды, которые распространяются после разделительного слоя P в разных плечах интерферометра, затем снова встречаются и создают при условии соблюдения временной и пространственной когерентности интерференционную картину в фокальной плоскости объектива зрительной трубы.

Оптическая разность хода волн 1 и 2 определяется как

$$\Delta = 2n(l_2 - l_1), \quad (3.96)$$

где l_2, l_1 – длины плечей интерферометра;

n – показатель преломления среды.

Зеркало Z_1 неподвижно, а зеркало Z_2 можно перемещать поступательно и изменять его наклон. Заменим мысленно зеркало Z_1 его мнимым изображением Z_1' (в полупрозрачном зеркале P). Тогда пучки 1 и 2 можно рассматривать как возникающие при отражении от прозрачной пластинки, ограниченной плоскостями Z_2 и Z_1' , что заметно облегчает дальнейшие рассуждения. Вид интерференционной картины зависит от юстировки зеркал и от расходимости пучка света, падающего на разделительную пластинку P . Обычно используют два случая.

1. Если пучок слегка расходящийся, а плоскости Z_2 и Z_1' параллельны, то получаются *полосы равного наклона*, имеющие вид концентрических колец. Смещение картины на одну полосу соответствует перемещению зеркала Z_2 на половину длины волны. Ви-

зуально смещение можно оценить с точностью до $1/20$ полосы, но есть методы, позволяющие обнаружить смещение до 10^{-3} полосы.

2. Если пучок от источника S параллельный, а плоскости не параллельны, то в поле зрения трубы будут наблюдаться **полосы равной толщины**. При больших расстояниях между Z_2 и Z_1' и высокой степени монохроматичности света удавалось с помощью нелазерных источников наблюдать интерференцию очень высокого порядка (около 10^6).

Интерферометр Майкельсона может служить фильтром, или селективным по длинам волн отражателем света. В этой последней роли он часто используется для селекции частот в лазерах. Интерференционная картина, наблюдаемая с помощью интерферометра Майкельсона, весьма чувствительна к различным малым возмущениям, таким как механическое смещение зеркал, изменение состава, температуры и плотности среды, через которую проходят световые лучи. Поэтому интерферометр можно использовать для различных точных измерений.

Например, с помощью интерферометра можно измерить показатель преломления вещества, а также механическое смещение порядка длины световой волны, т. е. около 10^{-4} см. При необходимости точность измерения может быть повышена еще на несколько порядков. Такие точные измерения используют, например, в сейсмологии для регистрации движений земной коры.

Интерферометр Майкельсона используют для измерения длин световых волн. Для этого нужно подсчитать число максимумов m , возникающих на экране наблюдения при смещении подвижного зеркала интерферометра на известное расстояние Δl . Тогда, в соответствии с формулой (3.96), длина волны $\lambda = 2 \Delta l / m$. Эта техника использовалась для очень точных измерений длин волн излучения лазеров.

2. Многолучевой интерферометр Фабри-Перо

Интерференция при многократных отражениях света от двух параллельных поверхностей реализуется в **интерферометре Фабри-Перо**, который широко используется в спектроскопии высокого разрешения, метрологии и в качестве открытого резонатора лазеров.

Интерферометр Фабри-Перо изготавливают либо в виде плоскопараллельной стеклянной или кварцевой пластины, на обе поверхности которой нанесены отражающие слои, либо в виде двух пластин, у которых покрытые отражающим слоем поверхности уста-

новлены строго параллельно друг другу и разделены воздушным промежутком.

Многократное отражение света от двух параллельных плоскостей приводит к образованию интерференционных *полос равного наклона*, локализованных в бесконечности или в фокальной плоскости объектива.

На рис. 3.32, *а* показана интерференционная картина, возникающая при освещении интерферометра Фабри-Перо рассеянным светом. Полосы имеют вид резких светлых концентрических колец с центром в фокусе *P* объектива.

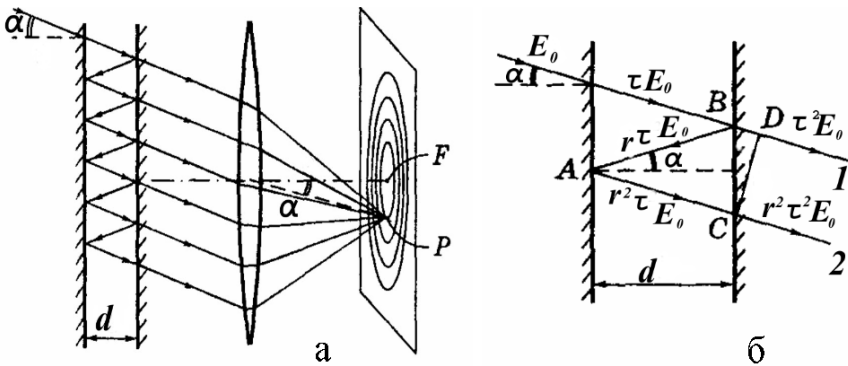


Рис. 3.32. Ход лучей в интерферометре Фабри-Перо

В некоторую точку *P* фокальной плоскости объектива собираются лучи, которые до объектива образуют с его оптической осью один и тот же угол. Разность хода Δ двух соседних интерферирующих волн легко можно найти (рис. 3.32, *б*):

$$\begin{aligned} \Delta &= AB + AC - BD = 2AB - BC \sin \alpha = \\ &= \frac{2d}{\cos \alpha} - 2d \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha = \frac{2d}{\cos \alpha} (1 - \sin^2 \alpha) = 2d \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.97)$$

Максимумы интенсивности в проходящем свете образуются при условии:

$$\Delta = 2d \cos \alpha = m\lambda. \quad (3.98)$$

Из формулы (3.98) следует, что с уменьшением угла α , т. е. с приближением к центру колец, порядок интерференции m растет. Расстояние d между зеркальными поверхностями обычно составляет 1–100 мм (а в отдельных случаях $d \geq 1$ м). Поэтому порядки интерференции $m \approx 2d / \lambda$ весьма велики: при $d = 5$ мм, $m = 20\,000$.

Из формулы (3.98) также следует, что угол α зависит от λ , на этом свойстве основано использование данного интерферометра в качестве спектрального прибора.

На рис. 3.32 показаны две интерферирующие волны 1 и 2. Пусть на интерферометр падает волна с амплитудой E_0 . После прохождения первой грани ее амплитуда будет равна τE_0 , а после прохождения второй грани амплитуда равна $-\tau^2 E_0$, где τ – коэффициент пропускания грани по амплитуде. После отражения в точке B она станет равна $r\tau E_0$, а после отражения в точке A – $r^2\tau E_0$, где r – коэффициент отражения по амплитуде. Как видно из рис. 3.32, амплитуды интерферирующих волн 1 и 2 отличаются на величину $r^2 E_0$. Нетрудно заметить, что амплитуда каждой последующей волны будет отличаться от амплитуды предыдущей волны на такую же величину.

Таким образом, амплитуды и интенсивности прошедших волн будут изменяться следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1 : A_2 : A_3 \dots &= 1 : r^2 : r^4 \dots = 1 : R : R^2 \dots; \\ I_1 : I_2 : I_3 \dots &= 1 : R^2 : R^4 \dots, \end{aligned} \quad (3.99)$$

где R – коэффициент отражения по интенсивности.

Кроме того, разность фаз между каждой последующей и предыдущей волной постоянна и равна $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos \alpha$.

Т. о., в интерферометре Фабри-Перо реализуются условия многолучевой интерференции, волн с убывающими амплитудами, и интерференционная картина на основании (3.90) будет описываться выражением:

$$I(\delta) = \frac{\tau^4 E_0^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{T^2 I_0}{(1-R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}. \quad (3.100)$$

Здесь $T = \tau^2$ – коэффициент пропускания грани по интенсивности, I_0 – интенсивность падающей на интерферометр волны.

Распределение интенсивности $I(\delta)$, описываемое выражением (3.100), будет сильно зависеть от величины R (рис. 3.33), и для больших R будет иметь вид резких линий, разделенных темными промежутками.

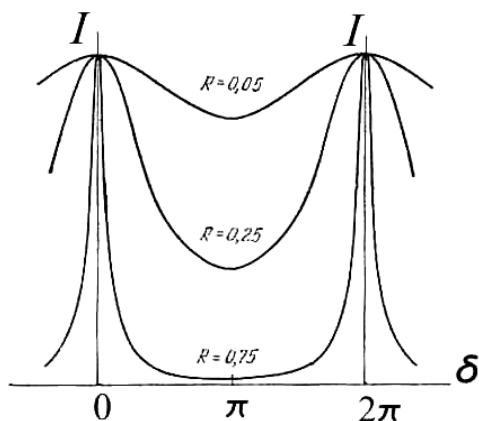


Рис. 3.33

3.2.3.2. Просветление оптики

Просветлением оптики называется эффект уменьшения отражения на границе раздела воздух – стекло. В основе просветления оптики лежит интерференция света при отражении от тонких пленок.

Дело в том, что при прохождении света через каждую преломляющую поверхность линзы отражается примерно 4 % падающего света. В сложных объективах такие отражения совершаются многократно, и суммарная потеря светового потока оказывается весьма ощутимой. При числе оптических элементов $N = 10$ потеря света составит 40 %. Действительно при потере 4 % интенсивность на одной поверхности в проходящем свете остается $1 - 0,04$, т. е. 96 %, при прохождении 10 поверхностей $(1 - 0,04)^{10} = 1 - 10 \cdot 0,04 = 0,6$. Например, в призмном бинокле она оставляет свыше 50 %. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению

бликов, что затрудняет рассмотрение изображения и (например, в военной технике) и демаскирует положение прибора.

В просветленной оптике на каждую поверхность линзы наносят путем напыления тонкую пленку прозрачного диэлектрика (рис. 3.34). При этом показатели преломления воздуха, пленки и стекла удовлетворяют соотношению $n_1 < n_2 < n_3$. Интерференция возникает между лучами, отраженными от покрытия и от линзы.

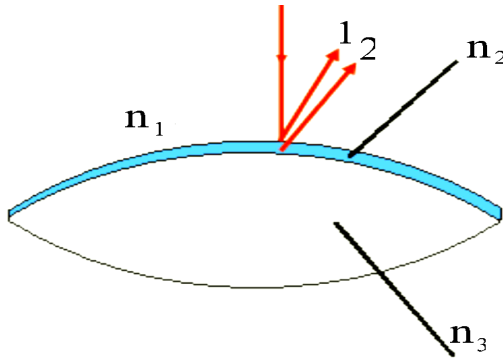


Рис. 3.34. Слой с нулевой отражательной способностью (просветление оптики)

Условие минимума интенсивности в отраженном свете:

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2n_2d + \frac{\lambda}{2_0} - \frac{\lambda}{2_0} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (3.101)$$

$$d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2}, \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}.$$

При толщине пленки, равной d_{\min} , и при условии

$$n_1n_3 = n_2^2, \quad n_2 = \sqrt{n_1n_3}, \quad (3.102)$$

при котором амплитуды отраженных от обеих поверхностей пленки волн оказываются практически одинаковыми, интенсивность отраженного света равна нулю.

Условие (3.102) имеет простое физическое объяснение. Коэффициент отражения на границе двух сред зависит только от относительного показателя преломления. На границе воздух – пленка он равен n_2/n_1 , на границе пленка – подложка – n_3/n_2 . Приравнявая эти выражения, получаем условие (3.102).

Просветлением оптики широко применяется для уменьшения потерь света в оптических приборах. Полное просветление может быть достигнуто лишь для одной длины волны – той, для которой выполнено соотношение $\lambda = d_{\min} / 4n_2$. Обычно в качестве такой длины волны используют λ зеленого цвета, поэтому пленка будет сильнее отражать (и будет окрашена в фиолетово-синий).

К примеру, при использовании для покрытия баритового флинта БФ-1: $n_1 = 1$, $n_2 = 1,53$, $n_1 n_2 = n^2$, $n = \sqrt{n_1 n_2} = 1,23$, коэффициент отражения $R = 0,008$.

3.2.3.3. Отражающие диэлектрические покрытия

При выполнении условия $n_2 > n_1$, $n_2 > n_3$, интерференция в отраженном свете в слое толщиной ($n_2 d = \lambda/4$) (четвертьволновой слой) дает максимум интенсивности (рис. 3.35).

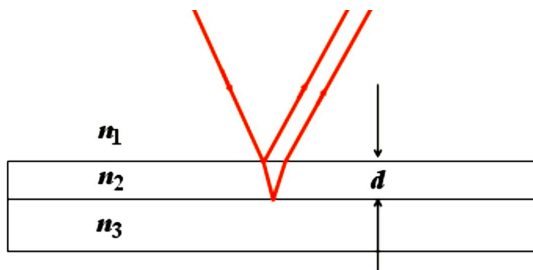


Рис. 3.35. Слой с высокой отражательной способностью

В этом случае максимумам в отраженном свете соответствует условие:

$$\Delta = 2n_2 d - \frac{\lambda}{2}, m\lambda, \quad d = (2m + 1) \frac{\lambda}{2n_2} d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}, \quad (3.103)$$

т. е. волны, отраженные от границы такого четвертьволнового слоя, не уменьшают, как в случае просветления оптики, а увеличивают коэффициент отражения.

При напылении нескольких таких слоев образуется **многослойное диэлектрическое зеркало** (рис. 3.36). Для 5-слойного зеркала, изготовленного из ZnS ($n_2 = 2,3$) и MgS ($n_1 = 1,38$), нанесенных на стекло ($n_3 = 1,52$), коэффициент отражения R в максимуме достигает 86 %, а для 11-слойного зеркала – 99,3 %.

Последовательность нанесения слоев (*а*) и спектральный коэффициент отражения (*б*) для этих случаев показаны на рис. 3.36. В настоящее время это единственный способ получения используемых в лазерной технике высокоотражающих зеркал для видимой и ультрафиолетовой областей спектра.

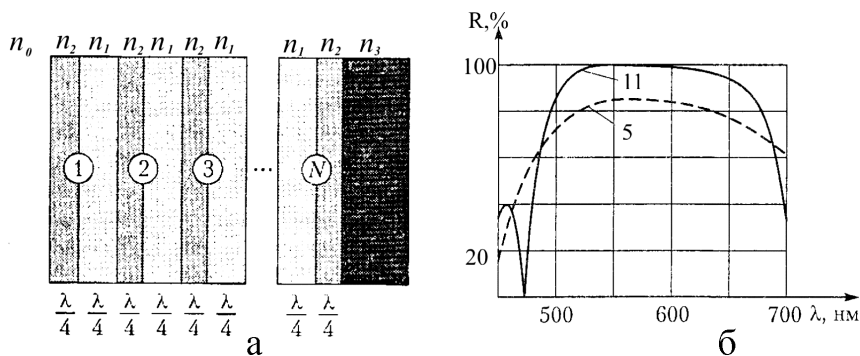


Рис. 3.36. Многослойное четвертьволновое покрытие (*а*) и коэффициент отражения диэлектрического зеркала при различном числе слоев (*б*)

3.2.3.4. Контроль качества обработки поверхностей

Для плоской поверхности контроль качества изготовления осуществляется с помощью тонких пластинок, разность хода создается толщиной зазора между пластинкой и поверхностью – при переменной толщине зазора поверхность пластинки будет пестрой. Чтобы увеличить разность хода, пластинку наклоняют и край прижимают к исследуемой поверхности (рис. 3.37).

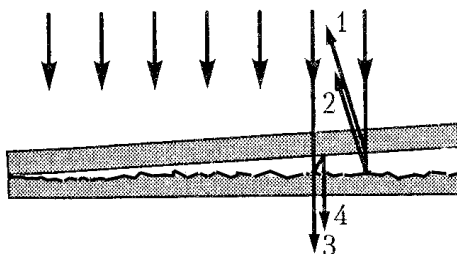


Рис. 3.37

В случае сложной поверхности изготавливается специальный стеклянный шаблон, который накладывают на проверяемую деталь. При этом интерферируют лучи, отраженные от поверхности шаблона и исследуемой поверхности, характер интерференции зависит от толщины зазора между ними.

Интерференционные кольца Ньютона используют для контроля качества изготовления линз.

3.3. Дифракция света

3.3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцией света (от лат. «*diffractus*» – разломанный) называется совокупность явлений, обусловленных волновой природой света и наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями. Дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. При этом нарушается закон прямолинейного распространения света.

Огибание препятствий звуковыми волнами (т. е. дифракция звуковых волн) наблюдается постоянно в обыденной жизни. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено тем, что масштабы дифракции сильно зависят от соотношения размеров препятствия и длины волны. При длине волны, сравнимой с размерами препятствия (что обычно имеет место для звуковых волн), дифракция выражена очень сильно. Если длина волны значительно меньше размеров препятствия, как это имеет место для света, дифракция выражена слабо и обнаруживается с трудом.

Дифракция обусловлена способностью светового пучка расходиться, расплываться, т. е. самопроизвольно увеличивать поперечные размеры при огибании светом препятствий (дифракционная расходимость пучка).

Дифракция имеет большое практическое значение, поскольку она ограничивает возможности концентрации света в пространстве, устанавливает предел разрешающей способности оптических приборов, влияет на формирование оптического изображения и т. п.

Различают два случая дифракции. **Дифракция Френеля, или дифракция в сходящихся лучах**, возникает, когда источник и точка наблюдения P находятся на конечном расстоянии от препятствия. **Дифракция Фраунгофера, или дифракция в параллельных лучах**, возникает в случае, когда **параллельный пучок лучей (плоская волна) падает на преграду, и параллельный пучок лучей идет после преграды (дифракция в дальней зоне)**.

Принцип Гюйгенса (1678 г.)

Каждая точка волнового фронта является источником вторичной сферической волны. Положение волнового фронта реальной волны в последующий момент времени определяется огибающей фронтов вторичных волн.

Постулат Гюйгенса позволил объяснить огибание волнами препятствий (попадание света в область геометрической тени), а также законы отражения и преломления света. Принцип Гюйгенса иллюстрирует рис. 3.38, на котором показаны волновой фронт светового возмущения, элементарные вторичные волны, огибающая вторичных сферических волн (a), а также огибание плоской волной препятствия в виде отверстия (b).

Элементарные сферические поверхности будут иметь во всех точках отверстия одинаковые радиусы сферы, а огибающая этих волновых поверхностей будет представлять собой плоскость, заканчивающуюся участками сферы. Лучи, ортогональные волновому фронту, попадают в область геометрической тени, как показано на рисунке.

Однако принцип Гюйгенса ничего не говорит об амплитудах и фазах вторичных волн. **Френель в начале XIX в. (1818 г.) дополнил принцип Гюйгенса представлением о том, что вторичные световые волны когерентны, они могут как усиливать, так и ослаблять друг друга, т. е. могут интерферировать**. Этот принцип получил название **принципа Гюйгенса-Френеля**.

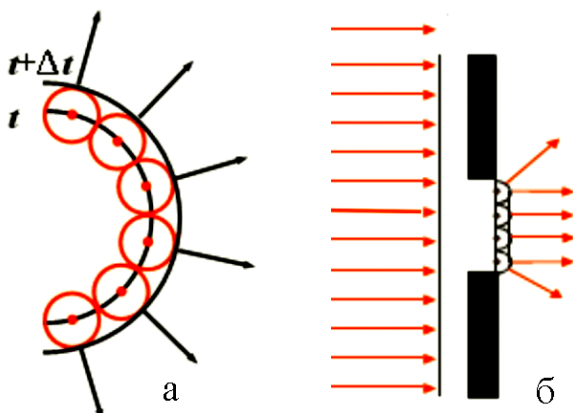


Рис. 3.38

Математическое выражение принципа Гюйгенса-Френеля.

Пусть S представляет собой поверхность волнового фронта в некоторый момент времени (рис. 3.39). Для того чтобы определить результирующую волну в точке наблюдения P , лежащей перед фронтом на расстоянии r , надо определить амплитуду и фазу волны, приходящей в точку P от каждого элемента поверхности dS , а затем сложить их.

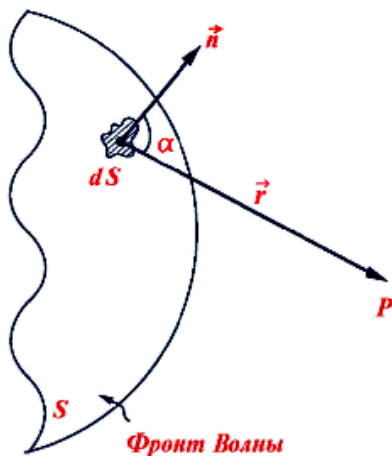


Рис. 3.39. Результирующая волна в точке P определяются путем суммирования вторичных волн, приходящих от каждого элемента dS поверхности S

Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет рассчитать амплитуды и фазы элементарных вторичных волн по следующим правилам:

– Каждый элемент dS волнового фронта S служит источником вторичной сферической волны; вторичные волны когерентны.

– **Амплитуда вторичной световой волны**, достигающей точки P лежащей перед фронтом волны S на расстоянии r , 1) **пропорциональна амплитуде E_0** первичной волны, приходящей к элементу dS , а также 2) **площади самого элемента dS** , **обратно пропорциональна расстоянию r** от элемента dS до точки P (напомним, что амплитуда сферической волны равна E_0/r) и 3) **зависит от угла α , который направление \vec{r} составляет с нормалью \vec{n} к поверхности dS** .

– **Фаза вторичной волны** определяется длиной пути r , пройденного волной.

В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля, амплитуда и фаза вторичной сферической волны, приходящей от элемента поверхности dS в точку P , определяется как

$$d\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{r} K(\alpha) dS \cos(\omega t - kr + \varphi_0). \quad (3.104)$$

Результирующая волна в точке P определяются путем суммирования вторичных сферических волн, приходящих от каждого элемента dS поверхности S :

$$\vec{E} = \int_S \frac{\vec{E}_0}{r} K(\alpha) \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS, \quad (3.105)$$

где \vec{E}_0 – амплитуда напряженности электрического поля на участке dS ;

$K(\alpha)$ – некоторая функция угла α между нормалью к элементу поверхности dS и направлением r на точку P ; $K(\alpha) = 0$ при $\alpha \geq \pi/2$.

Формула (3.105) является математическим выражением принципа Гюйгенса-Френеля.

Принцип Гюйгенса-Френеля выражает общий подход, используемый при решении задач дифракции. Суммирование вторичных волн на основании этого принципа является задачей интегрального исчисления.

ления и может быть весьма сложным. Но в некоторых простейших случаях, обладающих симметрией, интегрирование может быть заменено простым алгебраическим или графическим сложением.

3.3.2. Дифракция Френеля

Дифракция Френеля, или дифракция в сходящихся лучах (дифракция сферических волн), возникает в случае, когда источник и точка наблюдения P находятся на конечном расстоянии от препятствия.

3.3.2.1. Метод зон Френеля

Френель предложил метод, который позволяет найти амплитуду светового поля, возбуждаемого в точке P сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S в случае, когда источник света S и точка наблюдения P лежат на одной прямой (рис. 3.40).

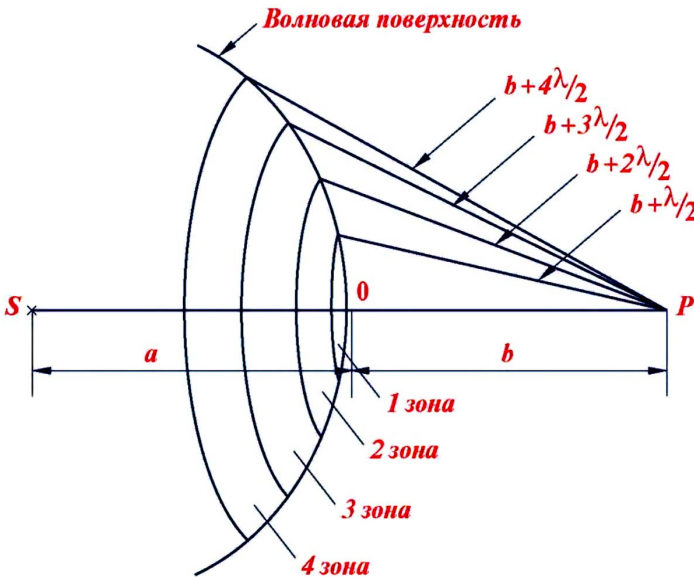


Рис. 3.40. Зоны Френеля

Волновая поверхность такой волны симметрична относительно прямой SP . Френель предложил разбить волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda/2$ (λ – длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Вторичные волны, приходящие в точку P от аналогичных точек двух соседних зон Френеля (например, от точек, лежащих у внешних краев зон), будут находиться в противофазе, а амплитуды этих волн будут противоположны по знаку.

Расстояние b_m от внешнего края m -й зоны до точки P можно представить следующим образом:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}. \quad (3.106)$$

где b – расстояние от вершины волновой поверхности O до точки наблюдения P .

Для нахождения амплитуд вторичных волн, испускаемых каждой зоной, в соответствии с принципом Гюйенса-Френеля, оценим площади этих зон.

Определим вначале внешний радиус m -й зоны. С этой целью воспользуемся рис. 3.41, из которого видно, что отрезок CO равен

$$CO = h_a + h_b = b_m - b = b + m \frac{\lambda}{2} - b = m \frac{\lambda}{2}. \quad (3.107)$$

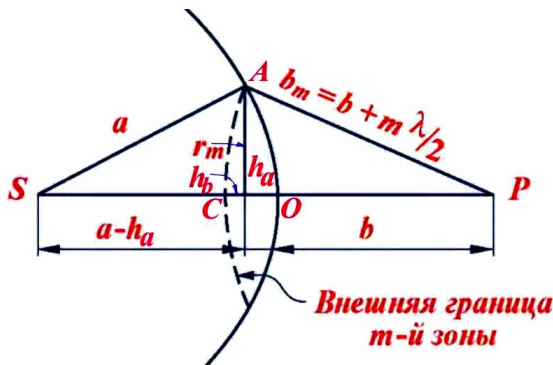


Рис. 3.41

Выразим h_a и h_b через r_m , и соответствующие радиусы a и b_m . Согласно теореме Пифагора, $r_m^2 = a^2 - (a - h_a)^2$. Преобразовав правую часть этого равенства как разность квадратов, получим

$$r_m^2 = (a + a - h_a)(a - a + h_a) = (2a - h_a)h_a \approx 2ah_a. \quad (3.108)$$

Обычно мы будем иметь дело со случаями, когда $h_a \ll 2a$, и этим слагаемым в формуле (3.108) можно пренебречь. Из выражения (3.108) получим

$$h_a = \frac{r_m^2}{2a}. \quad (3.109)$$

Рассуждая аналогично, для правой части на рис. 3.41 получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} r_m^2 &= (b + m \frac{\lambda}{2})^2 - (b + m \frac{\lambda}{2} - h_b)^2 = (b + m \frac{\lambda}{2} + b + m \frac{\lambda}{2} - h_b) \times \\ &\times (b + m \frac{\lambda}{2} - b - m \frac{\lambda}{2} + h_b) = (2b + m\lambda - h_b)h_b \approx 2bh_b. \end{aligned} \quad (3.110)$$

Здесь мы пренебрегли в последней скобке слагаемыми $m\lambda$ и h_b по сравнению с $2b$. На основании (3.110) для h_b запишем

$$h_b = \frac{r_m^2}{2b}. \quad (3.111)$$

Подставляя выражения (3.109) и (3.111) в (3.107), получим:

$$\begin{aligned} \frac{r_m^2}{2a} + \frac{r_m^2}{2b} &= m \frac{\lambda}{2}, \quad r_m^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = m\lambda, \quad r_m^2 = m\lambda \frac{ab}{a+b}, \\ r_m &= \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}. \end{aligned} \quad (3.112)$$

Например, если положить $a = b = 1$ м и $\lambda = 0,5$ мк, то для радиуса первой (центральной) зоны получается значение: $r_1 = 0,5$ мм. Радиусы последующих зон возрастают как \sqrt{m} .

Заметим, что если падающая **волна плоская** ($a = \infty$), то

$$r_m^2 = bm\lambda, \quad r_m = \sqrt{bm\lambda}. \quad (3.113)$$

Площади зон при достаточно малых m определяются как

$$\Delta S = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2 = \pi \frac{m\lambda ab}{a+b} - \pi \frac{(m-1)\lambda ab}{a+b} = \pi \lambda \frac{ab}{a+b}. \quad (3.114)$$

Полученное нами выражение не зависит от m . Это означает, что при не слишком больших m площади зон Френеля примерно одинаковы.

Несмотря на то, что площади зон Френеля примерно одинаковы, амплитуды вторичных волн, приходящих в точку P от этих зон, монотонно и слабо убывают из-за увеличения расстояния b_m до точки P от каждой следующей зоны (формула (3.106)) и роста угла α между нормалью к элементам зоны и направлением на точку P . Даже при очень больших m , когда в выражении (3.110) слагаемым, содержащим m , пренебречь нельзя и площадь зоны начинает заметно расти с m , убывание множителя $K(\alpha)$ перевешивает рост ΔS ($K(\alpha) \rightarrow 0$ при $\alpha \rightarrow \pi/2$). Таким образом, амплитуды вторичных волн, возбуждаемых в точке P зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots \quad (3.115)$$

Так как фазы вторичных волн, возбуждаемых в точке P соседними зонами, отличаются на π , амплитуда A результирующей волны в точке P будет определяться знакопеременной последовательностью:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (3.116)$$

Сгруппируем слагаемые в формуле (3.116) следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m + \frac{A_{m+1}}{2} \right) + \frac{A_{m+1}}{2} \dots \quad (3.117)$$

Вследствие малого различия величин A_m , можно приближенно считать, что

$$A_m = \left(\frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \right). \quad (3.118)$$

При этом условии выражения, заключенные в круглые скобки, будут равны нулю, амплитуда A_{m+1} при больших $m \gg 1$ стремится к нулю, и формула (3.117) упрощается следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (3.119)$$

Полученный результат означает, что амплитуда, создаваемая в некоторой точке P сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной центральной зоной. Иными словами, **действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия первой зоны**. Как показано выше, центральная зона имеет размеры порядка долей миллиметра. Следовательно, свет от точки S к точке P распространяется как бы в пределах очень узкого прямого канала, т. е. практически прямолинейно.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда светового поля в точке P будет равна A_1 , т. е. в два раза превзойдет амплитуду (3.119). Соответственно интенсивность света в точке P будет в этом случае в четыре раза больше, чем при отсутствии преград между точками S и P .

Число зон m в отверстии мы можем изменять. Например, для увеличения числа зон надо или расширить отверстие, или приблизить

экран к нему, или то и другое вместе. Это непосредственно вытекает из формул (3.112), (3.113), если под r_m понимать радиус отверстия.

3.3.2.2. Метод графического сложения амплитуд

Теперь решим задачу о распространении света от источника S к точке P методом графического сложения амплитуд, учитывая результаты предыдущего раздела. **Разобьем волновую поверхность каждой зоны Френеля** на равные по площади **кольцевые подзоны**, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньшие по ширине. Вторичную волну, приходящую в точку P от каждой такой подзоны, будем изображать в виде вектора, длина которого равна амплитуде волны, а угол, образуемый вектором с направлением, принятым за начало отсчета (ось x), дает начальную фазу волны.

Вторичные волны, приходящие в точку P от каждой из таких подзон, будут иметь одинаковые амплитуды, а фазы волн, идущих от соседних подзон, будут различаться на одну и ту же величину (при этом угол, который составляет каждый последующий вектор с выделенным направлением, будет увеличиваться на одну и ту же величину). На рис. 3.42, *а* приведена векторная диаграмма, иллюстрирующая разбиение первой зоны Френеля на подзоны. Если число подзон неограниченно увеличить, ломаная линия превратится в гладкую кривую (рис. 3.42, *б*).

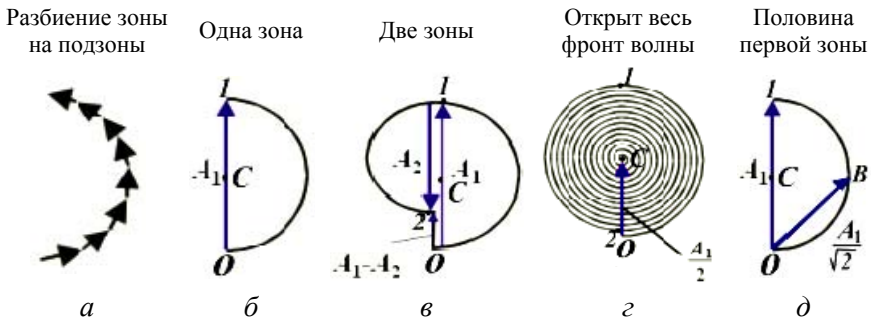


Рис. 3.42

Фазы вторичных волн, идущих от первой и последней подзон первой зоны Френеля, в точках 0 и 1, отличаются на π (бесконечно

малые векторы, образующие спираль, направлены в этих точках в противоположные стороны). Следовательно, участок спирали 0–1 соответствует первой зоне Френеля. Вектор A_1 , проведенный из начальной точки 0 в конечную точку 1 (рис. 3.42, б), изображает амплитуду вторичной волны, приходящей в точку P от первой зоны.

Аналогично, вектор A_2 , проведенный из точки 1 в точку 2 (рис. 3.42, в), изображает световое поле, возбуждаемое второй зоной Френеля. В соответствии с тем, что волны, идущие от первой и второй зон находятся в противофазе, векторы 01 и 12 направлены в противоположные стороны, а вектор $A_1 - A_2$ дает результат действия обеих зон. Если бы величина амплитуды при переходе от первой зоны Френеля ко второй оставалась строго постоянной, конец второго из изображенных на рис. 3.42, в, векторов A_2 совпал бы с началом первого вектора A_1 . В действительности амплитуды волн по мере увеличения номера зоны, хотя и очень слабо, но убывают (формула (3.115)), вследствие чего векторы образуют не замкнутую фигуру, а спиралевидную линию.

Когда открыт весь фронт волны, и число зон Френеля очень велико, векторная диаграмма примет вид спирали, закручивающейся к точке C (рис. 3.42, з). Световое поле, возбуждаемое в точке P всей волновой поверхностью, изобразится вектором OC (рис. 3.42, з). Из рисунка видно, что результирующая амплитуда A в этом случае равна половине амплитуды волны, создаваемой в точке P первой зоной. Этот результат мы получили ранее алгебраически (формула (3.119)).

Заметим, что световое поле, возбуждаемое в точке P внутренней половиной первой зоны Френеля, изобразится вектором OB (рис. 3.42, д). Таким образом, половина действия первой зоны Френеля не эквивалентна действию половины зоны (рис. 3.43).

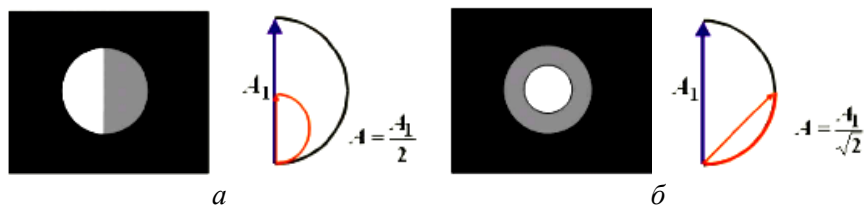


Рис. 3.43. Половина действия первой зоны Френеля (а) не эквивалентна действию половины зоны (б)

Вектор OB в $\sqrt{2}$ раз больше вектора OC . Поэтому, переходя к интенсивностям, можно сказать, что интенсивность света, создаваемая в точке P половиной первой зоны Френеля, в два раза превышает интенсивность света, создаваемую всей волновой поверхностью.

3.3.2.3. Зонные пластинки

Вторичные волны, идущие от четных и нечетных зон Френеля, находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или все нечетные зоны, то амплитуда светового поля в точке P резко возрастает, т. к. векторы-амплитуды от всех зон Френеля будут однонаправлены. Такая пластинка называется амплитудной зонной пластинкой (рис. 3.44, *а*). Зонная пластинка, содержащая N открытых зон, создает в точке P интенсивность приблизительно в N^2 раз большую, чем отверстие в первую зону Френеля.

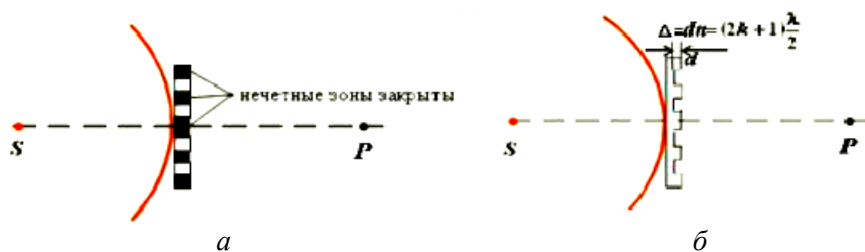


Рис. 3.44. Амплитудная (*а*) и фазовая (*б*) зонные пластинки

Еще большего эффекта можно достигнуть, изменяя фазу волн, идущих от четных или нечетных зон на π . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих четным или нечетным зонам, отличается на нечетное число полуволен. Такая зонная пластинка называется фазовой (рис. 3.44, *б*). По сравнению с амплитудной она дает дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности света в четыре раза.

Усиление интенсивности света зонной пластинкой эквивалентно фокусирующему действию линзы. Расстояния от зонной пластинки до источника a и его «изображения» b связаны таким же соотношением, как и соответствующие расстояния для собирающей линзы. Чтобы в этом убедиться, достаточно переписать формулу (3.112)

в виде
$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), f' = \frac{r_m^2}{m\lambda}.$$

3.3.2.4. Дифракция Френеля на простейших преградах

Рассмотренные в предыдущем параграфе методы алгебраического и графического сложения амплитуд позволяют решить простейшие дифракционные задачи.

3.3.2.4.1. Дифракция на круглом отверстии

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием. Расположим экран так, чтобы центр отверстия находился на прямой SP (рис. 3.45). При радиусе отверстия r_m , значительно меньшем, чем длины отрезков a и b : $r_m \ll a, b$, длину отрезка a можно считать равной расстоянию от источника S до преграды, а длину отрезка b – расстоянию от преграды до точки P .

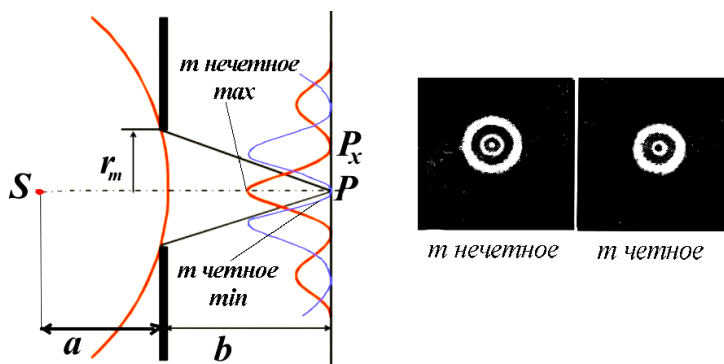


Рис. 3.45. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Рассмотрим случай, когда радиус отверстия совпадает с радиусом t -й зоны Френеля r_m :

$$r = r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)}} m \lambda, \quad (3.120)$$

где m – целое число.

Отверстие оставляет открытыми m первых зон Френеля, построенных для точки P . Из формулы (3.120) следует, что число открытых зон Френеля будет равно

$$m = \frac{r_m^2}{\lambda} \frac{(a+b)}{ab} = \frac{r_m^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (3.121)$$

Найдем амплитуду светового поля в точке P , если m – нечетное. В соответствии с (3.117) амплитуда A_m берется со знаком плюс:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}.$$

Если m – четное, амплитуда A_m берется со знаком минус:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}.$$

Если открыто нечетное число зон Френеля m , в центре дифракционной картины образуется максимум, если четное число – минимум.

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}, \quad m - \text{нечетное}; \quad A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}, \quad m - \text{четное}. \quad (3.122)$$

При малых m величина A_m мало отличается от A_1 . Следовательно, при нечетных m амплитуда в точке P будет приближенно равна A_1 , при четных m – нулю. Этот результат легко получить с помощью векторной диаграммы, изображенной на рис. 3.42.

Таким образом, преграда с отверстием, открывающим небольшое нечетное число зон, не только не ослабляет свет в точке P , но,

напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза, а интенсивности – почти в четыре раза. При неограниченном увеличении размеров отверстия A_m будет стремиться к нулю и выражение (3.122) перейдет в (3.119).

При смещении точки наблюдения относительно оси симметрии в точку P_x (см. рис. 3.45) границы первой зоны смещаются к краю дифракционной картины, так что максимум (минимум) освещенности может измениться на минимум (максимум).

3.3.2.4.2. Дифракция на непрозрачном диске. Пятно Пуассона

Поместим между точечным источником света и точкой наблюдения P непрозрачный круглый диск радиуса r_m (рис. 3.46) так, чтобы он закрывал m первых зон Френеля.

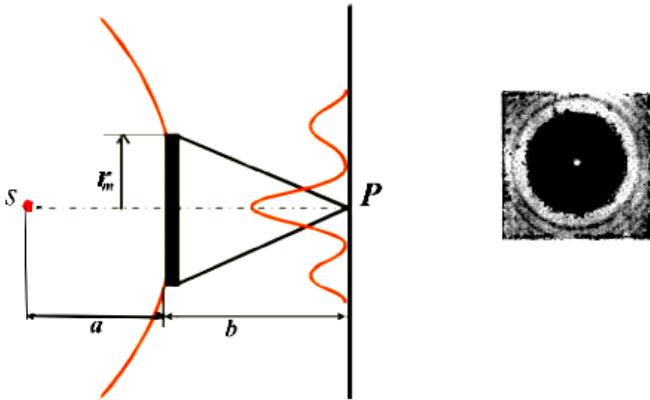


Рис. 3.46. Дифракция Френеля на непрозрачном диске (пятно Пуассона)

Тогда амплитуда световой волны в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \quad (3.123)$$

Так как выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, получаем

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (3.124)$$

Независимо от числа открытых зон Френеля m , в центре дифракционной картины всегда будет максимум интенсивности (пятно Пуассона).

При небольшом числе закрытых зон A_{m+1} мало отличается от A_1 . Поэтому в точке P интенсивность будет почти такая же, как при отсутствии преграды между S и P . Как показано на рис. 3.46, дифракционная картина будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец, в центре всегда будет светлое пятно.

Если непрозрачный диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени. В этом случае $A_{m+1} \ll A_1$ и амплитуда (3.124) очень мала, так что интенсивность света в области геометрической тени практически всюду равна нулю. Если диск закрывает лишь небольшую часть первой зоны Френеля, он совсем не отбрасывает тени – освещенность экрана всюду остается такой же, как в отсутствие преграды.

Светлое пятнышко в центре тени, отбрасываемой диском, послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем. Парижская Академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г. Устроители конкурса были сторонниками корпускулярной теории света и рассчитывали, что конкурсные работы принесут окончательную победу их теории. Однако на конкурс была представлена Френелем работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения.

Рассматривая работу Френеля, Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает нелепый вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Араго тут же произвел опыт, и оказалось, что такое пятно действительно есть. Это принесло победу и всеобщее признание волновой теории света. А пятно в центре тени за непрозрачным диском стали называть пятном Пуассона.

3.3.2.4.3. Дифракция на крае полуплоскости

Поместим на пути световой волны (которую мы для простоты будем считать плоской) непрозрачную полуплоскость с прямолинейным краем (рис. 3.47). Расположим эту полуплоскость так, что-

бы она совпала с волновой поверхностью. За полуплоскостью поставим на расстоянии b параллельный ей экран, на котором возьмем точку P . Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны, имеющие вид очень узких прямолинейных полосок, параллельных краю полуплоскости.

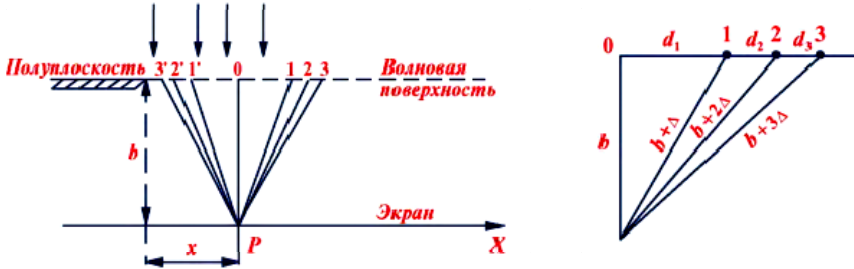


Рис. 3.47

Ширину зон выберем так, чтобы отсчитанные в плоскости рисунка расстояния от точки P до краев любой зоны отличались на одинаковую величину Δ .

При этом условии световое поле, создаваемое в точке P соседними зонами, будет отличаться по фазе на одинаковую величину. Зонам, расположенным справа от точки P , припишем номера 1, 2, 3 и т. д., расположенным слева – номера 1', 2', 3' и т. д. Зоны с номерами m и m' имеют одинаковую ширину и расположены относительно точки P симметрично. Поэтому создаваемые ими в точке P вторичные волны совпадают по амплитуде и фазе. Для выяснения зависимости амплитуды волны от номера зоны оценим площади зон. Из рис. 3.47 видно, что ширина первой зоны равна

$$d_1 = \sqrt{(b + \Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2b\Delta + \Delta^2} \approx \sqrt{2b\Delta}, \quad (3.125)$$

так как $\Delta \ll b$.

Суммарная ширина первых m зон

$$\begin{aligned} d_1 + d_2 + \dots + d_m &= \sqrt{(b + m\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{2bm\Delta + m^2\Delta^2} \approx \\ &\approx \sqrt{2bm\Delta} = d_1\sqrt{m}, \end{aligned} \quad (3.126)$$

откуда ширина m -й зоны

$$d_m = d_1(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}). \quad (3.127)$$

Расчет по этой формуле дает следующие соотношения для значений d :

$$d_1 : d_2 : d_3 : d_4 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : \dots \quad (3.128)$$

В таких же соотношениях находятся и площади зон. Следовательно, амплитуда волн, создаваемых в точке P отдельными зонами, вначале (для первых зон) убывает очень быстро, затем это убывание становится медленным. По этой причине ломаная линия, получающаяся при графическом сложении амплитуд вторичных волн, возбуждаемых прямолинейными зонами, идет сначала более полого, чем в случае кольцевых зон (площади которых примерно равны).

На рис. 3.48 представлена векторная диаграмма, соответствующая формуле (3.128). Векторы, изображающие амплитуды волн, идущих от штрихованных и нештрихованных зон, расположены симметрично относительно начала координат O . Если ширину зон устремить к нулю, ломаная линия, изображенная на рис. 3.48, превратится в плавную кривую, которая называется *спиралью Корню*.

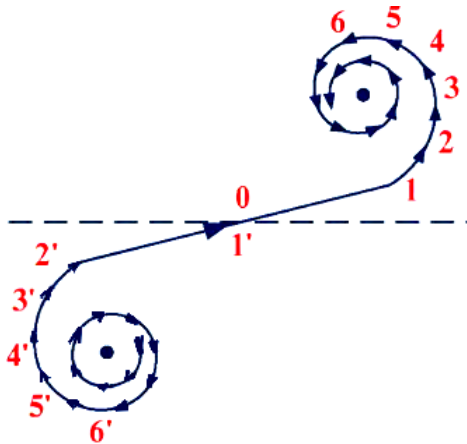


Рис. 3.48. Спираль Корню

С помощью спирали Корню можно найти амплитуду светового поля для точек, находящихся на любом расстоянии x от края геометрической тени (рис. 3.49). Правый завиток спирали (участок OF_1) соответствует вкладам от зон, расположенных справа от точки P , левый завиток (участок OF_2) – от зон, расположенных слева от точки P .

Для точки P , лежащей на границе геометрической тени, все штрихованные зоны будут закрыты, а все нештрихованные зоны открыты. Вторичным волнам, идущим от нештрихованных зон, соответствует правый завиток спирали. Следовательно, результирующее световое поле изобразится вектором, начало которого находится в точке O , конец – в точке F_1 (рис. 3.49, *a*).

При смещении точки P в область геометрической тени полуплоскость станет закрывать все большее число нештрихованных зон. Поэтому начало результирующего вектора будет перемещаться по правому завитку, приближаясь к полюсу F_1 (рис. 3.49, *б*). В результате амплитуда результирующей волны в точке P будет монотонно стремиться к нулю.

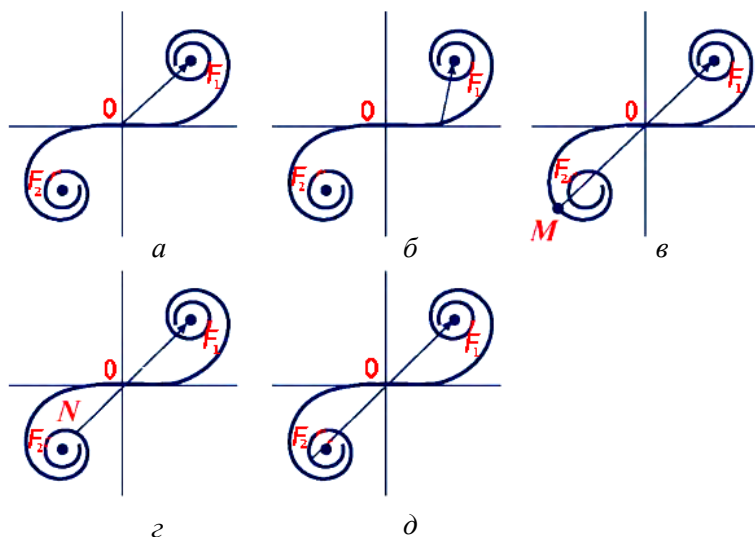


Рис. 3.49

Если точка P смещается от границы геометрической тени вправо, в дополнение к нештрихованным зонам открывается все возрас-

тающее число штрихованных зон. Поэтому начало результирующего вектора скользит по левому завитку спирали в направлении к полюсу F_2 . В результате амплитуда проходит через ряд максимумов (первый из них равен длине отрезка MF_1 на рис. 3.49, в) и минимумов (первый из них равен длине отрезка NF_1 на рис. 3.49, з). При полностью открытой волновой поверхности амплитуда равна длине отрезка F_1F_2 (рис. 3.49, д), т. е. ровно в два раза превышает амплитуду на границе геометрической тени (см. рис. 3.49, а). Соответственно интенсивность на границе геометрической тени составляет $1/4$ интенсивности I_0 , получающейся на экране в отсутствие преград.

Зависимость интенсивности света I от расстояния x показана на рис. 3.50.

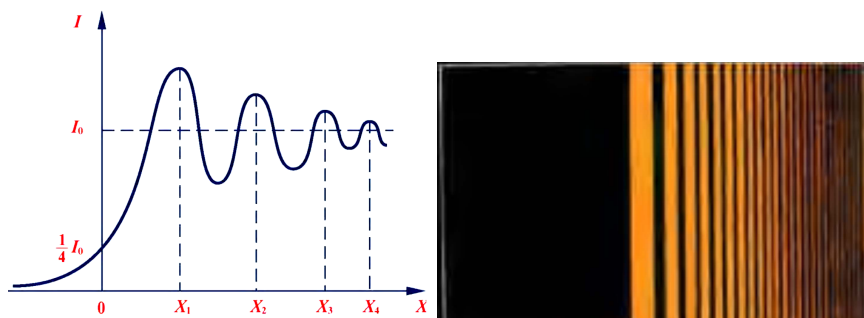


Рис. 3.50. Распределение интенсивности света на экране при дифракции Френеля на крае полуплоскости

Из графика видно, что при переходе в область геометрической тени интенсивность изменяется не скачком, а постепенно стремится к нулю. Справа от границы геометрической тени расположен ряд чередующихся максимумов и минимумов интенсивности. Максимумы получаются при следующих значениях координаты x : $x_1 = 0,61$ мм; $x_2 = 1,17$ мм; $x_3 = 1,54$ мм; $x_4 = 1,85$ мм.

3.3.3. Дифракция Фраунгофера

Дифракция Фраунгофера, или дифракция в параллельных лучах, возникает в случае, когда параллельный пучок лучей

(плоская волна) падает на преграду, и параллельный пучок лучей идет после преграды.

Для наблюдения дифракции Фраунгофера можно расположить преграду на достаточно большом расстоянии от источника света и от экрана, на котором ведется наблюдение, а также можно воспользоваться схемой, показанной на рис. 3.51, которая, как правило, применяется на практике.

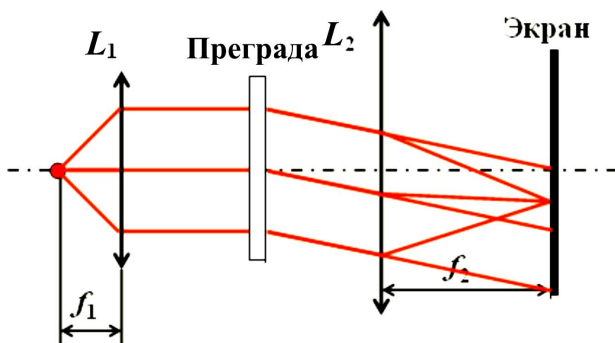


Рис. 3.51. Схема наблюдения дифракции в параллельных лучах (дифракции Фраунгофера)

Точечный источник света S располагают в фокусе F линзы L_1 . Из линзы выходит параллельный пучок лучей, на пути которого находится некоторая преграда с отверстием. После преграды лучи проходят линзу L_2 и падают на экран, расположенный в фокальной плоскости линзы L_2 . В каждую точку экрана собираются лучи, которые до линзы L_2 были параллельны друг другу. В фокальной плоскости линзы L_2 , наблюдается дифракционная картина, вид которой зависит от формы и размеров отверстия и длины волны падающего света.

В общем случае для отверстия произвольной формы найти распределение интенсивности в дифракционной картине сложно. Рассмотрим два частных случая, имеющих наибольшее практическое значение: 1) дифракция на узкой прямоугольной щели, 2) дифракция на дифракционной решетке.

Отметим, что при освещении преграды лазерным излучением линзы не требуются, т. к. лазер испускает практически параллельный пучок лучей.

3.3.3.1. Дифракция Фраунгофера на узкой прямоугольной щели

Распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера найдем с помощью принципа Гюйгенса-Френеля. Рассмотрим случай, когда на щель ширины b падает нормально плоская монохроматическая волна (рис. 3.52). Т. к. щель бесконечна в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка, то картина, наблюдаемая в любой плоскости, перпендикулярной щели, будет одинакова. Совместим волновую поверхность с плоскостью щели и разобьем ее на N элементарных зон шириной dx , параллельных краям щели (рис. 3.52).

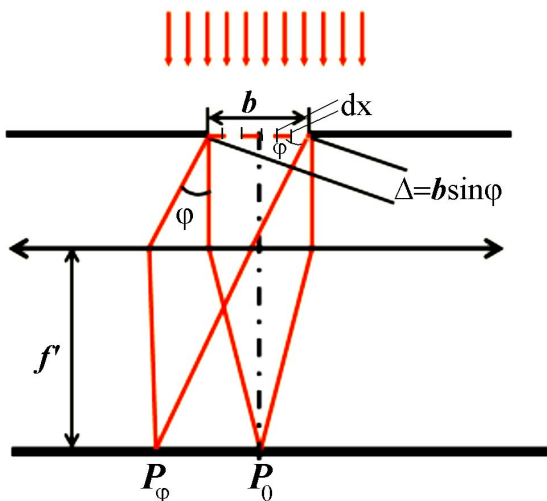


Рис. 3.52

Вторичные волны, посылаемые элементарными зонами под углом φ к первоначальному направлению распространения света, соберутся в некоторой точке экрана P_φ .

Угол φ , на который отклоняется луч света от первоначального направления после прохождения препятствия, называется углом дифракции.

Волны, испускаемые каждой полоской щели, при большом расстоянии до точки наблюдения можно считать плоскими, т. е. амплитуда вторичной волны, посылаемой элементарной зоной, не будет

зависеть от расстояния до экрана. Кроме того, ограничившись не слишком большими углами φ , можно не учитывать зависимость амплитуды вторичных волн от угла. Таким образом, **амплитуды вторичных волн, приходящих в любую точку экрана P_φ , будут одинаковыми.**

Для нахождения суммарной амплитуды волны в точке P_φ воспользуемся выражением для амплитуды волны, возникающей при многолучевой интерференции:

$$A_\varphi = a \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}. \quad (3.80')$$

Пусть A_0 – амплитуда падающей на щель b волны. Амплитуда вторичной волны a , приходящей от элементарной зоны dx в точку P_φ , будет зависеть только от площади этой зоны, которая пропорциональна ширине зоны dx :

$$a = \frac{A_0}{b} dx. \quad (3.129)$$

Если число элементарных зон N , то

$$dx = \frac{b}{N}, \quad a = \frac{A_0}{b} dx = \frac{A_0}{b} \frac{b}{N} = \frac{A_0}{N}. \quad (3.130)$$

Разность фаз $N\delta$, создаваемая всеми N вторичными волнами, определяется как разность фаз волн, идущих из начала и из конца щели:

$$\Delta = b \sin \varphi, \quad N\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi, \quad \delta = \frac{1}{N} \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi, \quad (3.131)$$

где Δ – оптическая разность хода (рис. 3.52);

δ – разность фаз волн, идущих от элементарной зоны.

Подставляя формулы (3.129), (3.130) в (3.89'), получим

$$A_{\varphi} = a \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{A_0}{N} \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{N\lambda}\right)}. \quad (3.132)$$

При большом числе $N \sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{N\lambda}\right) \approx \frac{\pi b \sin \varphi}{N\lambda}$, и выражение (3.132)

принимает вид:

$$A_{\varphi} = \frac{A_0}{N} \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{1}{N} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp\left(i \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} x\right) dx} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}, \quad (3.133)$$

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}.$$

Из формулы (3.133) вытекает, что $I(\varphi) = I(-\varphi)$, т. е. дифракционная картина симметрична относительно центра линзы.

Заметим, что при смещении щели параллельно экрану дифракционная картина, наблюдаемая на экране, остается неподвижной (ее середина лежит против центра линзы); смещение линзы при неподвижной щели сопровождается таким же смещением картины на экране.

Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать и без собирающей линзы, если расстояние l от щели до экрана велико $l \gg b^2/\lambda$. В этом случае лучи, идущие от всех участков щели в любую точку экрана практически параллельны. При освещении преграды лазерным излучением линза также не требуется, т. к. лазер испускает практически параллельный пучок лучей.

Определим значение интенсивности I_φ в точке $\varphi = 0$. Формула

для интенсивности (3.133) с учетом того, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, дает

$I_{\varphi=0} \sim A^2_{\varphi=0} = A^2_0 = I_0$. Этот результат можно получить и более простым путем. При $\varphi = 0$ колебания от всех элементарных зон приходят в точку P в одинаковой фазе. Поэтому амплитуда результирующего колебания равна алгебраической сумме амплитуд складываемых колебаний, т. е. $A_{\varphi=0} = \frac{A_0}{N} N$, $I_{\varphi=0} = A^2_0 = I_0$.

Положения максимумов при дифракции на одной щели (максимумов функции I_φ) при $\varphi \neq 0$ можно найти из условия равенства нулю первой производной данной функции по x , т. е.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} = 0, \text{ откуда следует равенство } \operatorname{tg}(x) = x.$$

Приближенно **максимумы интенсивности дифракционной картины I_φ** определяются из условия

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = \pm(2k+1) \frac{\pi}{2}, \text{ откуда}$$

$$b \sin \varphi = \pm(2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.134)$$

Минимумы интенсивности дифракционной картины I_φ реализуются при значениях φ , удовлетворяющих условию

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = \pm m\pi,$$

откуда

$$b \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.135)$$

Зависимость интенсивности от угла дифракции изображена на рис. 3.53. По оси абсцисс отложены значения $\sin \varphi$, по оси ординат – интенсивность I_φ . Дифракционная картина на одной щели имеет следующий вид: в центре – светлая полоса с максимумом освещенности, по бокам – вторичные относительно слабые максимумы, разделенные минимумами, в которых интенсивность равна нулю.

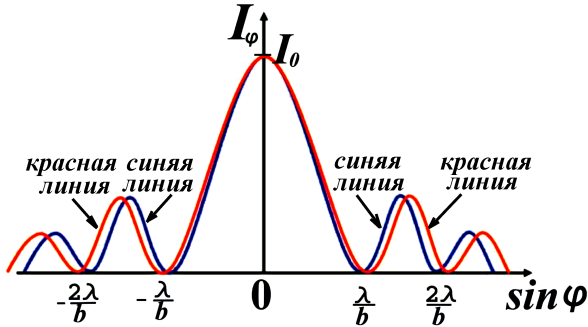


Рис. 3.53

Отношение максимумов интенсивности m -го и нулевого порядков равно

$$\frac{I_m}{I_0} = \left(\frac{2}{(2m+1) \cdot \pi} \right)^2 \quad (3.136)$$

и быстро падает с ростом m . В центральном максимуме сосредоточено $\approx 90\%$ светового потока, проходящего через щель.

При освещении белым светом центральный максимум будет белым, т. к. излучение всех длин волн при $\varphi = 0$ проходит одинаковое расстояние до линзы (линза разности фаз не вносит), а остальные главные максимумы – цветными. Значения угла φ , отвечающие краям центрального максимума, удовлетворяют условию $\varphi = \pm \arcsin(\lambda/b)$. Следовательно, угловая ширина центрального максимума равна $\delta\varphi = 2 \arcsin(\lambda/b) \approx 2(\lambda/b)$, т. к. $\lambda \ll b$.

Поскольку $\sin \varphi = \pm m\lambda/b$ и $\sin \varphi \leq 1$, то максимальный порядок дифракционной картины $m \leq b/\lambda$. При ширине щели, меньшей длины волны, минимумы вообще не возникают. В этом случае интенсивность света монотонно падает от середины картины к ее краям.

3.3.3.2. Дифракционные решетки

Рассмотрим простейшую одномерную амплитудную решетку (рис. 3.54).

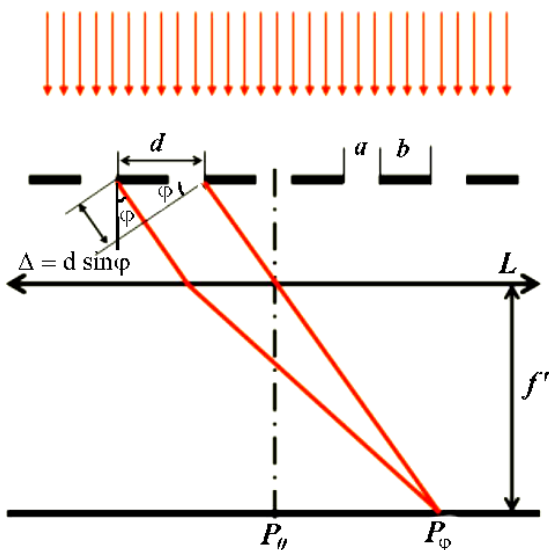


Рис. 3.54

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых дифракционных элементов (например, щель b + темный промежуток a). Расстояние d между аналогичными точками (например, правый край темного промежутка) двух соседних дифракционных элементов называется **постоянной, или периодом** решетки.

Дифракционная решетка является важнейшим спектральным прибором, предназначенным для разложения света в спектр и измерения длин волн. Она представляет собой стеклянную или металлическую пластинку, на которую нанесено очень много (иногда до сотен тысяч) равноотстоящих штрихов одинаковой конфигурации.

Пусть на решетку падает нормально плоская монохроматическая волна. В результате за щелями будут распространяться в различных направлениях вторичные волны. Рассмотрим волны, распространяющиеся от каждого из периодов решетки d параллельно друг другу под некоторым углом φ (углом дифракции) к направлению падения света на решетку.

Обычно параллельно решетке помещают собирательную линзу, в фокальной плоскости которой расположен экран. Каждая из ще-

лей даст на экране картину, описываемую графиком, изображенным на рис. 3.53. Картины от всех щелей придутся на одно и то же место экрана, причем независимо от положения щели, центральный максимум будет расположен напротив центра линзы.

Так как щели одинаковые, то интенсивности волн, испускаемые каждой из них, будут одинаковыми. Разность фаз волн, идущих из начала и из конца периода решетки d (от двух соседних щелей) изменяется на одну и ту же величину, определяемую разностью хода лучей $\Delta = d \sin \varphi$ (рис. 3.54). Т. е. мы имеем дело со случаем **многолучевой интерференции волн с одинаковыми интенсивностями и постоянным сдвигом фаз**

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi. \quad (3.137)$$

Как было получено ранее (см. выражение (3.80)), распределение амплитуды $A(\varphi)$ и интенсивности ($I(\varphi) \sim A^2(\varphi)$) в зависимости от угла φ будет иметь вид:

$$A_{\varphi} = A_1 \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}, \quad I_{\varphi} = I_1 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}, \quad (3.80')$$

где A_1 (I_1) – амплитуда (интенсивность) волны, идущей от одной щели.

Кроме того, необходимо учитывать, что интенсивность, создаваемая одной щелью, также зависит от угла φ . Эту зависимость мы получили, рассматривая дифракцию на одной щели (формула (3.133)):

$$A_{1\varphi} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}, \quad I_{1\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}, \quad (3.133')$$

где A_0 (I_0) – максимальное значение амплитуды (интенсивности) поля, создаваемого одной щелью при угле дифракции $\varphi = 0$.

Распределение интенсивности на экране, создаваемое дифракционной решеткой, содержащей N периодов, будет определяться как результат умножения распределения интенсивности, возникающей при дифракции на одной щели, и интенсивности, возникающей при многолучевой интерференции волн от N щелей, находящихся на расстоянии d друг от друга (т. е. волн, идущих от N периодов).

$$A_{\varphi} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) \sin\left(\frac{N \pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)}, \quad (3.138)$$

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) \sin^2\left(\frac{N \pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda}\right)}.$$

На основании формулы (3.138) определим положение максимумов и минимумов распределения интенсивности на экране. Для нахождения положения **главных минимумов** интенсивности учтем тот факт, что если ни одна щель не излучает свет, то и все N щелей излучать свет не будут, поэтому условие минимумов для дифракционной решетки совпадает с условием минимумов для дифракции на одной щели:

$$b \sin \varphi = m \lambda, \quad m = \pm 1, 2, 3, \dots \quad (3.139)$$

Главные максимумы интенсивности дифракционной картины, в соответствии с (3.81) и (3.137) определяются из условия:

$$\delta = \pm 2\pi k = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi, \quad \text{откуда}$$

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.140)$$

Между двумя **соседними главными максимумами**, в соответствии с (3.82), (3.137) будут расположены $(N - 1)$ **дополнитель-**

ных минимумов, удовлетворяющих условию: $\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = \frac{2\pi p}{N}$,
 $p = 1, 2, 3, \dots N - 1$ откуда

$$d \sin \varphi = \frac{p}{N} \lambda, \quad p = 1, 2, \dots N - 1. \quad (3.141)$$

Так, между главными максимумами в точке $\varphi = 0$ и в точке $\sin \varphi = \lambda/d$ дополнительные минимумы расположены в точках:
 $\sin \varphi = \frac{\lambda}{dN}, \frac{2\lambda}{dN}, \frac{3\lambda}{dN}, \dots \frac{(N-1)\lambda}{dN}$.

В соответствии с (3.83), (3.137), между двумя **соседними главными максимумами**, будут расположены $(N - 2)$ **дополнительных максимумов, удовлетворяющих условию:** $\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = \frac{(2p+1)\pi}{N}$,
 $p = 1, 2, 3, \dots N - 1$, откуда

$$d \sin \varphi = \frac{(2p+1)\lambda}{2}, \quad p = 1, 2, \dots N - 2. \quad (3.142)$$

Между главными максимумами в точке $\varphi = 0$ и в точке $\sin \varphi = \lambda/d$ дополнительные максимумы расположены в точках:
 $\sin \varphi = \frac{3\lambda}{2dN}, \frac{5\lambda}{2dN}, \frac{7\lambda}{2dN}, \dots \frac{[2(N-2)+1]\lambda}{2dN}$.

В общем случае положение дополнительных минимумов и дополнительных максимумов интенсивности на основании (3.84), (3.141), (3.142) определяется соотношениями:

$$d \sin \varphi = \pm \left(k\lambda + \frac{p\lambda}{N} \right), \quad p = 1, 2, 3, \dots N - 1 - \text{дополнительные}$$

минимумы;

$$d \sin \varphi \pm \left(k\lambda + \frac{(2p+1)\lambda}{2N} \right), \quad p = 1, 2, \dots N - 2 - \text{дополнительные} \quad (3.143)$$

максимумы;

$k = 0, 1, 2 \dots$ – порядок главного максимума.

В центре экрана, в точке P_0 при $\varphi = 0$, волны от различных щелей приходят в фазе. Если максимальная амплитуда поля при дифракции на одной щели в центре экрана равна A_0 , то для N щелей, в соответствии с формулой (3.85), она будет в N раз больше, а интенсивность света будет в N^2 раз больше, чем для одной щели:

$$I_{\max} = I_{\varphi=0} = N^2 I_0. \quad (3.144)$$

Рис. 3.55 поясняет факторы, формирующие дифракционную картину, создаваемую на экране решеткой, содержащей $N = 4$ щели, при условии, что $d = 3b$.

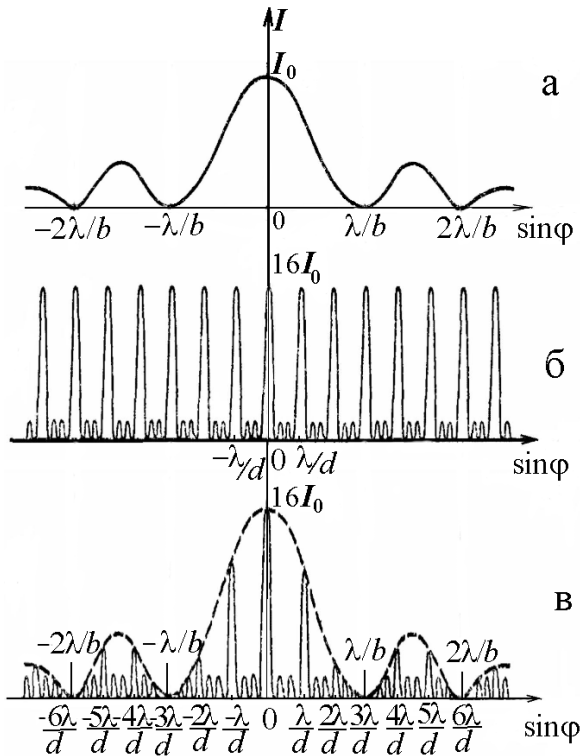


Рис. 3.55. Факторы, формирующие дифракционную картину, создаваемую на экране решеткой:
 дифракция на одной щели (а), многолучевая интерференция (б),
 дифракция на решетке при $N = 4$, $d = 3b$ (в)

Верхний график (рис. 3.55, *a*) показывает распределение интенсивности при дифракции на одной щели, средний (рис. 3.55, *б*) – интенсивность при многолучевой интерференции, нижний (рис. 3.55, *в*) – результирующую дифракционную картину, создаваемую решеткой при $N = 4$, $d = 3b$. Главные максимумы, которые совпадают с главными минимумами при $\sin \varphi = \pm 3\lambda/d$, $\pm 6\lambda/d$, отсутствуют.

Распределение интенсивности на экране, как видно из выражения (3.138), зависит от разности фаз $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda}$, которая, в свою очередь, зависит от длины волны λ . Это означает, что для различных λ положение на экране будет различным, т. е. **дифракционная решетка может служить для разложения белого света в спектр**. При этом главный максимум в точке $\varphi = 0$ будет белым, т. к. излучение всех длин волн при $\varphi = 0$ проходит одинаковое расстояние до линзы (линза разности фаз не вносит), остальные главные максимумы – окрашенными.

Формулы дифракционной решетки

Главные минимумы	Минимум интерференции волн от каждой щели в отдельности	Главные минимумы $b \sin \varphi = \pm m\lambda$, где $m = 1, 2, 3, \dots$
Главные максимумы	Максимум интерференции волн, выходящих из аналогичных точек соседних щелей	Главные максимумы $d \sin \varphi = \pm k\lambda$, где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$
Дополнительные минимумы	Минимум интерференции волн, выходящих из аналогичных точек соседних щелей	Дополнительные минимумы $d \sin \varphi = \pm(k\lambda + \frac{P\lambda}{N})$, где $p = 1, 2, 3, \dots N - 1$
Дополнительные максимумы	Максимум интерференции волн, выходящих из аналогичных точек соседних щелей	Дополнительные максимумы $d \sin \varphi = \pm(k\lambda + \frac{(2P+1)\lambda}{2N})$, где $p = 1, 2, 3, \dots N - 2$ Интенсивность центрального макс. $I_{\max} = N^2 I_0$

3.3.3.2.1. Дифракционная решетка как спектральный прибор

При пропускании через решетку белого света главные максимумы дифракционной картины, кроме центрального, раскладываются

в спектр, фиолетовый конец которого обращен к центру дифракционной картины, красный – наружу. Таким образом, дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор. Схематическая картина спектров разных порядков на экране при пропускании белого света через дифракционную решетку представлена на рис. 3.56.

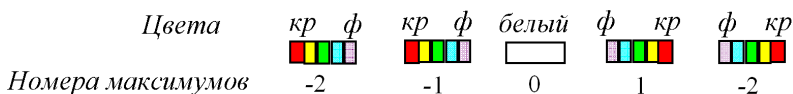


Рис. 3.56

Характеристиками любого спектрального прибора являются дисперсия и разрешающая сила.

Угловой дисперсией называется величина $D_\varphi = d\varphi / d\lambda$, где $\varphi(\lambda)$ – угловая координата спектральной линии (синей, красной, желтой и т. д.). Дифференцируя соотношение $d\sin\varphi = k\lambda$, получим $d\cos\varphi d\varphi = k d\lambda$, откуда

$$D_\varphi = \frac{k}{d \cos\varphi}. \quad (3.145)$$

Линейной дисперсией называется величина $D_l = dl / d\lambda$, где l – расстояние от центра дифракционной картины до спектральной линии на экране. Если спектр проецируется на экран с помощью собирающей линзы, то

$$D_l = f' D_\varphi, \quad (3.146)$$

где f' – заднее фокусное расстояние линзы.

Разрешающей силой спектрального прибора R называется безразмерная величина $R = \lambda / \delta\lambda$, где $\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно, $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$. В соответствии с **критерием Рэлея**, изображения двух близлежащих спектральных линий одинаковой интенсивности разрешимы, если максимум для одной линии совпадает с минимумом для другой. Две линии в спектре

k -го порядка дифракционной решетки с длинами волн $\lambda + \delta\lambda$ и λ разрешимы, если главный максимум для линии $\lambda + \delta\lambda$ совпадает с первым добавочным минимумом дифракционной картины для линии λ (рис. 3.57, а). При более близком расположении (рис. 3.57, б) линии с длинами волн $\lambda + \delta\lambda$ и λ неразличимы.

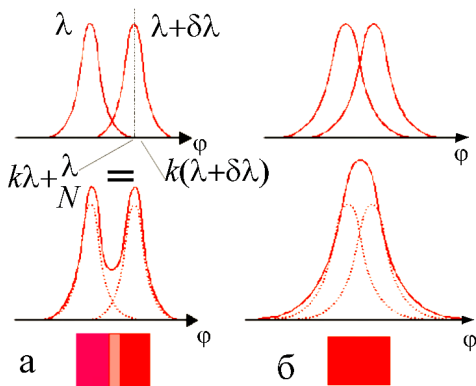


Рис. 3.57

На основании (3.140), (3.143) получим: $k\lambda + \lambda / N = k(\lambda + \delta\lambda)$, откуда

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN, \quad (3.147)$$

где N – число штрихов (периодов) решетки.

При выполнении критерия Рэля интенсивность «провала» между максимумами составляет 80 % интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения линий. Разрешающая способность современных дифракционных решеток достигает значений $\sim 10^5$.

3.3.3.2.2. Основные типы дифракционных решеток

Различают **пропускающие** и **отражающие**, а также **амплитудные** и **фазовые** решетки. Пропускающие решетки работают на пропускание света, отражающие – на отражение. Простейшим примером отражающей дифракционной решетки может служить компакт-

диск. Амплитудные решетки пространственно модулируют амплитуду а фазовые – фазу световой волны.

Простейшая амплитудная пропускающая решетка представляет собой систему щелей в непрозрачном экране (рис. 3.58, а). Отражающую амплитудную решетку изготавливают путем нанесения штрихов на плоское или вогнутое зеркало (рис. 3.58, в). Фазовая решетка представляет собой профилированную стеклянную пластину (пропускающая решетка – рис. 3.58, б) или профилированное зеркало (отражающая решетка – рис. 3.58, г). Такие решетки изготавливаются путем вырезания зубцов на поверхности стеклянной или металлической пластинки.

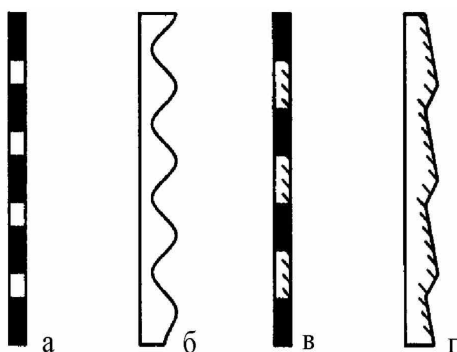


Рис. 3.58. Основные типы дифракционных решеток

В настоящее время широко распространяются копии решеток (реплики), которые получают путем изготовления отпечатков решеток на специальных пластмассах с последующим нанесением на них металлического отражающего слоя. В 70-х гг. XX века была разработана технология изготовления решеток, основанная на интерференции лазерного излучения. В результате интерференции двух когерентных лазерных пучков создается периодическое распределение интенсивности света в пространстве, которое записывается на специальном фоточувствительном материале. Такого рода решетки, называемые голографическими, имеют высокое качество и изготавливаются для видимой и ультрафиолетовой областей спектра с числом штрихов от 600 до 6000 на миллиметр.

3.3.3.2.3. Трехмерная решетка. Дифракция рентгеновских лучей в кристаллах

Кристаллы представляют собой естественные трехмерные периодические структуры с периодом $d \approx 1$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$). Поскольку длина волны видимого излучения $\lambda \sim 10^{-6} \text{ м}$ существенно превышает период кристаллической решетки, видимое излучение не испытывает дифракции в кристаллах, и дифракцию наблюдают в рентгеновском диапазоне длин волн ($0,01 \leq \lambda \leq 100 \text{ \AA}$), для которых выполняется условие $d \sim \lambda$.

Предположим, что элементарная ячейка кристалла имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длины ребер которого (периоды решетки) обозначим как d_x, d_y, d_z (рис. 3.59, а).

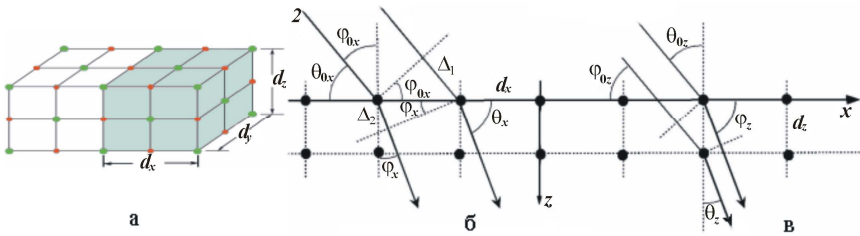


Рис. 3.59. Модель кристалла (а); дифракция на решетке с периодом d_x (б) и d_z (в)

Волна, падающая на кристалл, воздействует на атомы, которые становятся вторичными источниками когерентного излучения. Запишем условие главного дифракционного максимума при наклонном падении плоской монохроматической волны на одномерную решетку с периодом d_x . Как видно из рис. 3.59, б, оптическая разность хода для волн 2 и 1, идущих из начала и из конца периода d_x , равна: $\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = d_x(\sin \varphi_x - \sin \varphi_{0x})$, и соотношение (3.140) принимает вид:

$$d_x (\sin \varphi_x - \sin \varphi_{0x}) = k_x \lambda.$$

Аналогичные условия будут выполняться и для решеток с периодами d_y и d_z , (для решетки с периодом d_z это следует непосредственно из рис. 3.59, в). Для кристаллической решетки принято указывать углы с координатными осями: $\theta_x = \pi / 2 - \varphi_x$, а не с нормалью-

ми к решетке φ_x , поэтому синусы заменятся на косинусы, и условия дифракционных максимумов (**условия Лауэ**) запишутся в виде:

$$\begin{aligned}d_x(\cos \theta_x - \cos \theta_{0x}) &= \pm k_x \lambda; \\d_y(\cos \theta_y - \cos \theta_{0y}) &= \pm k_y \lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots; \\d_z(\cos \theta_z - \cos \theta_{0z}) &= \pm k_z \lambda.\end{aligned}\tag{3.148}$$

Кроме этого, необходимо учесть соотношения между косинусами углов:

$$\begin{aligned}\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z &= 1, \\ \cos^2 \theta_{0x} + \cos^2 \theta_{0y} + \cos^2 \theta_{0z} &= 1.\end{aligned}\tag{3.149}$$

Число уравнений в системе (3.148), (3.149) больше числа неизвестных, что налагает ограничения на возможные значения длин волн, для которых могут наблюдаться максимумы дифракции. Полученную дифракционную картину называют **лауэграммой**.

Дифракция рентгеновских лучей может наблюдаться и в отраженном свете. Атомы в кристаллической решетке создают набор параллельных плоскостей, расположенных на одинаковом расстоянии d друг от друга.

В результате отражения атомными плоскостями возникает интерференция волн 1 и 2 (рис. 3.60). Оптическая разность хода для этих волн $\Delta = 2d \sin \theta$, и условие наблюдения максимумов (**условие Вульфа-Брэггов**) принимает вид:

$$2d \sin \theta = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots.\tag{3.150}$$

Соотношение (3.150) может быть получено из условия максимумов интерференции в плоскопараллельной пленке (3.63) при замене угла падения α на угол скольжения $\theta = \pi / 2 - \alpha$.

В случае видимого света лучи сводятся при помощи линзы. Для рентгеновских лучей создать линзу невозможно, так как показатель преломления этих лучей во всех веществах практически равен единице. Поэтому интерференция вторичных волн достигается путем использования весьма узких пучков лучей, которые и без линзы дают на экране пятна очень малых размеров.

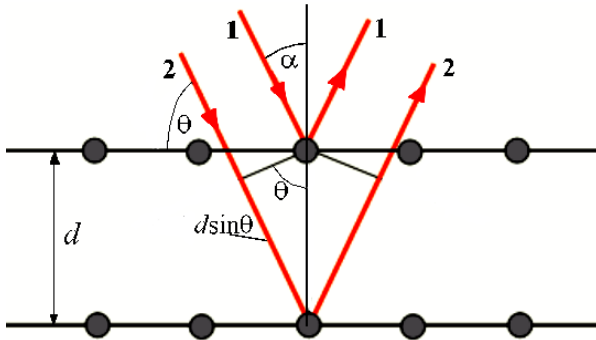


Рис. 3.60. Дифракция рентгеновских лучей при отражении

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллических структурах используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения (**рентгеновская спектроскопия**) и для изучения структуры кристаллов (**рентгеноструктурный анализ**). Определяя направления максимумов, получающихся при дифракции исследуемого рентгеновского излучения в кристаллах с известной структурой, можно вычислить длины волн. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны в кристалле неизвестного строения можно найти межплоскостные расстояния и расшифровать структуру кристалла.

3.3.3.3. Границы дифракционных приближений.

Критерий, позволяющий отличить дифракцию Френеля от дифракции Фраунгофера

Получим количественный критерий, позволяющий определить, какой тип дифракции имеет место в каждом конкретном случае. **Результат дифракции монохроматической волны на каком-либо препятствии зависит не от абсолютных его размеров, а от числа m открытых зон Френеля.** При этом m означает число зон Френеля, которые укладываются в данном отверстии для точки наблюдения P , отстоящей от отверстия на расстоянии b .

Оценим число зон Френеля, открываемых круглым отверстием радиуса r_m , на которое падает нормально плоская волна.

Радиус r_m и число открытых зон Френеля находится из формулы (3.113):

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}, \quad m = \frac{r_m^2}{b\lambda}, \quad (3.113')$$

где b – расстояние от отверстия до экрана.

Можно ввести безразмерный параметр $m = r_m^2 / b\lambda$, где под r_m понимать некоторый характерный размер: например, радиус или диаметр круглого отверстия, ширину щели и т. п., а под b – расстояние от преграды до экрана. Значение именно этого безразмерного параметра m и определяет характер дифракции:

$m = r_m^2 / b\lambda \gg 1$ – приближение геометрической оптики;

$m = r_m^2 / b\lambda \sim 1$ – дифракция Френеля, открыто несколько первых зон Френеля;

$m = r_m^2 / b\lambda \ll 1$ – дифракция Фраунгофера, открыта часть первой зоны Френеля.

Рис. 3.61 иллюстрирует характер дифракции плоской монохроматической волны на круглом отверстии диаметра r_m в зависимости от числа открытых зон Френеля m . При $m \gg 1$ (открыто порядка нескольких сотен или тысяч зон Френеля) дифракционные эффекты незначительны, и распределение интенсивности приближенно описывается законами геометрической оптики (плоскость 1 на рис. 3.61).

Промежуточное условие (когда открыты единицы или десятки зон) соответствует дифракции Френеля и приводит к сложному распределению интенсивности, когда в центре картины может наблюдаться как минимум, так и максимум (плоскости 2, 3 и 4). При $m \ll 1$ перекрывается малая часть первой зоны и возникает дифракция Фраунгофера, или дифракции в дальней зоне (плоскости 6 и 7).

Условной границей между двумя видами дифракции считают дистанцию Рэлея, соответствующую расстоянию, на котором круглое отверстие, освещенное плоской монохроматической волной, открывает для центральной точки наблюдения одну первую зону, то есть $b = r_m^2 / \lambda$. Дифракционные распределения в области Фраунгофера имеют идентичный характер, линейно увеличиваясь в по-

перечном направлении по мере удаления от экрана с отверстием. Угловой размер φ центрального дифракционного максимума в дальней зоне определяется отношением длины световой волны к диаметру отверстия.

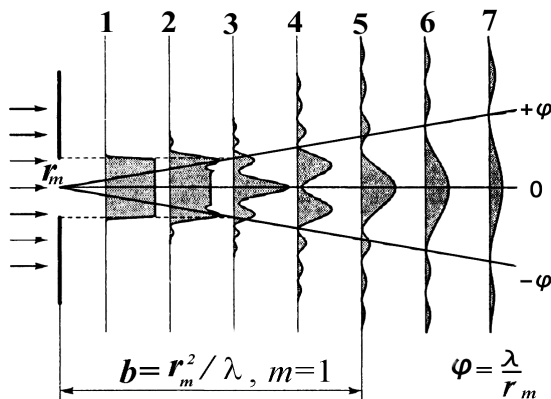


Рис. 3.61

Реальные дифракционные картины, соответствующие рис. 3.61, показаны на рис. 3.62. Первая дает картину, близкую к геометрической оптике, со второй по четвертую соответствуют дифракции Френеля, пятая – дистанции Рэлея, а две последние – дифракции Фраунгофера.

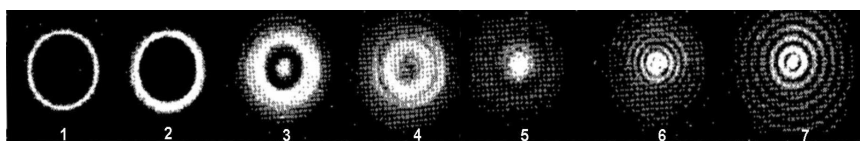


Рис. 3.62. Дифракционные картины на различных расстояниях от отверстия

Проведем численные оценки: при $\lambda = 0,5$ мкм для отверстия диаметром 1 мм $b = 2$ м, для $r_m = 10$ мм дистанция Рэлея составляет всего 0,2 мм. С другой стороны, для отверстия диаметром 5 см даже на расстоянии 5 м число открытых полуволновых зон составляет $m = 1000$, а дистанция Рэлея отодвигается на 5 км.

Таким образом, область, где справедливо приближение геометрической оптики для отверстия в десятки микрон, будет сжата до

миллиметров, а для сантиметровых отверстий может составлять десятки метров.

3.3.4. Взаимодействие света с веществом

3.3.4.1. Дисперсия света

Дисперсией света (с латинского «дисперсия» – отклонение, рассеяние, разбросанность) называют явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества n (и, следовательно, фазовой скорости) от длины волны λ (или от частоты ω) света:

$$n = n(\lambda), \quad n = n(\omega), \quad (3.151)$$

где $n = c/v$; v – фазовая скорость волны;

λ – длина волны в вакууме.

Все среды, за исключением абсолютного вакуума, обладают дисперсией. Наилучшим приближением к вакууму является межпланетное и межзвездное пространство, где концентрация вещества примерно равна 10^{-2} атомов на 1 см^3 .

Дисперсия света проявляется в разложении белого света на одноцветные (мономатические) составляющие при прохождении его через одну или несколько преломляющих поверхностей, например, через призму.

При падении белого света на призму мономатические компоненты в преломленном излучении будут распространяться в различных направлениях (рис. 3.63). На этом принципе основано действие призмных **спектрографов и монохроматоров.**

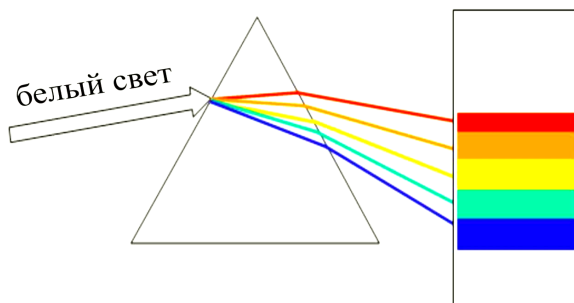


Рис. 3.63

Дисперсия света называется нормальной, если с увеличением длины волны λ показатель преломления среды n монотонно убывает (рис. 3.64, а). Если с увеличением длины волны n возрастает, то дисперсия называется аномальной (рис. 3.64, б).

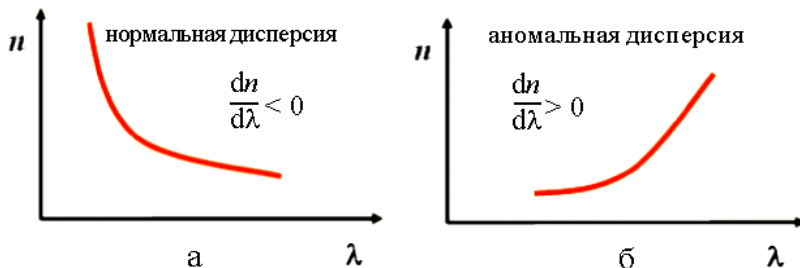


Рис. 3.64

Дисперсией вещества называется величина, определяющая скорость изменения n в зависимости от λ :

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. \quad (3.152)$$

В области нормальной дисперсии $D < 0$, в области аномальной дисперсии $D > 0$.

Среды, обладающие дисперсией, называются диспергирующими.

Первые опыты по наблюдению дисперсии были проведены Ньютоном в 1672 г. Схема опыта Ньютона представлена на рис. 3.65. Две призмы расположены так, что их преломляющие ребра перпендикулярны друг другу.

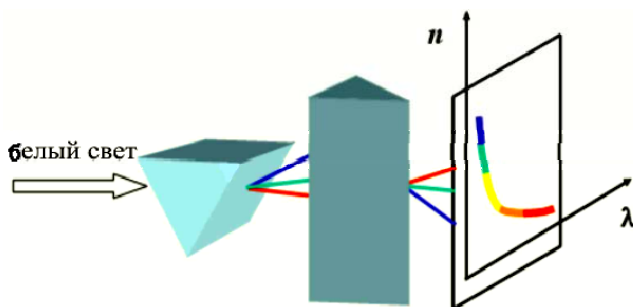


Рис. 3.65. Наблюдение дисперсии методом скрещенных призм

Такие «скрещенные призмы» раскладывают проходящий пучок белого света в спектр в двух взаимно перпендикулярных направлениях. В результате форма и расположение спектра определяются преломляющей способностью обеих призм.

3.3.4.1.2. Фазовая и групповая скорости света

Помимо разложения белого света в спектр дисперсия проявляется в сложном характере распространения в диспергирующей среде некогерентного излучения, так как различные монохроматические компоненты имеют различные скорости, т. е. как бы «идут не в ногу».

Рассмотрим две плоские монохроматические волны с одинаковыми амплитудами, близкими длинами волн и частотами, полагая начальные фазы этих волн равными нулю:

$$\vec{E}_1(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz) \quad \text{и} \quad \vec{E}_2(z, t) = \vec{E}_0 \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)z].$$

Для результирующей волны при условии, что $\Delta\omega \ll \omega$, $\Delta k \ll k$, получим:

$$\begin{aligned} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 &= 2\vec{E}_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z\right) \cos\left[\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t - \right. \\ &\left. - \left(k + \frac{\Delta k}{2}\right)z\right] \approx 2\vec{E}_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z\right) \cos(\omega t - kz), \end{aligned} \quad (3.153)$$

во втором множителе опущены малые члены $\Delta\omega/2$ и $\Delta k/2$.

Первый множитель в (3.153) изменяется во времени и в пространстве значительно медленнее, чем второй. Поэтому результирующую волну можно рассматривать как плоскую волну с частотой $\omega = 2\pi/T$ и длиной волны $\lambda = 2\pi/k$, распространяющуюся вдоль направления z , но амплитуда A этой волны не постоянна, а изменяется во времени и в пространстве от 0 до значения $2E_0$:

$$A = 2E_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z\right). \quad (3.154)$$

На рис. 3.66 показаны колебания при $z = \text{const}$ (а) и распространение в пространстве при $t = \text{const}$ (б) группы волн E , описываемой выражением (3.153).

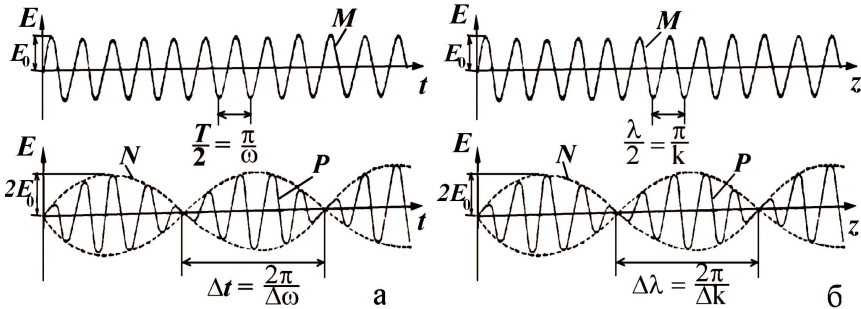


Рис. 3.66. Волновая группа, образованная двумя составляющими

Буквами на рисунке обозначены: M – волна E_1 ; N – волна A (3.154), P – группа волн E (3.153). Группу волн, ограниченную интервалом $\Delta t = 2\pi / \Delta\omega$ или $\Delta\lambda = 2\pi / \Delta k$ (рис. 3.66), называют **волновым пакетом**.

Выделив какую-нибудь точку волнового пакета, например, максимум амплитуды A , найдем скорость перемещения этой точки, которая и характеризует скорость распространения волнового пакета в целом.

Групповой скоростью $v_{\text{гр}}$ называется скорость распространения медленно изменяющейся амплитуды группы волн A , описываемой выражением (3.154).

$v_{\text{гр}}$ определяется из условия $\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z = \text{const}$ и равна

$$v_{\text{гр}} = \frac{dz}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}. \quad (3.155)$$

Скорость распространения поверхности постоянной фазы (фазовая скорость) группы волн, как следует из формулы (3.153), равна

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}. \quad (3.156)$$

Так как, по предположению, $\Delta\omega$ и Δk малы, то $\Delta\omega/\Delta k$ можно заменить производной, и выражение для групповой скорости примет вид:

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (3.157)$$

Найдем связь между групповой и фазовой скоростями. Заменяя ω на $v k$: $\omega = 2\pi\nu / T\nu = 2\pi\nu / \lambda = k\nu$, на основании выражения (3.157) получим

$$v_{\text{гр}} = v + k \frac{dv}{dk} = v + \frac{dv}{d \ln k}. \quad (3.158)$$

Из соотношения $k = 2\pi/\lambda$ вытекает, что $d \ln k = -d \ln \lambda = -d\lambda/\lambda$. Подставив это значение в (3.158), получим **формулу Рэлея**:

$$v_{\text{гр}} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (3.159)$$

В области нормальной дисперсии $dv/d\lambda > 0$, групповая скорость меньше фазовой: $v_{\text{гр}} < v$; в области аномальной дисперсии $dv/d\lambda < 0$ и $v_{\text{гр}} > v$. В отсутствие дисперсии $dv/d\lambda = 0$ и групповая скорость совпадает с фазовой.

Скорость переноса энергии монохроматической волной в среде без потерь и дисперсии совпадает с фазовой скоростью (см. формулу (3.21)).

В диспергирующей среде скорость переноса энергии группой волн (волновым пакетом) совпадает с групповой скоростью лишь при условии, что волновой пакет сохраняет свою форму (размывание за счет дисперсии невелико).

В области аномальной дисперсии, как следует из формулы (3.159), групповая скорость может превысить скорость света в вакууме c или стать отрицательной. В этой области групповая скорость физического смысла не имеет.

3.3.4.1.3. Электронная (элементарная) теория дисперсии

Взаимодействие света с веществом описывается на основе электромагнитной теории излучения, созданной Максвеллом, и классической электронной теории строения вещества, разработанной Лоренцем. Из теории Максвелла следует, что свет – это электромагнитная волна:

$$\vec{E}_1(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0) = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (3.160)$$

абсолютный показатель преломления вещества равен отношению фазовой скорости света в вакууме к фазовой скорости света в среде.

$$n = \frac{c}{v}, \quad n = \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad \mu \approx 1, \quad n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (3.161)$$

Уравнения Максвелла дополняют материальные уравнения (3.5), связывающие электрическую (магнитную) индукцию \vec{D} (\vec{B}) с напряженностью \vec{E} электрического (\vec{H} магнитного) поля волны. В однородной прозрачной среде уравнение для электрической индукции \vec{D} принимает вид:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \varepsilon \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \\ \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}, \\ \varepsilon &= n^2 = (1 + \chi) = 1 + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0 \vec{E}}. \end{aligned} \quad (3.162)$$

Здесь \vec{P} – поляризованность среды – суммарный электрический дипольный момент единицы объема среды, χ – диэлектрическая восприимчивость, характеризующая способность частиц среды к поляризации, то есть к образованию электрических диполей под действием электрического поля световой волны.

Теория Максвелла не дает объяснения явления дисперсии, т. е. зависимости $n(\lambda)$, поэтому для объяснения этого явления необходимо ввести представление о строении вещества.

Основные положения электронной теории Лоренца:

1. Свет действует на электроны, содержащиеся в частицах вещества (атомах, молекулах, ионах).

Свет действует только на электроны внешних (далеких от ядра) оболочек атомов (оптические электроны). Электроны внутренних оболочек эффективно взаимодействуют с рентгеновским излучением.

2. На электрон в атоме (со стороны ядра) действует квазиупругая сила:

$$\vec{F} = -k\vec{r}, \quad (3.163)$$

где k – коэффициент упругости;

\vec{r} – смещение электрона относительно положения равновесия.

Вследствие этого атомы вещества являются гармоническими осцилляторами³, имеющими собственные (резонансные) частоты колебаний ω_0 .

Примером гармонического осциллятора может служить пружинный маятник: груз массой m (электрон), прикрепленный пружиной с жесткостью k к неподвижному основанию (к ядру), испытывающий действие возвращающей (квазиупругой) силы \vec{F} , пропорциональной смещению из положения равновесия \vec{r} : $\vec{F} = -k\vec{r}$ (рис. 3.67, а).

Предположение о существовании собственных частот колебаний электрона (частот вещества) возникло на основе опытных данных, из которых следовало, что каждое вещество поглощает и излучает электромагнитные волны на определенных, характерных для данного вещества частотах.

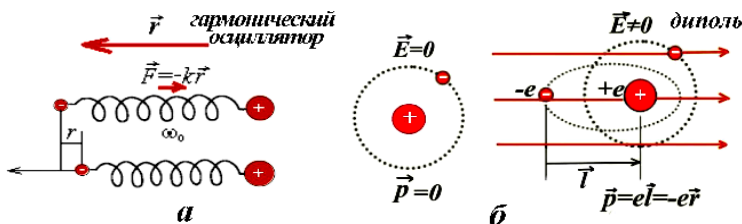


Рис. 3.67

³ Гармоническим осциллятором называется колебательная система, которая при выведении ее из положения равновесия совершает свободные колебания (гармонические в отсутствие трения) под действием внутренних сил.

3. Под действием электрического поля световой волны в среде возникают электрические диполи⁴: атом поляризуется, т. е. приобретает дипольный момент

$$\vec{p} = e\vec{l} = -e\vec{r}, \quad (3.164)$$

где \vec{l} – плечо диполя; вектор \vec{l} направлен от отрицательного заряда к положительному, т. е. противоположно вектору \vec{r} .

Возникновение дипольного момента атома иллюстрирует рис. 3.67, б. Атом в электрическом поле волны представляется как диполь, где роль отрицательного заряда играет внешний (оптический) электрон, а вся остальная часть атома рассматривается как положительный неподвижный заряд (ион).

4. На электрон в атоме (в диполе) со стороны электрического поля волны действует сила Лоренца:

$$\vec{F} = -e\vec{E}_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.165)$$

5. Под действием этой силы электрон начинает совершать вынужденные колебания с частотой внешнего воздействия ω (при этом изменяется плечо диполя и, соответственно, дипольный момент).

Так как масса положительного иона во много раз (более 2000) больше, чем масса электрона, можно рассматривать лишь колебания электрона.

6. Совершая вынужденные колебания, диполь излучает вторичные волны с частотой света ω , которые когерентны с первичной волной и, складываясь с ней, образуют результирующую волну, распространяющуюся в веществе.

Диаграмма направленности излучения диполя приведена на рис. 3.68. Первичные и вторичные волны распространяются в среде со скоростью света c , причем вторичная волна запаздывает по фазе по отношению к первичной, и это запаздывание зависит от того,

⁴ Диполь – совокупность двух зарядов, одинаковых по абсолютной величине и противоположных по знаку, находящихся друг от друга на расстоянии l , которое называется плечом диполя (l направлено от – к +).

насколько близко совпадает частота колебаний электромагнитной волны ω с собственной частотой колебаний электрона ω_0 . Именно это запаздывание является причиной уменьшения фазовой скорости результирующей волны в среде по сравнению со скоростью света в вакууме.

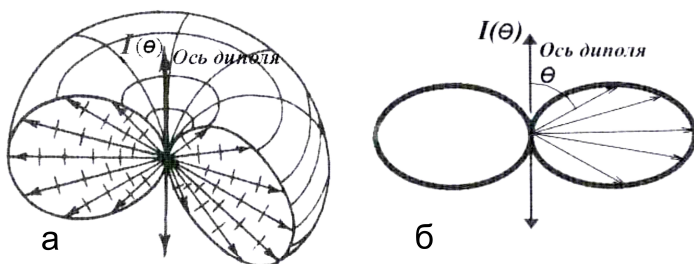


Рис. 3.68. Диаграмма направленности излучения диполя в пространстве (а) и на плоскости (б)

Запишем уравнение Ньютона для оптического электрона, находящегося под воздействием квазиупругой силы и силы Лоренца:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + k \vec{r} = -e \vec{E}_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (3.166)$$

где r – смещение электрона относительно ядра;

m и e – его масса и заряд;

k – коэффициент упругости.

Разделив (3.166), и введя обозначение $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, получим:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{E}_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.167)$$

Перейдем к комплексной записи уравнения (3.167):

$$m \frac{d^2 \hat{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \hat{r} = -\frac{e}{m} \hat{E}_0 e^{i\omega t}, \quad \hat{E}_0 = E_0 e^{i\alpha}, \quad (3.168)$$

где шляпка обозначает комплексную величину, знак вектора опущен.

Решение уравнения (3.168) будем искать в виде

$$\hat{r} = \hat{r}_0 e^{i\omega t}, \quad (3.169)$$

где \hat{r}_0 – комплексная амплитуда колебаний электрона.

Вычислим производные: $\frac{d\hat{r}}{dt} = i\omega\hat{r}_0 e^{i\omega t}$, $\frac{d^2\hat{r}}{dt^2} = -\omega^2\hat{r}_0 e^{i\omega t}$ и подставим их в (3.168): $-\omega^2\hat{r}_0 e^{i\omega t} + \omega_0^2\hat{r}_0 e^{i\omega t} = -\frac{e}{m}\hat{E}_0 e^{i\omega t}$. Сократим на $e^{i\omega t}$: $-\omega^2\hat{r}_0 + \omega_0^2\hat{r}_0 = -\frac{e}{m}\hat{E}_0$, откуда для комплексной амплитуды получим:

$$\hat{r}_0 = \frac{-(e/m)}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \hat{E}_0. \quad (3.170)$$

Взяв действительную часть от $\hat{r} = \hat{r}_0 e^{i\omega t}$, получим выражение для вектора $\vec{r}(t)$, описывающего смещение электрона относительно ядра в момент времени t :

$$\vec{r}(t) = \frac{-e}{m} \hat{E}_0 \cos(\omega t + \alpha) \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (3.171)$$

Для одного оптического электрона в атоме величина электрического дипольного момента, возникающего в результате вынужденных колебаний, составляет:

$$\vec{p}(t) = -e\vec{r}(t) = \frac{e^2}{m} \hat{E}_0 \cos(\omega t + \alpha) \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (3.172)$$

Но в атоме или молекуле может находиться **несколько оптических электронов с различными собственными (резонансными) частотами ω_0** . Дипольный момент такого атома или молекулы будет определяться выражением:

$$p(t) = \sum_i p_i(t) = \frac{e^2}{m} \bar{E}_0 \cos(\omega t + \alpha) \sum_i \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}, \quad (3.173)$$

а дипольный момент, возникающий в единице объема вещества, содержащей N атомов или молекул (**поляризованность среды**), будет равен

$$P(t) = N \sum_i p_i(t) = N \frac{e^2}{m} E_0 \cos(\omega t + \alpha) \sum_i \frac{1}{\omega_{i0}^2 - \omega^2}. \quad (3.174)$$

Тогда, в соответствии с (3.162),

$$n^2 = (1 + \kappa) = 1 + \frac{\bar{P}}{\epsilon_0 \bar{E}} = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_i \frac{1}{\omega_{i0}^2 - \omega^2} \quad (3.175)$$

На рис. 3.69 приведены зависимости показателя преломления диэлектрической среды от частоты (*а*) и от длины волны света (*б*). Из формулы (3.175) следует, что при значениях частоты электромагнитной волны ω , заметно отличающихся от собственных частот вещества ω_0 , сумма в (3.175) будет мала по сравнению с единицей, так что $n^2 \sim 1$. Вблизи каждой из собственных частот ω_0 функция $n^2(\omega)$ терпит разрыв: при $\omega \rightarrow \omega_0$ она обращается в $+\infty$, если $\omega < \omega_0$ и в $-\infty$, если $\omega > \omega_0$.

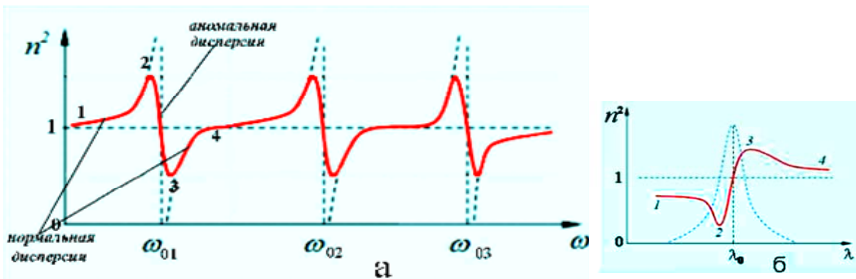


Рис. 3.69. Зависимости показателя преломления однородной прозрачной среды от частоты (*а*) и от длины волны света (*б*). Пунктирной линией в области аномальной дисперсии на рис. *б* показана зависимость коэффициента поглощения от длины волны света

Такое поведение объясняется тем, что мы пренебрегли затуханием колебаний электрона вследствие потери энергии, обусловленной излучением электромагнитных волн диполем. В уравнении Ньютона мы не учли силу «радиационного трения»

$$\vec{F} = -g \frac{d\vec{r}}{dt}, \text{ где } g = 2\beta/m; \beta - \text{коэффициент затухания.}$$

Пунктирные линии на рис. 3.69, *a* соответствуют функции, задаваемой формулой (3.175), не учитывающей затухание; сплошными линиями обозначены зависимости $n^2(\omega)$ с учетом затухания. Перейдя от ω к λ , получим кривую, изображенную на рис. 3.69, *b* (дан лишь участок кривой в области одной из резонансных длин волн). Участки 1–2 и 3–4 на обоих графиках соответствуют нормальной дисперсии ($\frac{\partial n}{\partial \omega} > 0, \frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$). На участке 2–3 дисперсия аномальна ($\frac{\partial n}{\partial \omega} < 0, \frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0$).

В области аномальной дисперсии имеет место сильное поглощение, и рассматриваемая теория не применима. Пунктирная кривая на рис. 3.69, *b* изображает ход коэффициента поглощения светом веществом вблизи собственной длины волны λ_0 .

Как видно из рис. 3.69, существуют области нормальной дисперсии, где показатель преломления меньше единицы, следовательно, фазовая скорость волны в среде превышает скорость света в вакууме c . Это обстоятельство не противоречит специальной теории относительности, которая утверждает, что скорость материальных тел и скорость распространения сигнала (волнового пакета) $v_{гр}$ не могут превышать c ; при этом каких-либо ограничений на фазовую скорость теория не налагает, поэтому возможны среды, в которых $n < 1$ и $v > c$. В этом случае вторичная волна будет опережать первичную волну по фазе.

Заключение

Электронная теория Лоренца справедлива для разреженных сред (например, атомарных газов, паров металлов), где можно не учитывать сложное взаимодействие между атомами и считать, что поле, действующее на отдельный атом, совпадает с полем волны. Применение к описанию движения электрона законов классической физики **совершенно не оправдано.** Правильную теорию дисперсии дает квантовая механика, которая объясняет строение атомных систем с помощью одних только электрических сил. Использование

упрощенной модели атома как гармонического осциллятора основано только на том, что квантовая теория дисперсии приводит практически к тем же результатам, что и классическая.

3.3.4.2. Поглощение света. Закон Бугера

При прохождении электромагнитной волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, излучаемых электронами; частично же она переходит в другие виды энергии.

Поглощением (абсорбцией) света называют явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе из-за преобразования энергии волны в другие виды энергии: во внутреннюю энергию вещества, в энергию вторичного излучения, имеющего иной спектральный состав (фотолуминесценция), в энергию, вызывающую ионизацию атомов, фотохимические реакции и др.

Таким образом, интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается – свет поглощается в веществе. Вынужденные колебания электронов, а следовательно и поглощение света, становятся особенно интенсивными вблизи резонансной частоты (см. пунктирную кривую поглощения на рис. 3.69, б).

Опыт показывает, что изменение интенсивности света на пути dL пропорционально величине этого пути и величине самой интенсивности:

$$dI = -kI dL. \quad (3.176)$$

В выражении (3.176) k – постоянная, зависящая от свойств поглощающего вещества и называемая коэффициентом поглощения. Знак минус поставлен потому, что с увеличением dL интенсивность уменьшается.

Пусть на входе в поглощающий слой интенсивность света равна I_0 . Найдем интенсивность I света, прошедшего слой вещества толщины L . Для этого проинтегрируем выражение (3.176), предварительно разделив переменные:

$$\int_0^l \frac{dI}{I} = -k \int_0^l dl. \quad (3.177)$$

В результате получим: $\ln I - \ln I_0 = -kl$, $\ln \frac{I}{I_0} = -kl$,

$$I = I_0 e^{-kl}. \quad (3.178)$$

Соотношение (3.178) носит название закона **Бугера-Ламберта-Бэра**. Согласно этому закону, интенсивность света убывает в поглощающем веществе экспоненциально. При $l = 1/k$ интенсивность прошедшего света $I = I_0/e$, т. е. в e раз меньше, чем интенсивность падающего света I_0/e . Таким образом, **коэффициент поглощения k есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света убывает в e раз; k измеряется в (см^{-1}) .**

Закон Бугера можно получить из соотношений (3.6). Полагая величину ε комплексной $\sqrt{\varepsilon} = \text{Re}\sqrt{\varepsilon} - i \text{Im}\sqrt{\varepsilon} = n - in''$, запишем выражение для вектора \vec{E} плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси z :

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(z, t) &= \vec{E}_0 \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nz - \frac{2\pi}{\lambda_0} (-in'')z + \varphi_0 \right) \right] = \\ &= \vec{E}_0 \exp \left(-\frac{2\pi}{\lambda_0} n''z \right) \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nz + \varphi_0 \right) \right], \end{aligned}$$

где λ_0 – длина волны в вакууме, величина $\vec{E}_0 \exp(-2\pi n''z / \lambda_0)$ описывает уменьшение амплитуды волны по мере распространения вглубь среды.

Для интенсивности света получим закон Бугера:

$$I = I_0 \exp \left(-\frac{4\pi}{\lambda_0} n''z \right) = I_0 \exp(-kz), \quad k = \frac{4\pi}{\lambda_0} n'' = \frac{4\pi}{\lambda_0} \text{Im}\sqrt{\varepsilon}. \quad (3.179)$$

Коэффициент поглощения k зависит от длины волны (или частоты) света и индивидуален для каждого вещества. Для одноатомных газов и паров металлов при невысоком давлении коэффициент поглощения для большинства длин волн близок к нулю, и лишь для очень узких спектральных областей (примерно 10^{-12} – 10^{-11} м) он обнаруживает резкие максимумы (**линейчатый спектр поглощения**, рис. 3.70, а). Эти максимумы соответствуют резонансным (собственным) частотам колебаний электронов внутри атомов $\omega_0^2 = k / m$.

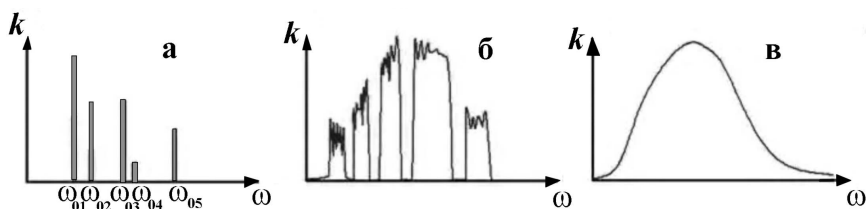


Рис. 3.70. Линейчатый (а), полосатый (б) и сплошной (в) спектры поглощения

В случае многоатомных газов обнаруживаются также частоты, соответствующие колебаниям атомов внутри молекулы и вращению молекулы. Спектр поглощения таких газов имеет вид полос шириной 10^{-10} – 10^{-7} м (**полосатые спектры**, рис. 3.70, б). Так как массы атомов в десятки тысяч раз больше массы электрона, молекулярные частоты бывают намного меньше атомных, они попадают в инфракрасную область спектра. По мере повышения давления многоатомных газов максимумы поглощения, все более расширяются, и при высоких давлениях спектр поглощения газов, имея вид широких полос, приближается к спектрам поглощения жидкостей. Сплошной спектр поглощения (рис. 3.70, в) характерен для тел, находящихся в твердом или жидком состоянии, а также сильно сжатых газов и высокотемпературной плазмы.

Поглощение света – процесс, обратный излучению: атом поглощает излучение тех же частот, которые будет излучать при возбуждении. Вид спектров определяется характером взаимодействия атомов друг с другом: чем сильнее взаимодействие, тем более широкий спектр.

Металлы практически непрозрачны для света (коэффициент поглощения для них $k \sim 10^3\text{--}10^5 \text{ см}^{-1}$; для сравнения укажем, что для стекла $k \sim 2 \text{ см}^{-1}$.) Это обусловлено наличием в металлах свободных электронов. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение, и в металле возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся, в соответствии с законом Джоуля-Ленца, выделением тепла. В результате энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Это явление используется для изготовления **светофильтров**.

Явление поглощения используется в **абсорбционном спектральном анализе**. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного анализа веществ.

3.3.4.3. Рассеяние света

Рассеянием света называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе из-за изменения направления распространения света.

С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает образование электрических диполей и возбуждает колебания электронов. Колеблющиеся электроны становятся источниками вторичных волн, распространяющихся по всем направлениям.

Это явление, казалось бы, должно при всех условиях приводить к рассеянию света. Однако вторичные волны являются когерентными, так что необходимо учесть их взаимную интерференцию. Покажем, что в **однородной среде вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны.**

Рассмотрим оптически однородную среду, т. е. среду, в которой оптические характеристики в любых точках одинаковы: $n = \text{const}$,

$k = \text{const}$. Покажем, что в такой среде рассеяние света будет отсутствовать, и свет будет распространяться в первоначальном направлении. В однородной среде в одинаковых малых объемах световая волна индуцирует одинаковые когерентные вторичные волны.

Пусть через эту среду распространяется плоская монохроматическая волна, как показано на рис. 3.71. Вблизи фронта волны AA' выделим объем V_1 с линейными размерами, малыми по сравнению с длиной волны λ падающего света, но содержащий достаточно много атомов или молекул, чтобы среду можно было рассматривать как сплошную. В направлении, характеризуемом углом θ , объем V_1 излучает вторичную волну.

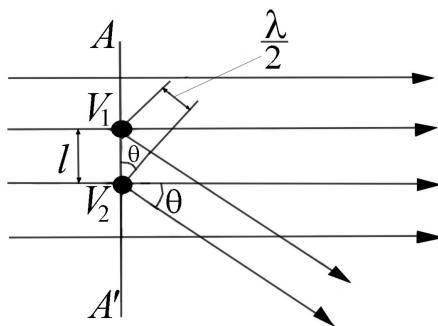


Рис. 3.71

Вблизи фронта волны AA' всегда можно выбрать другой объем V_2 , который в том же направлении θ излучает вторичную волну той же амплитуды, приходящую в точку наблюдения в противофазе с волной от V_1 , что обусловлено одинаковым количеством излучателей (диполей) в обоих объемах. Волны, идущие от объемов V_1 и V_2 , будут полностью гасить друг друга в результате интерференции.

Из рис. 3.71 видно, что расстояние между выделенными объемами должно быть равно $l = \lambda/2 \sin\theta$. Взаимное гашение будет иметь место для вторичных волн, излучаемых любой парой одинаковых объемов, расположенных вблизи волнового фронта на расстоянии l . Полное гашение вторичных волн происходит для любого угла θ , кроме $\theta = 0$, так как в этом направлении распространения падающей волны **все вторичные волны складываются синфазно** и образуют

проходящую волну. Этим объясняется тот факт, что в однородной среде свет распространяется только в первоначальном направлении, и рассеяние будет отсутствовать.

В направлении первичного луча вторичные волны, интерферируя с первичной проходящей волной, образуют результирующую волну с фазовой скоростью, отличной от c . Этим механизмом, как мы видели в предыдущем разделе, объясняются преломление и дисперсия света.

В оптически неоднородных средах плотность вторичных излучателей (диполей) распределена неравномерно. Поэтому нарушается интерференционное гашение волн, идущих в боковых направлениях, и появляется рассеянный свет.

Таким образом, рассеяние света возникает только в неоднородных средах, причем неоднородности в таких средах распределены хаотично. Среда с явно выраженной оптической неоднородностью носят название **мутных сред**. К их числу принадлежат:

- 1) думы, т. е. взвеси мельчайших твердых частиц в газах;
- 2) туманы – взвеси в газах мельчайших капелек жидкости;
- 3) взвеси или суспензии, образованные плавающими в жидкости твердыми частичками;
- 4) эмульсии, т. е. взвеси мельчайших капелек одной жидкости в другой, не растворяющей первую (примером эмульсии может служить молоко, представляющее собой взвесь капелек жира в воде);
- 5) мутные твердые тела вроде перламутра, опалов, молочных стекол и т. д.

В результате рассеяния света в боковых направлениях интенсивность в направлении распространения убывает быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому для мутного вещества в выражении (3.160), наряду с коэффициентом истинного поглощения k , должен стоять добавочный коэффициент k' , обусловленный рассеянием:

$$I = I_0 e^{-(k+k')l}. \quad (3.180)$$

Интенсивность рассеянного света зависит от размеров неоднородностей среды. **Если размеры неоднородностей a малы по сравнению с длиной световой волны ($a \sim 0,1\lambda$), интенсивность рассеянного света прямо пропорциональна четвертой степени частоты**

или обратно пропорциональна четвертой степени длины волны (эта зависимость носит название **закона Рэлея**):

$$I \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (3.181)$$

Причина такого явления состоит в том, что если рассеивающая частица мала, то электроны, совершающие вынужденные колебания в этой частице под действием поля световой волны, можно считать эквивалентными одному колеблющемуся диполю, дипольный момент p которого изменяется по гармоническому закону $p = p_0 \cos \omega t$. Как показывает теория, мощность излучения диполя P , т. е. энергия, излучаемая в единицу времени по всем направлениям, а следовательно, и интенсивность света, пропорциональна квадрату второй производной дипольного момента по времени, т. е. величине ω^4 , откуда следует выражение (3.181).

Если размеры неоднородностей сравнимы с длиной волны ($a \sim \lambda$), электроны, находящиеся в различных местах неоднородности, колеблются с заметным сдвигом по фазе. Это усложняет явление рассеяния и приводит к тому, что интенсивность рассеянного света становится пропорциональной квадрату частоты (обратно пропорциональной квадрату длины волны):

$$I \sim \omega^2 \sim \frac{1}{\lambda^2}. \quad (3.182)$$

Если же размеры неоднородностей значительно больше длины волны света, то спектральный состав рассеянного света практически совпадает со спектральным составом первичного пучка. Этим объясняется, например, белый цвет облаков.

Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы, которые нельзя назвать мутными средами, в некоторой степени рассеивают свет. Мандельштам и Смолуховский установили, что в этом случае причиной появления оптических неоднородностей являются **флуктуации плотности** (т. е. наблюдаемые в пределах малых объемов отклонения плотности от ее среднего значения). Эти флуктуации являются следствием неравномер-

ного хаотического теплового движения молекул вещества, поэтому обусловленное ими **рассеяние света называется молекулярным**.

Рэлеевским рассеянием на флуктуациях неоднородностей атмосферы объясняется, например, голубой цвет неба, когда Солнце находится в зените и красноватый цвет на восходе и закате. Когда Солнце в зените и рассеяние невелико (меньше толща атмосферы, проходимой лучами), в рассеянном атмосферой свете преобладает фиолетовая часть спектра, и небо воспринимается голубым. Когда Солнце находится низко над горизонтом, на восходе и на закате, распространяющееся от него излучение проходит большую толщу рассеивающей среды, в результате чего оно оказываются обедненным малыми (фиолетовыми) и обогащенным большими (красными) длинами волн. По этой причине небо на восходе и на закате окрашивается в красные тона.

3.3.5. Поляризация света

Поляризация света – это свойство света, обусловленное поперечностью электромагнитных волн. Поляризация характеризует структуру колебаний вектора напряженности электрического поля \vec{E} в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Конец вектора \vec{E} в этой плоскости (рис. 3.72) может описывать различные фигуры (линию, эллипс, круг). Если с течением времени эти фигуры не изменяются, **свет полностью поляризован** (линейно, эллиптически, циркулярно). Если состояния поляризации (фигуры) с течением времени изменяются случайным образом, **свет не поляризован**.

Напомним, что из уравнений Максвелла следует, что электромагнитная волна поперечна: $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{H} \perp \vec{k}$. Вектора \vec{E} и \vec{H} связаны между собой: они образуют правую ортогональную тройку векторов в последовательности \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} ; их колебания синфазны, амплитуды связаны соотношением $\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0$.

Сказанное выше позволяет ограничиться только рассмотрением напряженности электрического поля \vec{E} электромагнитной волны, т. е. сила Лоренца, действующая на заряженные частицы (т. е. на

вещество) со стороны электрического поля волны, во много раз ($\sim 10^4$) больше силы Лоренца, действующей со стороны магнитного поля.

3.3.5.1. Полностью поляризованный и естественный и свет

Полностью поляризованный свет. Частные случаи поляризации

Рассмотрим распространение плоской монохроматической волны вдоль оси z :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0).$$

В точке $z = z_0$ на пути света вектор \vec{E} будет совершать колебания в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света (в плоскости x, y), т. к. волна поперечная. Найдем проекции вектора \vec{E} на оси x и y :

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0} \cos(\omega t - kz_0 + \varphi_{0x}) = a \cos(\omega t + \varphi_x) = a \cos \omega t = a \cos \varphi; \\ E_y &= E_{y0} \cos(\omega t - kz_0 + \varphi_{0y}) = b \cos(\omega t + \varphi_y) = \\ &= b \cos(\omega t + \delta) = b \cos(\varphi + \delta), \end{aligned} \quad (3.183)$$

где $E_{x0} = a$, $E_{y0} = b$ – амплитуды проекций вектора напряженности электрического поля \vec{E} на оси x и y , соответственно;

$\delta = \varphi_{0y} - \varphi_{0x}$ – разность фаз колебаний этих проекций; для удобства дальнейших преобразований введено обозначение $\varphi = \omega t$.

Выясним, при каких соотношениях между амплитудами и разностью фаз (x, y) -компонент вектора \vec{E} поляризация света будет линейной, круговой или эллиптической. Амплитуды a и b будем полагать постоянными, а возможная зависимость (x, y) -компонент вектора \vec{E} от времени будет содержаться в разности фаз δ .

Если разность фаз (x, y) -компонент вектора \vec{E} изменяется во времени случайным образом ($\delta = \delta(t)$), свет будет неполяризованным (естественным).

Электромагнитная волна будет полностью поляризованной, если разность фаз (x, y) -компонент вектора \vec{E} будет постоянной: $\delta = \text{const}$.

Определим **частные случаи поляризации** (рис. 3.72). Проведем несколько преобразований:

$$\frac{E_x}{a} = \cos \varphi, \quad \frac{E_y}{b} = \cos(\varphi + \delta) = \cos \varphi \cos \delta - \sin \varphi \sin \delta,$$

$$\frac{E_y}{b} = \frac{E_x}{a} \cos \delta - \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{a}\right)^2} \sin \delta, \quad \left(\frac{E_y}{b} - \frac{E_x}{a} \cos \delta\right)^2 = \left(-\sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{a}\right)^2} \sin \delta\right)^2,$$

$$\left(\frac{E_y}{b}\right)^2 - 2 \frac{E_y}{b} \frac{E_x}{a} \cos \delta + \left(\frac{E_x}{a}\right)^2 \cos^2 \delta = \left[1 - \left(\frac{E_x}{a}\right)^2\right] \sin^2 \delta,$$

$$\left(\frac{E_y}{b}\right)^2 - 2 \frac{E_y}{b} \frac{E_x}{a} \cos \delta + \left(\frac{E_x}{a}\right)^2 = \sin^2 \delta. \quad (3.184)$$

Из выражения (3.184) следует следующее:

В общем случае конец вектора \vec{E} в плоскости (x, y) описывает эллипс.

При $\delta = 0$ – поляризация линейная.

Из формулы (3.184) получим: $\left(\frac{E_y}{b} - \frac{E_x}{a}\right)^2 = 0$, $\frac{E_y}{b} - \frac{E_x}{a} = 0$, $E_y = \frac{b}{a} E_x$.

В плоскости (x, y) изменяется амплитуда вектора \vec{E} , угол наклона вектора \vec{E} с осью x (азимут) ψ определяется как: $\operatorname{tg} \psi = b/a$. Если $\delta = \pi$, то $\operatorname{tg} \psi' = -b/a$, $\psi' = -\psi$.

При $\delta = \frac{\pi}{2}$, $a = b$ – поляризация круговая (или циркулярная).

Из (3.184) получим: $E_y^2 = E_x^2 = a^2$, – конец вектора \vec{E} в плоскости (x, y) вращается, его длина не изменяется.

При $0 < \delta < \frac{\pi}{2}$ – поляризация эллиптическая.

Конец вектора \vec{E} вращается и его амплитуда изменяется.

При $a \neq b$, $\delta = \frac{\pi}{2}$, $\left(\frac{E_y}{b}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{a}\right)^2 = 1$ – оси эллипса ориентированы вдоль осей x и y .

ваны вдоль осей x и y .

На рис. 3.72 показаны различные состояния поляризации плоской электромагнитной волны.

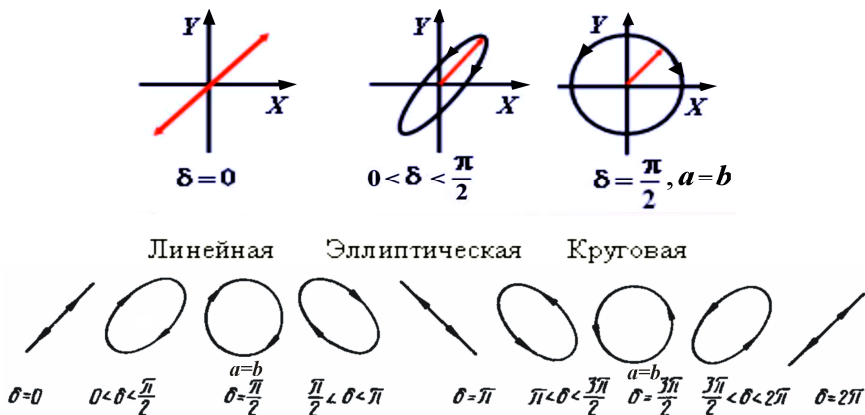


Рис. 3.72. Колебания вектора \vec{E} в полностью поляризованном свете, характеризующие состояния поляризации электромагнитной волны

Рис. 3.73 иллюстрирует распространение вдоль оси z волн с различными состояниями поляризации.

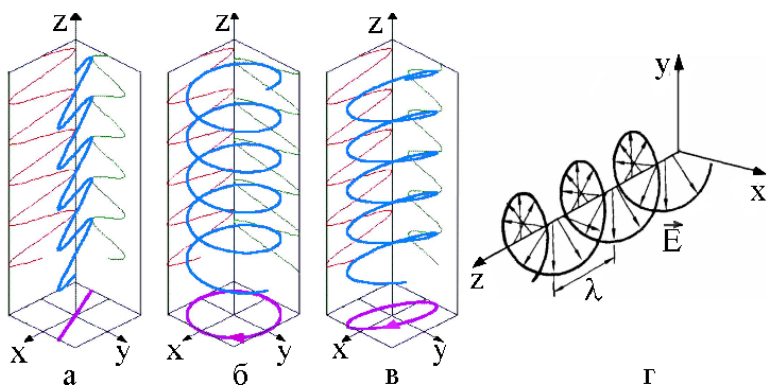


Рис. 3.73. Распространение вдоль оси z линейно поляризованной (а), циркулярно поляризованной (б, в) и эллиптически поляризованной (г) волны

Как видно из рис. 3.73, в случае линейной поляризации при распространении в пространстве вдоль оси z вектор \vec{E} лежит в фиксированной плоскости, называемой плоскостью поляризации (a); в случае эллиптической и круговой поляризации вектор \vec{E} вращается ($b-z$). На рисунках ($a-e$) показаны также (x, y) -компоненты волны; на рисунке (z) стрелками обозначен поворот вектора \vec{E} в процессе распространения волны вдоль оси z .

Поляризация считается правой, если вращение осуществляется по часовой стрелке при наблюдении навстречу волне, и левой, если против часовой стрелки. За период колебаний T волна проходит вдоль оси z расстояние, равное длине волны λ (z), при этом вектор \vec{E} в случае круговой или эллиптической поляризации поворачивается на угол 2π .

При $\delta = +\frac{\pi}{2}$ круговая поляризация – правая, при $\delta = -\frac{\pi}{2}$ – левая.

При этом векторы напряженности электрического поля волн с одинаковыми амплитудами и начальными фазами, поляризованных по правому \vec{E}^+ и по левому \vec{E}^- кругу, запишутся в виде:

$$\begin{aligned}\vec{E}^+ &= E_x^+ \vec{e}_x + E_y^+ \vec{e}_y = a \cos \varphi \vec{e}_x + a \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) \vec{e}_y; \\ \vec{E}^- &= E_x^- \vec{e}_x + E_y^- \vec{e}_y = a \cos \varphi \vec{e}_x + a \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) \vec{e}_y,\end{aligned}\tag{3.185}$$

а их сумма дает волну с линейной поляризацией, ориентированной вдоль оси x :

$$\vec{E}^+ + \vec{E}^- = 2a \cos \varphi \vec{e}_x.\tag{3.186}$$

В общем случае, при сложении двух право- и левациркулярно поляризованных волн с различными амплитудами и начальными фазами можно получить волну с любой заданной поляризацией (так же, как и при сложении двух линейно поляризованных волн с ортогональными векторами, рис. 3.73)⁵.

⁵ Циркулярно поляризованные волны с противоположными направлениями вращения векторов так же, как и линейно поляризованные волны с ортогональными векторами, являются ортогонально поляризованными.

Естественный (неполяризованный) свет

Несмотря на то, что электромагнитные волны от обычных (нелазерных) источников поперечны, колебания вектора \vec{E} , как правило, носят случайный характер, т. е. фигуры (линия, эллипс, круг), которые описывает конец вектора \vec{E} в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, с течением времени меняются случайным образом. Такой свет называется **неполяризованным, или естественным**.

Причина появления неполяризованного света связана с конечностью времени излучения атома, которое порядка 10^{-8} с, и с несогласованным характером излучения света отдельными атомами.

В течение времени излучения отдельный атом излучает полностью поляризованный свет, но в последующие моменты времени этот атом может излучить свет с другими состояниями поляризации. К тому же, излучающих атомов в источнике света много, и их излучение не согласовано. Таким образом, результирующая волна складывается из множества цугов волн, испускаемых отдельными атомами, и поляризация каждого цуга носит случайный характер.

В плоскости (x, y) колебания вектора \vec{E} носят случайный характер (рис. 3.74, а), т. к. для естественного света разность фаз (x, y) -компонент вектора \vec{E} изменяется во времени случайным образом: $\delta = \delta(t)$.

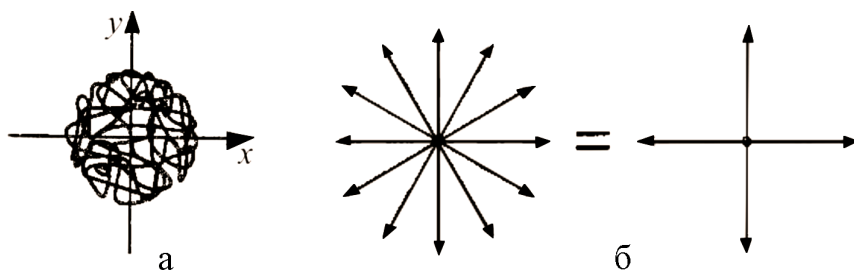


Рис. 3.74. Колебания вектора \vec{E} в плоскости, перпендикулярной направлению распространения (а), и схематическое представление (б) для естественного света

Естественный свет принято изображать в виде набора линейно поляризованных волн, в котором колебания вектора \vec{E} для различных

направлений представлены с равной вероятностью, или в виде суммы двух некогерентных линейно поляризованных волн с одинаковыми амплитудами, векторы \vec{E} которых ортогональны (рис. 3.74, б).

На практике возможна ситуация, когда в источнике существует некоторая корреляция между излучателями. Тогда, несмотря на хаотичность движения вектора \vec{E} , вероятности разных ориентаций \vec{E} неодинаковы, и существует выделенное направление колебаний (рис. 3.75). Это **частично поляризованный свет**.

Частично поляризованный свет, как и естественный, можно представить в виде наложения двух некогерентных ортогональных линейно поляризованных волн, но с разными интенсивностями. Его также можно рассматривать как смесь (сумму) естественной (*ест*) и полностью поляризованной (*поляр*) составляющих, как показано на рис. 3.75.

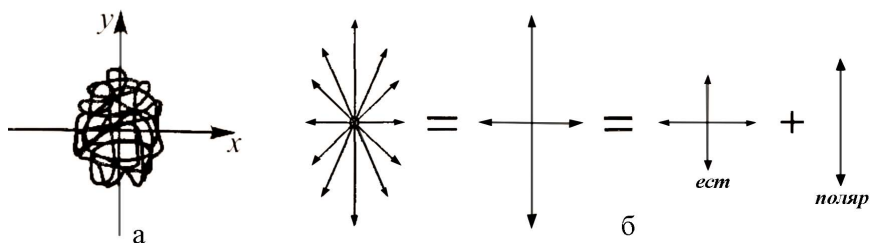


Рис. 3.75. Колебания вектора \vec{E} в плоскости, перпендикулярной направлению распространения (а), и схематическое представление (б) для частично поляризованного света

3.3.5.2. Анизотропные среды

В предыдущем разделе мы показали, что электромагнитную волну с произвольной (в общем случае, эллиптической) поляризацией всегда можно представить в виде суммы двух ортогонально поляризованных волн с линейными или циркулярными состояниями поляризации. Существуют среды, на границе с которыми происходит обратная процедура: волна распадается на две ортогонально поляризованные волны.

Анизотропными называются среды, оптические характеристики которых (показатель преломления n и коэффициент по-

глощения k) зависят от направления: направления колебаний электрического вектора и направления распространения света.

Общим свойством всех анизотропных сред является то, что волна с произвольным состоянием поляризации (в том числе неполяризованная) при падении на границу анизотропной среды распадается на две волны (называемые собственными волнами, которые распространяются в среде, не изменяя поляризации). Это могут быть линейно поляризованные волны с ортогональными направлениями колебаний векторов \vec{E} или циркулярно поляризованные волны с противоположными направлениями вращения этих векторов⁶, и для этих волн оптические характеристики среды будут различными: $n_1 \neq n_2$, и $k_1 \neq k_2$.

Такое поведение света можно объяснить, если представить оптические характеристики анизотропной среды (n и k) как некоторые матричные величины, для которых характерно наличие двух собственных значений (n_1, n_2 , и k_1, k_2) и двух собственных векторов (двух ортогонально поляризованных волн с линейными или с круговыми состояниями поляризации).

Если различаются показатели преломления собственных волн, $n_1 \neq n_2$, возникает различие фаз этих волн $\varphi_1 \neq \varphi_2$, обусловленное оптической разностью хода:

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 z, \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 z, \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 - n_2) z. \quad (3.187)$$

В этом случае говорят, что среда обладает **фазовой анизотропией**, линейной или круговой (циркулярной).

На выходе из анизотропной среды собственные волны снова складываются. Поляризация прошедшей волны изменится, если на среду падает полностью поляризованный свет. А если падает естественный или частично поляризованный свет, то, т. к. его ортогональные компоненты некогерентны (разность фаз между ними изменяется со временем), на выходе из среды поляризация не изменится.

В среде, обладающей **линейной фазовой анизотропией**, происходит **раздвоение луча**, поэтому такие среды традиционно называ-

⁶ Более сложные типы анизотропии среды в данном курсе не рассматриваются.

ют двулучепреломляющими (или среды с двойным лучепреломлением). В среде, обладающей циркулярной фазовой анизотропией, происходит поворот плоскости поляризации линейно поляризованного света, поэтому такие среды называют оптически активными или гиротропными.

Если различаются коэффициенты поглощения собственных волн: $k_1 \neq k_2$, возникает различие амплитуд этих волн: $\vec{E}_{01} \neq \vec{E}_{02}$ – амплитудная анизотропия или дихроизм (линейный или круговой).

В среде, обладающей фазовой и амплитудной анизотропией, будут различаться как фазы, так и амплитуды собственных волн.

Механизмы возникновения анизотропии

Анизотропия среды бывает естественной, т. е. обусловленной строением вещества, и искусственной (или наведенной), т. е. возникающей в изотропной среде при воздействии на нее электрических и магнитных полей, а также различного рода механических напряжений.

В природе анизотропные свойства наблюдаются у кристаллов, но отсутствуют у газов, жидкостей (кроме жидких кристаллов), пластмасс, стекол. Естественная анизотропия среды может быть обусловлена как несимметричностью (анизотропией) составляющих ее частиц, так и характером их расположения (т. е. строением кристаллической решетки).

Причиной возникновения двойного лучепреломления является то, что в анизотропных средах величина смещения электрона в атоме или молекуле под действием электрического поля \vec{E} световой волны зависит от направления вектора \vec{E} . Это смещение, а следовательно, и дипольный момент, возникающий в среде под действием поля световой волны, будут различными для различных направлений \vec{E} . Поэтому, поляризуемость среды, ее диэлектрическая проницаемость, а, значит, и показатель преломления, будут различными для разных направлений электрического вектора \vec{E} световой волны.

Причина возникновения дихроизма состоит в том, что в некоторых кристаллах световая волна с определенной ориентацией вектора \vec{E} поглощается сильнее, чем волны с другой ориентацией электрического поля. Механизм анизотропного поглощения поясним на примере кристалла турмалина.

Анизотропия структуры турмалина приводит к тому, что электроны имеют возможность двигаться преимущественно в одном направлении относительно кристалла. Если поляризация падающей световой волны совпадает с этим направлением, то световое поле вызывает сильную раскачку электронов и передает им свою энергию, а те, в свою очередь, передают энергию кристаллической решетке. В результате световая волна поглощается. Если же поляризация падающей волны перпендикулярна направлению возможного движения электронов в кристалле, то колебания электронов практически не возбуждаются, либо электроны колеблются с небольшой амплитудой, отдавая свою энергию вторичному излучению, а не решетке кристалла. В этом случае электромагнитная волна испытывает лишь незначительное поглощение.

Именно поэтому при облучении неполяризованным (естественным) светом на выходе из кристалла турмалина образуется линейно поляризованный свет. Турмалин пропускает свет лишь той поляризации, которая ортогональна направлению возможного движения электронов в кристалле, и таким образом, он является **линейным поляризатором**.

3.3.5.2.1. Оптические явления в среде с линейной анизотропией

В такой среде волна с произвольным состоянием поляризации распадается на две линейно поляризованные волны с ортогональными направлениями колебаний векторов \vec{E} , для которых $n_1 \neq n_2$, и (или) $k_1 \neq k_2$.

3.3.5.2.1.1. Линейная амплитудная анизотропия $k_1 \neq k_2$. Получение линейно поляризованного света. Закон Малюса. Степень поляризации света

Для получения и анализа поляризованного света применяются различные устройства: поляризаторы, анализаторы, компенсаторы, фазовые пластинки и т. п. Поляризаторы с технической стороны могут быть самых разных типов: кристаллические, пленочные, отражательные и т. д.

Линейный поляризатор – это устройство, которое служит для получения линейно поляризованного света. Действие поляризатора на свет состоит в том, что он пропускает колебания вектора \vec{E} с определенной ориентацией – параллельные плоскости

пропускания поляризатора PP' – и полностью «задерживает» колебания, перпендикулярные этой плоскости.

Существуют четыре явления, позволяющие получить линейно поляризованный свет: линейный дихроизм, двойное лучепреломление, отражение и рассеяние, причем дихроизм играет наиболее существенную роль.

В случае дихроизма действие поляризатора на свет состоит в том, что он разделяет падающий свет на две волны с ортогональными линейными состояниями поляризации, пропускает одну компоненту, параллельную PP' , и поглощает другую, ортогональную PP' (рис. 3.76). Например, кристалл турмалина толщиной около 1 мм практически полностью поглощает компоненту, ортогональную PP' . Такими же свойствами обладают и поляроидные пленки, у которых сильный дихроизм проявляется уже при толщине порядка 0,1 мм.

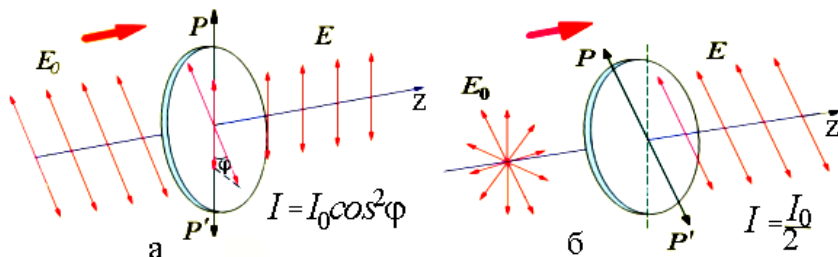


Рис. 3.76. Прохождение через поляризатор линейно поляризованного (а) и естественного света (б)

При падении на поляризатор линейно поляризованного света с амплитудой E_0 выражения для амплитуды и интенсивности прошедшей волны принимают вид (рис. 3.76):

$$E = E_0 \cos \varphi, \quad I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (3.188)$$

Закон Малюса (открыт в 1809 году): интенсивность линейно поляризованного света, прошедшего через поляризатор, пропорциональна интенсивности света, падающего на поляризатор, и квадрату косинуса угла между плоскостью пропускания поляризатора и плоскостью колебаний вектора напряженности электрического поля падающей волны.

Если падающий свет не поляризован, то в нем присутствуют компоненты с любыми ориентациями вектора \vec{E} (с любыми значениями угла φ). Усреднив (3.188) по углам от 0 до 2π , получим: $I = I_0(0 + 1)/2$. При любой ориентации поляризатора через него проходит половина интенсивности естественного света:

$$I = \frac{I_0}{2}. \quad (3.189)$$

Если поставить на пути этого луча еще один поляризатор, то интенсивность прошедшего света определится как

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi. \quad (3.190)$$

Максимальная интенсивность, равная $I = 0,5I_0$, получается, если плоскости пропускания обоих поляризаторов параллельны, минимальная интенсивность ($I = 0$) получается при ортогональных плоскостях пропускания поляризаторов ($\varphi = \pi/2$), т. е. при **скрещенных поляризаторах**. Второй поляризатор, помещенный на пути света, называют **анализатором**.

Поскольку типы поляризации световых волн отличаются большим разнообразием, целесообразно ввести **количественную характеристику – степень поляризации P света**. Для определения степени поляризации света ось пропускания поляризатора в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, поворачивают вокруг направления луча и анализируют изменения интенсивности прошедшего света. При этом определяют максимальное и минимальное значения интенсивностей, которые соответствуют двум взаимно ортогональным ориентациям поляризатора. Затем вычисляют величину P по формуле:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} 100 \%. \quad (3.191)$$

Определенный таким образом параметр P лежит в пределах $0 < P < 1$. Значение $P = 1$ соответствует линейно поляризованному

свету (при определенном положении поляризатора свет полностью гасится), а значение $P = 0$ – естественному или циркулярно поляризованному свету (интенсивность прошедшего света не зависит от положения поляризатора). Значение $0 < P < 1$ соответствует эллиптически поляризованному или частично поляризованному свету.

3.3.5.2.1.2. Линейная фазовая анизотропия, $n_1 \neq n_2$. Двойное лучепреломление

Явление двойного лучепреломления (открыто Бартолинусом в 1670 г.) состоит в том, что при падении света на среду с линейной фазовой анизотропией, происходит раздвоение луча, т. е. вместо одной волны в общем случае наблюдаются две ортогональные линейно поляризованные волны (обыкновенная и необыкновенная), фазы которых различны: $\varphi_1 = (2\pi/\lambda_0)n_o z$ и $\varphi_2 = (2\pi/\lambda_0)n_e z$, где n_o и n_e – показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн, λ_0 – длина волны в вакууме.

1. Структура световой волны в двулучепреломляющем кристалле

Рассмотрим особенности распространения плоской монохроматической волны в двулучепреломляющем кристалле. У кристаллов имеется такое направление OO' , для которого $n_o = n_e$ и которое называется **оптической осью кристалла** (рис. 3.77). При распространении света вдоль оптической оси двойное лучепреломление отсутствует. Кристаллы бывают одноосные и двухосные.

Состояния поляризации обыкновенной и необыкновенной волн в двулучепреломляющем кристалле иллюстрирует рис. 3.77.

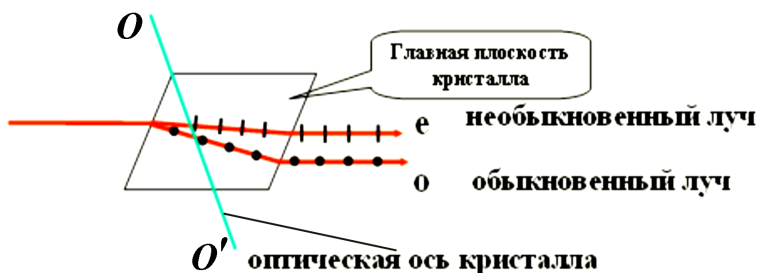


Рис. 3.77. Поляризация обыкновенной и необыкновенной волн в двулучепреломляющем кристалле

Главной плоскостью будем называть плоскость, проходящую через оптическую ось и световой луч. Колебания вектора \vec{E} в обыкновенной волне происходят перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенной волне колебания вектора \vec{E} лежат в главной плоскости.

2. Волновые поверхности обыкновенной и необыкновенной волн

Показатель преломления для обыкновенной волны n_o одинаков для всех направлений распространения. Показатель преломления для необыкновенной волны зависит от направления распространения: при распространении света вдоль оптической оси $n_e = n_o$, при распространении света в направлении, перпендикулярном оптической оси, различие будет максимальным, при этом $n_e = n_{\perp e}$. Для всех других направлений распространения света n_e лежит в промежутке между n_o и $n_{\perp e}$.

Различие между n_o и n_e для всех направлений, кроме направления оптической оси, обуславливает явление двойного лучепреломления света в кристаллах.

На рис. 3.78, *а* показано распространение обыкновенной и необыкновенной волн из точечного источника (главная плоскость совпадает с плоскостью рисунка).

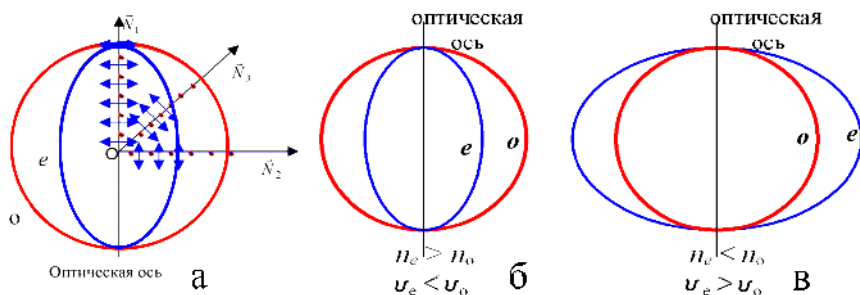


Рис. 3.78. Волновые поверхности обыкновенной и необыкновенной волн при распространении в положительном (*а*, *б*) и отрицательном (*в*) кристаллах

При распространении из точки O обыкновенных волн вектор \vec{E}_o образует одинаковые углы с оптической осью, равные $(\pi/2)$, для

всех направлений распространения, показатель преломления этих волн одинаков и равен n_o ; **волновая поверхность обыкновенной волны будет представлять собой сферу**. При распространении из точки O необыкновенных волн, в зависимости от направления распространения, вектор \vec{E}_e образует разные углы с оптической осью, показатель преломления этих волн n_e будет меняться в диапазоне от n_o до $n_{\perp e}$; **волновая поверхность необыкновенной волны будет представлять собой эллипсоид вращения относительно оптической оси**. На рис. 3.78, *a* рассмотрены 3 различных направления распространения волн: $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3$.

Кристаллы, у которых $n_e > n_o$, называются положительными (например, кварц); кристаллы, для которых $n_e < n_o$, называются отрицательными (например, исландский шпат). На рис. 3.78 приведены волновые поверхности для положительного (*a*, *б*) и отрицательного (*в*) кристаллов.

3. Двойное лучепреломление света на границе с анизотропной средой

Рассмотрим преломление света на границе двулучепреломляющего кристалла. **Зная вид волновых поверхностей, можно с помощью принципа Гюйгенса определять направления распространения обыкновенного o и необыкновенного e лучей в кристалле.**

Рис. 3.79 (*a–в*) иллюстрирует распространение обыкновенной и необыкновенной волн в положительном кристалле для различных ориентаций оптической оси при нормальном падении света на границу кристалла. На рисунке построены поверхности волнового фронта и показаны обыкновенный o и необыкновенный e лучи. На рис. 3.79, *a* направление падающего луча \vec{S} совпадает с направлением оптической оси кристалла (ось показана пунктирной линией), и лучи o и e распространяются вдоль нормали к границе, не разделяясь, с одинаковой скоростью, т. к. $n_o = n_e$.

Преломленный луч проходит через точку, в которой огибающая поверхностей вторичных волн касается эллипсоида (для необыкновенного луча) и сферы (для обыкновенного).

На рис. 3.79, *б* направление падающего луча \vec{S} перпендикулярно оптической оси кристалла, ось кристалла параллельна преломляющей поверхности. В этом случае при нормальном падении света

обыкновенный o и необыкновенный e лучи идут по одному и тому же направлению. Но, так как различие показателей преломления в этом случае максимально: $n_e = n_{\perp e}$, максимальной будет разность фаз, возникающая между обыкновенной и необыкновенной волнами.

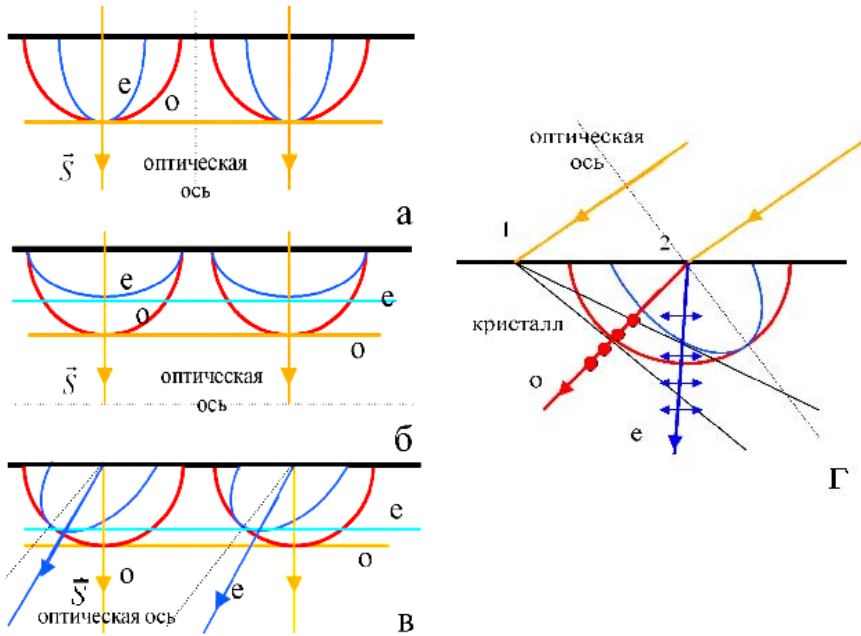


Рис. 3.79

На рис. 3.79, в направление падающего луча \vec{S} составляет некоторый угол с оптической осью кристалла. В этом случае даже при нормальном падении света на преломляющую поверхность необыкновенный луч может отклониться от нормали к этой поверхности, т. е. нарушается закон преломления света.

На рис. 3.79, г показано наклонное падение света на границу кристалла. Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт достигает точки 1. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат в промежутке между точками 1 и 2, на рисунке не показаны) для обыкновенного и необыкновенного лучей представляют собой плоскости. Преломленный луч o или луч e ,

выходящий из точки 2, проходит через **точку касания огибающей с соответствующей волновой поверхностью**.

При рассмотрении распространения света в изотропных средах мы установили, что направление, в котором распространяется энергия световой волны (т. е. луч), совпадает с нормалью к волновой поверхности. Как следует из рис. 3.79, эта закономерность сохраняется для обыкновенного луча. Однако необыкновенный луч заметно отклоняется от нормали к волновой поверхности (рис. 3.79, *в, з*). Таким образом, **в случае анизотропных сред под лучом следует понимать направление, в котором переносится энергия волны и которое не всегда совпадает с нормалью к волновой поверхности**.

4. Преобразование поляризации на основе двойного лучепреломления

а) Пластинки четверть- и полуволновые

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка (рис. 3.79, *б*), для которой оптическая разность хода для обыкновенной и необыкновенной волн Δ равна $\Delta = (n_o - n_e)d = \lambda / 4$, называется пластинкой в четверть длины волны (четвертьволновой); пластинкой в половину длины волны (полуволновой) называется пластинка, для которой $\Delta = (n_o - n_e)d = \lambda / 2$. **Четвертьволновая пластинка служит для получения циркулярно поляризованного света из линейно поляризованного (и наоборот), полуволновая пластинка служит для поворота азимута линейно поляризованной волны: $\psi' = -\psi$, где ψ и ψ' – азимуты падающей и прошедшей волн.**

Волна с круговой поляризацией (см. раздел 3.3.5.1) получается при сложении двух линейно поляризованных волн с одинаковыми амплитудами: $a = b$, и разностью фаз $\delta = \pi / 2$.

Рис. 3.80 иллюстрирует преобразование линейной поляризации световой волны в круговую. В кристалле падающая на границу световая волна \vec{E} распадается на обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e волны. Для того, чтобы амплитуды волн \vec{E}_o и \vec{E}_e были одинаковыми (выполнялось условие $a = b$), вектор \vec{E} в падающей волне должен быть ориентирован под углом $\psi = \pi / 4$ к главной плоскости кристалла. Разность фаз $\delta = \pi / 2$ для волн \vec{E}_o и \vec{E}_e до-

стигается выбором толщины пластинки: оптическая разность хода для этих волн $\Delta = (n_o - n_e)d$,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = \frac{\pi}{2}, \quad d = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}, \quad (3.192)$$

где λ – длина волны в вакууме.

При прохождении линейно поляризованного света через полуволновую пластинку между обыкновенной и необыкновенной волнами возникает разность фаз, равная π . Поляризация света останется линейной, но плоскость колебаний вектора \vec{E} повернется. Если $\psi = \pi/4$, как показано на рис. 3.80, то $\psi' = -\pi/4$, и вектор \vec{E} повернется на угол $\pi/2$.

При ином значении угла ψ амплитуды волн \vec{E}_o и \vec{E}_e будут неодинаковыми. Поэтому при сложении на выходе из пластинки эти волны образуют свет, поляризованный эллиптически, и одна из осей эллипса совпадает по направлению с оптической осью OO' . При ψ , равном 0 или $\pi/2$, в пластинке будет распространяться только одна волна (в первом случае – \vec{E}_e , во втором – \vec{E}_o).

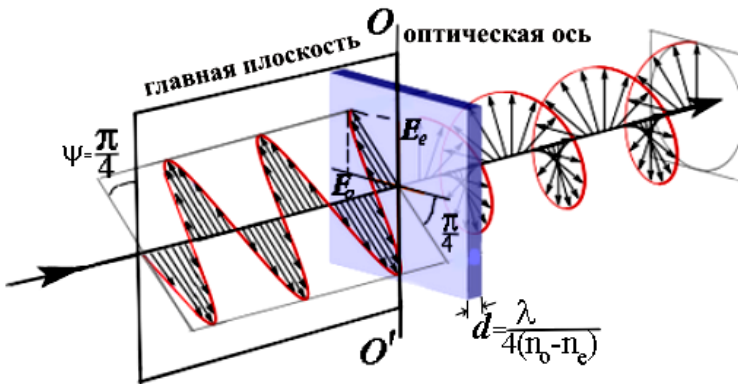


Рис. 3.80. Преобразование линейно поляризованной волны в циркулярно поляризованную

Если на пути эллиптически поляризованного света (степень поляризации $P < 1$) или света, поляризованного по кругу ($P = 0$), по-

ставить пластинку $\lambda/4$, расположив ее оптической осью вдоль одной из полуосей эллипса, то такая пластинка внесет дополнительную разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами, равную $\pi/2$. В результате разность фаз этих волн ($\delta = \pm\pi/2$ для эллиптически или циркулярно поляризованной волны) станет равна π или 0 , что даст линейно поляризованную волну ($P = 1$). При прохождении естественного ($P = 0$) или частично поляризованного света ($P < 1$) степень поляризации не изменяется.

Это свойство пластинки $\lambda/4$ позволяет отличить эллиптически поляризованный свет от частично поляризованного ($P < 1$), или свет, поляризованный по кругу, от естественного ($P = 0$). Исследуемый свет пропускается через пластинку $\lambda/4$ и помещенный за ней поляризатор. Если исследуемая волна является эллиптически (или циркулярно) поляризованной, то, вращая пластинку и поляризатор вокруг направления луча, удастся добиться полного затемнения поля зрения. В случае частично поляризованного (или естественного) света ни при каком положении пластинки и поляризатора невозможно получить полного погашения света.

б) Призма Николя (николь) используется для получения линейно поляризованного света (т. е. является линейным поляризатором). Николь (изобретен в 1828 г.) представляет собой призму из исландского шпата (рис. 3.81), разрезанную по диагонали и склеенную канадским бальзамом.

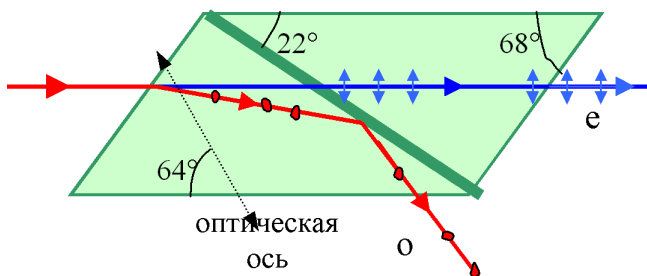


Рис. 3.81

Показатель преломления канадского бальзама $n = 1,55$ лежит между показателями преломления $n_o = 1,68$ и $n_e = 1,48$ обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле $n_e < n < n_o$, и угол паде-

ния оказывается таким, что обыкновенный луч претерпевает на прослойке бальзама полное внутреннее отражение и отклоняется в сторону, необыкновенный же луч свободно проходит через эту прослойку и выходит из призмы. **Направление пропускания поляризатора (николя) совпадает с направлением колебаний вектора \vec{E}_e .**

Канадский бальзам представляет собой смолообразное вещество, добываемое из канадской пихты. Показатель преломления канадского бальзама близок к показателю преломления стекла, поэтому его используют для склеивания стеклянных частей в оптических приборах.

3.3.5.2.1.3. Искусственная линейная фазовая анизотропия. Эффект Керра

Эффект Керра (1875 г.) состоит в том, что **оптически изотропное вещество, помещенное в электрическом поле, приобретает свойства одноосного двулучепреломляющего кристалла с оптической осью, параллельной вектору напряженности приложенного электрического поля.**

Некоторые вещества, состоящие из хаотически ориентированных анизотропных молекул, не обладающих собственным дипольным моментом, приобретают анизотропию под действием внешнего электрического поля.

Дипольный момент, который приобретает анизотропная молекула во внешнем электрическом поле, зависит от направления поля: в некотором направлении молекула поляризуется внешним полем сильнее, чем в других (электрон смещается на большее расстояние от ядра). Это направление называют **осью наибольшей поляризуемости.**

Хаотическая ориентация анизотропных молекул в пространстве (в жидкостях и газах) в отсутствие внешнего поля приводит к тому, среда оказывается изотропной. Однако если такое вещество поместить во внешнее электрическое поле, то молекулы будут выстраиваться таким образом, чтобы ось наибольшей поляризуемости ориентировалась преимущественно вдоль внешнего поля. В результате среда становится **анизотропной, подобной одноосному кристаллу, в котором направление оптической оси совпадает с направлением напряженности внешнего электрического поля.**

Для большинства веществ $n_e > n_o$, т. е. среда во внешнем поле приобретает свойства положительного кристалла, при этом вектор \vec{E}_e необыкновенной волны параллелен, а вектор \vec{E}_o обыкновенной волны перпендикулярен направлению внешнего поля.

Опыт показывает, что разность фаз обыкновенной и необыкновенной волн в среде равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l = 2\pi B E_b^2 l, \quad (3.193)$$

где l – расстояние, проходимое светом в среде;

E_b – напряженность внешнего поля.

Константа B называется постоянной Керра.

Особенно заметно эффект Керра проявляется в **нитробензоле**, который обладает большим значением B : на пути $l = 10$ см при напряженности поля $E_b = 1,5 \cdot 10^6$ В/м разность фаз близка к значению $\pi/2$.

На рис. 3.82 показана схема наблюдения эффекта Керра. Между двумя скрещенными поляризаторами P_1 и P_2 помещается «ячейка Керра», представляющая собой конденсатор, заполненный исследуемым веществом.

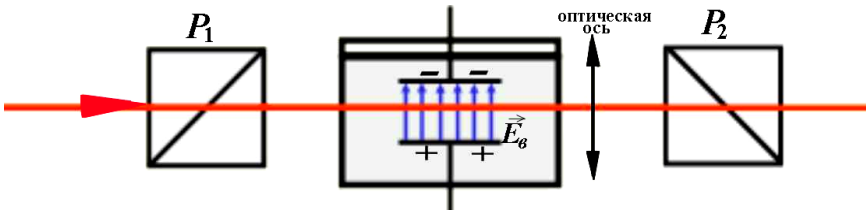


Рис. 3.82. Схема наблюдения эффекта Керра

При отсутствии напряжения на конденсаторе луч света, распространяющийся в веществе, не проходит через систему, что указывает на то, что среда в отсутствие внешнего поля изотропна. При возникновении разности потенциалов между пластинами конденсатора среда становится анизотропной, поэтому линейно поляризованная первым поляризатором P_1 волна, пройдя через двулучепреломляющую среду, становится эллиптически поляризованной и частично проходит через второй поляризатор P_2 .

Для эффекта Керра характерна исключительно малая инерционность: при включении поля анизотропия вещества проявляется уже через время $\sim 10^{-12}$ с. Подавая на обкладки конденсатора переменное напряжение, можно использовать устройство, изображенное на рис. 3.82, для модуляции лазерного излучения вплоть до частот порядка 10^9 Гц. На этом принципе основано действие высокочастотных оптических затворов.

3.3.5.2.2. Циркулярная фазовая анизотропия среды. Вращение плоскости поляризации

Вращение плоскости поляризации линейно поляризованного света (плоскости, в которой лежит вектор \vec{E}) происходит в оптически активной (гиротропной) среде, обладающей циркулярной фазовой анизотропией: $n^+ \neq n^-$.

Объяснение этому явлению впервые дал Френель. Падающую на среду линейно поляризованную волну можно представить в виде суммы двух волн с циркулярными (правой и левой) состояниями поляризации, амплитуды которых одинаковы (см. формулы (3.185), (3.186)).

По мере распространения волны с правой циркулярной поляризацией вдоль оси z происходит поворот вектора \vec{E}^+ вправо, если смотреть навстречу волне (см. рис. 3.73, z), и угол поворота φ^+ будет пропорционален изменению фазы волны на длине пройденного пути z , т. е. величине

$$\varphi^+ = \frac{2\pi}{\lambda_0} n^+ z, \quad (3.194)$$

где n^+ – показатель преломления среды для волны \vec{E}^+ .

В волне с левой циркулярной поляризацией вектор \vec{E}^- будет вращаться в противоположную сторону, и угол поворота φ^- будет, соответственно, пропорционален величине

$$\varphi^- = \frac{2\pi}{\lambda_0} n^- z. \quad (3.195)$$

В изотропной среде $n^+ = n^-$ и при прохождении волной любого расстояния вдоль оси z углы поворота векторов \vec{E}^+ и \vec{E}^- будут одинаковыми: $\varphi^+ = \varphi^-$, и плоскость поляризации вектора \vec{E} не повернется. На рис. 3.83, *а* приведена векторная диаграмма в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, иллюстрирующая отсутствие вращения вектора \vec{E} в изотропной среде.

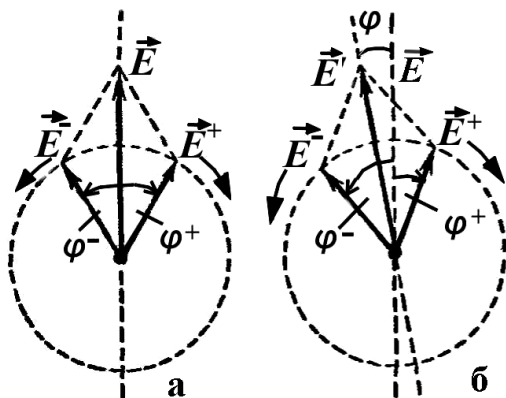


Рис. 3.83

В анизотропной среде $n^+ \neq n^-$ и, соответственно, при прохождении волной некоторого расстояния вдоль оси z углы поворота векторов \vec{E}^+ и \vec{E}^- будут различными: $\varphi^+ \neq \varphi^-$, и плоскость поляризации линейно поляризованного вектора \vec{E} повернется на угол

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi^+ - \varphi^-) = \frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} (n^+ - n^-) z \right]. \quad (3.196)$$

Рис. 3.83, *б* иллюстрирует поворот плоскости поляризации вектора \vec{E} при распространении волны на расстояние z .

Активную среду называют **правовращающей**, если для наблюдателя, смотрящего навстречу световой волне поворот вектора \vec{E} происходит по часовой стрелке, и **левовращающей** в противоположном случае.

Вращение плоскости поляризации в среде с естественной оптической активностью. Закон Био

Естественная оптическая активность открыта Араго в 1811 г. для кристаллов кварца, в 1815 г. обнаружена Био для чистых жидкостей. Естественной оптической активностью обладают кристаллические среды (например, кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.). Кристаллические вещества, например, кварц, сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла.

Угол поворота φ плоскости поляризации вектора пропорционален толщине слоя d активного вещества:

$$\varphi = \alpha_0(\lambda) \cdot d, \quad (3.197)$$

где α_0 – постоянная вращения вещества, зависящая от длины волны. Например, у кварца для желтых лучей ($\lambda = 0,5890$ мкм) $\alpha_0 = 21,7$ град/мм, а для фиолетовых лучей ($\lambda = 0,4047$ мкм), $\alpha_0 = 48,9$ град/мм.

Закон Био, открыт в 1831 г.:

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути луча в растворе d и концентрации активного вещества C :

$$\varphi = \alpha \cdot C \cdot d, \quad (3.198)$$

где α – удельная постоянная вращения.

Способ определения концентрации на основе формулы (3.198) широко применяется в производстве различных веществ, в частности в сахароварении (соответствующий прибор называется сахариметром).

В 1848 г. Пастер обнаружил существование оптически активных веществ в двух модификациях, правой и левой, способных вращать плоскость поляризации в противоположные стороны. Направление вращения плоскости поляризации зависит от природы вещества.

Опыт показывает, что **при изменении направления распространения света на противоположное поворот плоскости поляризации происходит в обратную сторону**, т. е. в результате угол поворота станет равным нулю. Это вызвано тем, что направление вращения вектора \vec{E} связано с направлением распространения света. Эти направления в правовращающем веществе образуют левовинтовую систему (левый винт), а в левовращающем веществе – правовинтовую систему (правый винт).

Как правило, оптически активные вещества существуют в природе в одной из двух модификаций: либо право-, либо левовращающие, но некоторые вещества, (например, кварц) могут быть как право-, так и левовращающими. Обе модификации кварца отличаются друг от друга внешней формой и внутренней кристаллической структурой. По свойствам симметрии они отличаются, как левая рука от правой (говорят, что они **асимметричны**). При зеркальном отражении они переходят друг в друга (правая становится левой и наоборот).

Органические молекулы живых организмов существуют в одной из двух модификаций: либо правые, либо левые. Например, молекула ДНК имеет структуру двойной правой спирали.

На рис. 3.84 приведены структурные элементы веществ, способных вращать плоскость поляризации. Это две асимметричные молекулы (а) и элементарные ячейки кристалла кварца (б), существующие в природе в виде правых и левых модификаций, а также молекула ДНК (в), существующая только в виде одной модификации (двойной правой спирали).

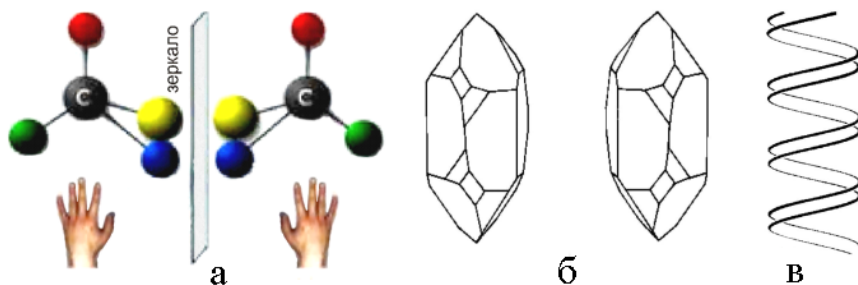


Рис. 3.84

Для оптически активных веществ различие показателей преломления, и следовательно эффект вращения плоскости поляризации обусловлен асимметричным строением молекул. Оптическая активность возникает тогда, когда в веществе преобладают молекулы только одной модификации. Теоретическое объяснение различия показателей преломления для волн с левой и правой круговой поляризацией основано на учете структуры и конечного размера молекул.

При этом действующее на электроны поле световой волны $\vec{E}(\vec{r}, t)$ для каждого момента времени t в разных точках протяженной молекулы различно, т. е. необходимо учитывать *пространственную неоднородность светового поля*, действующего на молекулу. Это означает, что поляризованность среды в каждой точке зависит не только от значения поля в данной точке, но и от значений поля в соседних точках в области молекулярных размеров.

Магнитное вращение плоскости поляризации. Эффект Фарадея

Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации света под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем (1846 г.) и называется эффектом Фарадея. Фарадей пытался найти связь между световыми и магнитными явлениями. Фарадей предполагал, что ему удалось найти непосредственное влияние магнитного поля на свет, он писал: «Мне удалось намагнитить и наэлектризовать луч и осветить магнитную силовую линию». В действительности же, явление, открытое Фарадеем, значит другое: магнитное поле влияет на вещество, помещенное в поле, и только это последнее изменяет характер распространения света.

Эффект Фарадея наблюдается только при распространении света вдоль направления магнитного поля. Поэтому для наблюдения эффекта Фарадея в полюсных наконечниках электромагнита просверливают отверстия, через которые пропускается луч света.

Угол поворота φ плоскости поляризации вектора \vec{E} пропорционален индукции магнитного поля \vec{B} и пройденному пути d :

$$\varphi = R \cdot B \cdot d, \quad (3.199)$$

где R – постоянная Верде (или удельное магнитное вращение), зависящая от типа вещества и длины волны распространяющегося света.

Направление поворота плоскости поляризации связано только с направлением магнитного поля и не зависит от направления распространения света. Если, отразив луч зеркалом, заставить его пройти через намагниченное вещество еще раз в обратном направлении, угол поворота удвоится. Поворот условно считают положительным, если для наблюдателя, смотрящего вдоль магнитного поля, он происходит вправо (по часовой стрелке). Большинство веществ характеризуются положительным вращением.

Причина различия показателей преломления для волн с левой и правой круговой поляризацией состоит в том, что при наложении на среду продольного магнитного поля происходит расщепление собственных частот колебаний электронов в атомах.

Основы классической теории оптических явлений в магнитном поле разработал Лоренц (Нобелевская премия 1902 г.). Электронная теория дисперсии предполагает, что оптические процессы в атоме обусловлены движением электронов. Излучение монохроматического света гармоническим осциллятором следует при этом рассматривать как результат движения электрона по гармоническому закону под действием квазиупругой силы, а изменение излучения под влиянием магнитного поля – как следствие изменения движения электрона добавочной силой, с которой магнитное поле воздействует на движущийся заряд. Эта добавочная сила (сила Лоренца) записывается в виде:

$$\vec{F} = e[\vec{v} \times \vec{B}] = evB \sin \alpha, \quad (3.200)$$

где e – величина заряда;

\vec{v} – его скорость;

\vec{B} – магнитная индукция;

α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} , сила \vec{F} направлена вдоль линии, перпендикулярной к плоскости (v, B) , в ту или иную сторону в зависимости от знака e и соотношения направлений \vec{v} и \vec{B} .

Разложим колебательное движение электрона на следующие компоненты, на которые всегда можно разложить гармоническое колебание любого направления. Одной из этих компонент пусть будет

гармоническое колебание вдоль направления поля, а двумя другими – круговые равномерные движения, правое и левое, в плоскости, перпендикулярной к направлению магнитного поля.

Действие магнитного поля на первую компоненту равно 0, т. к. $\sin\alpha = 0$. Действие же поля на круговые компоненты сведется к добавочной силе $\vec{F} = \pm e\vec{v}\vec{B}$, направленной вдоль радиуса (круговой траектории) к центру или в противоположную сторону, в зависимости от направлений векторов \vec{B} и \vec{v} (рис. 3.85).

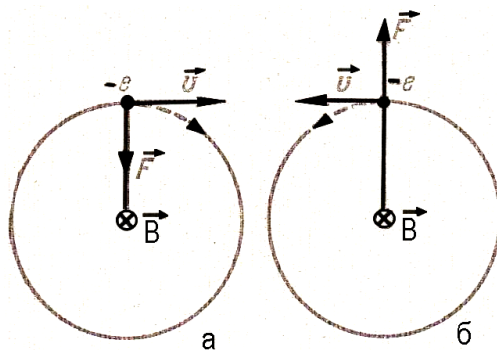


Рис. 3.85

Таким образом, колебательное движение вдоль поля остается неизменным и продолжает происходить с первоначальной частотой ω_0 , движение же по кругам под действием поля приобретает большую ($\omega_0 + \Omega$) или меньшую ($\omega_0 - \Omega$) частоту в зависимости от того, увеличивает ли магнитное поле центростремительную силу, действующую на заряд (рис. 3.85, а), или уменьшает ее (рис. 3.85, б). Величина $\Omega \ll \omega_0$ пропорциональна индукции магнитного поля.

В случае (а) сила Лоренца \vec{F} , описывающая действие магнитного поля на электрон, приводит к увеличению, а в случае (б) – к уменьшению собственной частоты колебаний электрона. **Вращающиеся в плоскости перпендикулярной магнитному полю излучатели, испускают свет с круговой поляризацией.**

В спектре атома, помещенного в продольное магнитное поле, вместо частоты ω_0 появляются две собственные частоты $\omega_{0+} = \omega_0 + \Omega$ (фиолетовая компонента) и $\omega_{0-} = \omega_0 - \Omega$ (красная компонента).

Такая спектральная зависимость служит доказательством того, что свет воздействует на отрицательно заряженные электроны. Если бы он воздействовал на положительно заряженные ядра атомов, то сила Лоренца была бы направлена в противоположную сторону и красной линии соответствовала бы частота ω_{0+} , а фиолетовой – ω_{0-} . Частота ω_{0+} соответствует право-, а ω_{0-} – левополяризованному по кругу излучению (σ^+ и σ^- компоненты).

Так как показатель преломления световой волны зависит от близости частоты волны ω к собственным частотам электрона $\omega_{0+} = \omega_0 + \Omega$ и $\omega_{0-} = \omega_0 - \Omega$, то, следовательно, под **действием магнитного поля для волн, поляризованных по правому и левому кругу, показатели преломления принимают разные значения: $n_+ \neq n_-$ для любой частоты света ω** (рис. 3.86).

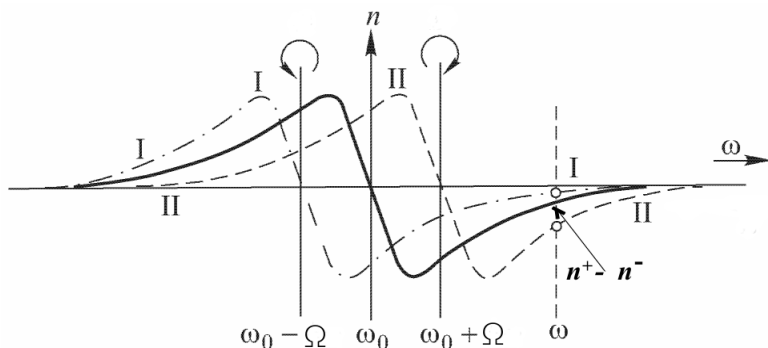


Рис. 3.86. Ход кривой дисперсии в отсутствие магнитного поля (сплошная кривая) и в магнитном поле (штриховые):

- I – для волны, поляризованной по левому кругу;
- II – для волны, поляризованной по правому кругу

Для наблюдения эффекта Фарадея исследуемое вещество помещается между полюсами электромагнита, расположенного между двумя скрещенными поляризаторами (рис. 3.87).

В сердечнике магнита просверлен канал, через который пропускается пучок линейно-поляризованного света, распространяющийся **вдоль направления магнитного поля**. При отсутствии магнитного поля (ток в обмотке электромагнита выключен) через второй поляризатор свет не проходит. При включении магнитного поля происходит поворот плоскости поляризации на угол, пропорциональный

пройденному светом пути и величине магнитного поля. В результате свет частично проходит через второй поляризатор. Поместив исследуемое вещество между двумя зеркалами, можно существенно увеличить проходимый светом путь (за счет многократных отражений) и, тем самым, увеличить угол поворота.

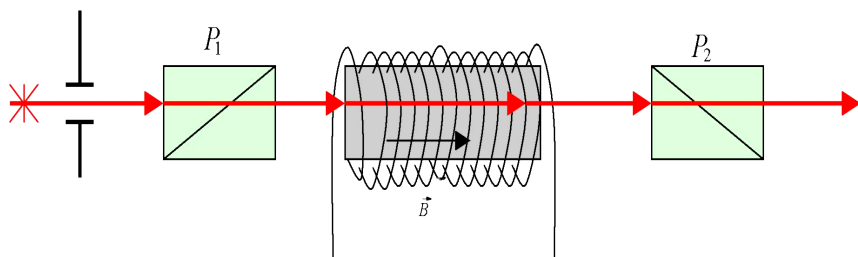


Рис. 3.87

3.3.5.3. Поляризация при отражении и преломлении на границе раздела двух однородных прозрачных сред (диэлектриков)

При падении света на границу однородных прозрачных сред часть волны отражается, а часть проходит во вторую среду. Законы отражения и преломления определяют направления распространения волн, а их интенсивности и состояния поляризации определяются из граничных условий и описываются формулами Френеля.

Если угол падения света на границу раздела двух сред не равен нулю, отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными. В отраженной волне преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 3.88, *a–в*) эти колебания обозначены точками), а в преломленной луче – колебания, параллельные плоскости падения (изображены двусторонними стрелками). Степень поляризации зависит от угла падения. При угле падения, удовлетворяющем условию:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бп}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (3.201)$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды относительно первой), отраженный луч полностью поляризован (он содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения).

Степень поляризации преломленного луча при угле падения, равном $\alpha_{\text{Бр}}$, достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично.

Соотношение (3.201) носит название **закона Брюстера: при падении света под углом Брюстера на границу раздела двух однородных изотропных сред отраженная волна полностью поляризована с колебаниями электрического вектора, перпендикулярными плоскости падения.**

Угол $\alpha_{\text{Бр}}$ называют углом Брюстера или углом полной поляризации. Покажем, что при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = \frac{\sin \alpha_{\text{Бр}}}{\cos \alpha_{\text{Бр}}} = n_{21}, \quad \frac{\sin \alpha_{\text{Бр}}}{\sin \gamma} = n_{21}, \quad \cos \alpha_{\text{Бр}} = \sin \gamma, \quad (3.202)$$

$$\cos \alpha_{\text{Бр}} = \sin(90^\circ - \alpha_{\text{Бр}}) = \sin \gamma, \quad 90^\circ - \alpha_{\text{Бр}} = \gamma, \quad \alpha_{\text{Бр}} + \gamma = 90.$$

Физическая суть явлений, приводящих к поляризации отраженного и преломленного лучей, заключается в следующем. Предположим, что отражение и преломление происходит на границе диэлектрика с вакуумом.

Падающая световая волна, проникнув в диэлектрик, поляризует его, создавая диполи, и заставляет входящие в состав атомов электроны совершать вынужденные колебания. Колеблющиеся диполи излучают вторичные электромагнитные волны. Вне диэлектрика вторичные волны, налагаясь друг на друга, дают отраженную волну. Внутри диэлектрика вторичные волны складываются с падающей (первичной) волной и дают преломленную волну. Вынужденные колебания диполей совершаются в направлении вектора \vec{E} этой результирующей волны.

Разложим колебания вектора \vec{E} в падающей волне на две составляющие рис. 3.88, a : лежащие в плоскости падения \vec{E}_{\parallel} (показаны черточками), и перпендикулярные ей \vec{E}_{\perp} (показаны точками). Диполи, излучающие вторичные волны, будут совершать колебания вдоль этих составляющих вектора \vec{E} , т. е. в плоскости падения

и перпендикулярно ей. Излучение колеблющегося диполя имеет направленный характер. Сильнее всего диполь излучает в направлениях, перпендикулярных к направлению колебаний; в направлении колебаний он не излучает (рис. 3.88, з).

На рис. 3.88, б показаны проекции диаграмм направленности излучения диполями среды вторичных волн с колебаниями вектора \vec{E} , перпендикулярными плоскости падения и лежащими в ней.

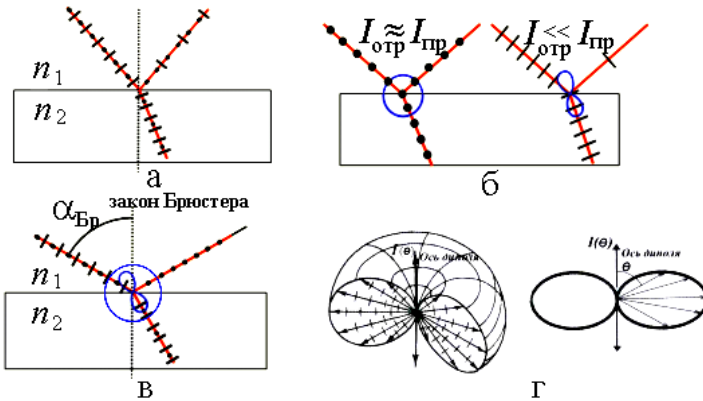


Рис. 3.88

Из рисунка видно, что вторичные волны, поляризованные перпендикулярно плоскости падения, излучаются одинаково по всем направлениям. Что касается вторичных волн, поляризованных в плоскости падения, то они почти не присутствуют в отраженной волне, а при угле Брюстера (рис. 3.88, в) отсутствуют вовсе.

4. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

4.1. Квантовая природа излучения. Тепловое излучение тела

4.1.1. Источники света

Испускание и поглощение света происходит в результате колебаний заряженных частиц (электронов и ионов), входящих в состав вещества. При этом колебания ионов соответствуют излучению более низкой частоты (инфракрасному) вследствие значительной массы колеблющихся зарядов. Напомним, что частота гармонического осциллятора $\omega_0 = k/m$, где k – коэффициент упругости, m – масса колеблющейся частицы. В металлах, где много свободных электронов, нельзя говорить о колебаниях около положения равновесия: свободные электроны, приведенные в движение, испытывают нерегулярное торможение, и их излучение приобретает характер импульсов, спектры которых содержат различные, в том числе и низкочастотные, компоненты.

Для того чтобы атом начал излучать, ему необходимо передать энергию. Излучая, атом теряет полученную энергию и **для непрерывного свечения вещества необходим приток энергии к его атомам извне.**

Наиболее распространенными видами свечения в оптическом диапазоне являются **люминесценция, лазерное излучение и тепловое излучение**, и соответственно, источники света бывают **люминесцентные, тепловые и лазерные.**

Люминесценция – свечение тел, избыточное над тепловым излучением, и имеющего длительность после устранения причин, вызвавших это свечение, значительно большую периода световых колебаний.

Люминесценция может быть вызвана различными способами.

Электролюминесценция. При **разряде в газах** электрическое поле сообщает электронам большую кинетическую энергию. Быстрые электроны испытывают соударения с атомами. Часть кинетической энергии электронов идет на возбуждение атомов. Возбужденные атомы отдают энергию в виде световых волн. Благодаря этому разряд в газе сопровождается свечением. Это и есть электролюминесценция.

Катодолуминесценция. Свечение **твердых тел**, вызванное бомбардировкой их электронами, называют катодолуминесценцией. Благодаря катодолуминесценции светятся экраны электронно-лучевых трубок осциллографов.

Хемилуминесценция. При некоторых химических реакциях, идущих с выделением энергии, часть этой энергии непосредственно расходуется на излучение света. Источник света остается холодным (он имеет температуру окружающей среды). Это явление называется хемилуминесценцией.

Фотолуминесценция. Падающий на вещество свет частично отражается, а частично поглощается. Энергия поглощаемого света в большинстве случаев вызывает лишь нагревание тел, но некоторые тела начинают светиться под действием поглощенного излучения. **Испускание телом излучения некоторой характерной для него длины волны λ , возникающее при облучении тела излучением с длиной волны $\lambda' < \lambda$, называется фотолуминесценцией.**

Примером фотолуминесценции служит свечение красок, которыми покрывают елочные игрушки и которые излучают свет после их облучения. Излучаемый при фотолуминесценции свет имеет, как правило, большую длину волны, чем свет, возбуждающий свечение. Это можно наблюдать экспериментально. Если направить на сосуд с органическим красителем свет, пропущенный через фиолетовый светофильтр, то эта жидкость начинает светиться зелено-желтым светом, т. е. светом большей длины волны, чем у фиолетового света.

Явление фотолуминесценции используется в лампах дневного света. При этом внутреннюю поверхность разрядной трубки покрывают веществами, способными ярко светиться под действием коротковолнового излучения газового разряда, испуская тем самым свет, спектральный состав которого близок к дневному. Лампы дневного света примерно в три-четыре раза экономичнее обычных ламп накаливания.

Лазерное излучение. При возбуждении лазерного излучения используется принцип вынужденного излучения (см. п. 5.5).

Тепловое излучение. Наиболее простой и распространенный вид излучения – тепловое излучение, при котором потери атомами энергии на излучение света компенсируются за счет энергии теплового движения этих атомов (**т. е. за счет внутренней энергии**

тела¹, получаемой при его нагревании). Чем выше температура тела, тем быстрее движутся атомы. При столкновении быстрых атомов друг с другом часть их кинетической энергии превращается в энергию возбуждения атомов, которые затем излучают свет.

Все нагретые тела (т. е. тела, температура которых выше абсолютного нуля) излучают электромагнитные волны. Солнечный свет, пламя свечи, свет лампы накаливания, электрическая дуга, инфракрасное излучение человеческого тела – все это примеры теплового излучения. Солнце и обычная лампа накаливания являются тепловыми источниками излучения. Лампа очень удобный, но малоэкономичный источник. Лишь примерно 12 % всей энергии, выделяемой в лампе электрическим током, преобразуется в энергию света. Тепловым источником света является пламя. Крупинки сажи раскаляются за счет энергии, выделяющейся при сгорании топлива, и испускают свет.

4.1.2. Равновесное тепловое излучение

Особенностью теплового излучения является то, что оно может находиться в состоянии равновесия с излучающим телом. Все другие типы излучения (люминесценция, лазерное излучение) – это **неравновесные типы излучения**. Характерной чертой теплового излучения является широкий **сплошной спектр**.

Почему мы называем тепловое излучение равновесным, т. е. почему электромагнитные волны, испускаемые за счет внутренней энергии тел, могут находиться в равновесии с излучающими телами?

Окружим адиабатически изолированное нагретое тело (твердое, жидкое или газообразное) оболочкой с идеально отражающей поверхностью (рис. 4.1). Отраженное оболочкой излучение, упав на тело, поглотится им (частично или полностью), и будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим оболочку излучением.

¹ Внутренняя энергия системы состоит из кинетической энергии и энергии взаимодействия (потенциальной энергии) всех частиц системы (молекул, атомов, ядер и др.).

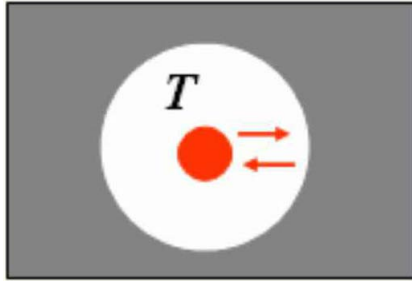


Рис. 4.1. Излучение находится в равновесии с излучающим телом

Способность теплового излучения находиться в равновесии с излучающими телами обусловлена тем, что его энергетические характеристики (например, интенсивность) зависят от температуры тела. Допустим, что в единицу времени тело излучает энергии больше, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия тела будет убывать, что приведет к понижению температуры. Это, в свою очередь, обусловит уменьшение количества излучаемой телом энергии. Температура тела будет понижаться до тех пор, пока **количество излучаемой телом энергии не станет равным количеству поглощаемой энергии.** Если равновесие нарушится в другую сторону, т. е. количество излучаемой энергии окажется меньше, чем поглощаемой, температура тела будет возрастать до тех пор, пока снова не установится равновесие.

Объемная плотность энергии и спектральный состав равновесного излучения не зависят от размеров полости и от природы находящегося в ней тела. **Свойства равновесного излучения зависят только от установившейся температуры тела в полости. Вследствие этого можно говорить о температуре излучения, понимая под этим температуру излучающего тела.**

Равновесное излучение является однородным, изотропным и неполяризованным. Это означает, что в любой точке полости объемная плотность энергии излучения и его спектральный состав одинаковы, а все направления распространения излучения и все направления колебаний светового вектора равновероятны.

4.1.3. Характеристики и теплового излучения тел

1. **Энергетическая светимость $R(T)$** количество энергии, излучаемой в единицу времени (мощность излучения) с единицы поверхности тела во всем интервале длин волн:

$$R(T) = \frac{dE}{dt dS} = \frac{dW}{dS}, \quad (4.1)$$

где dE – энергия, излучаемая за время dt с площадки dS во всем интервале длин волн;

dW – мощность излучения.

Величина $R(T)$ зависит от температуры, природы и состояния поверхности излучающего тела. В системе СИ величина $R(T)$ имеет размерность $[Вт/м^2]$.

Распределение энергии по длинам волн может быть неоднородным, поэтому наряду с интегральной энергетической светимостью $R(T)$ вводится спектральная плотность энергетической светимости (или испускательная способность).

2. **Спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность тела)** – количество энергии, излучаемое единицей поверхности тела в единицу времени в единичном интервале длин волн (вблизи рассматриваемой длины волны λ):

$$r(\lambda, T) = \frac{dE}{dt dS d\lambda}. \quad (4.2)$$

Испускательная способность зависит от температуры тела, длины волны, а также от природы и состояния поверхности излучающего тела. В системе СИ $r(\lambda, T)$ имеет размерность $[Вт/м^3]$.

Энергетическая светимость $R(T)$ связана со спектральной плотностью энергетической светимости $r(\lambda, T)$ следующим образом:

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\nu, T) d\nu. \quad (4.3)$$

3. Коэффициент монохроматического поглощения (поглощательная способность тела) – отношение величины поглощенного элементарной площадкой тела потока энергии в узком спектральном диапазоне $d\lambda$ (вблизи λ) к величине падающего на площадку тела потока энергии в том же спектральном диапазоне $d\lambda$:

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{d\Phi_{\text{погл}}(\lambda, T)}{d\Phi_{\text{пад}}(\lambda, T)}, \quad d\Phi = \frac{dE}{dt}. \quad (4.4)$$

Коэффициент монохроматического поглощения является безразмерной величиной, зависящей от температуры и длины волны. Он показывает, какая доля энергии падающей монохроматической волны поглощается поверхностью тела. Величина $\alpha(\lambda, T)$ может принимать значения от 0 до 1.

Если тело поглощает все падающее на него излучение, независимо от его направления падения и спектрального состава, ничего не отражает и не пропускает через себя, то такое тело называется **абсолютно черным телом (АЧТ)**. Для него коэффициент поглощения $\alpha(\lambda, T) = 1$.

Тела, для которых коэффициент поглощения в широком диапазоне длин волн остается постоянным, но меньше единицы: $\alpha(\lambda, T) = \alpha_T = \text{const} < 1$, называются **серыми телами**. У серых тел α_T зависит только от температуры, материала и состояния поверхности. Если $\alpha(\lambda, T) < 1$, но зависит от λ , то такие тела называются **цветными**. Непрозрачные тела, которые не излучают и не поглощают электромагнитных волн, т. е. полностью отражают падающее на них излучение, при этом отражение происходит по законам геометрической оптики (угол падения равен углу отражения), называются **зеркальными**; для них $\alpha(\lambda, T) = 0$.

Между испускательной и поглощательной способностью любого тела имеется определенная связь. В этом можно убедиться, рассмотрев следующий эксперимент. Пусть внутри замкнутой отражающей оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре T , помещено несколько тел с различной температурой (рис. 4.2). В полости внутри оболочки создан вакуум, так что тела могут обмениваться энергией между собой и с оболочкой лишь путем испускания и поглощения электромагнитных волн.

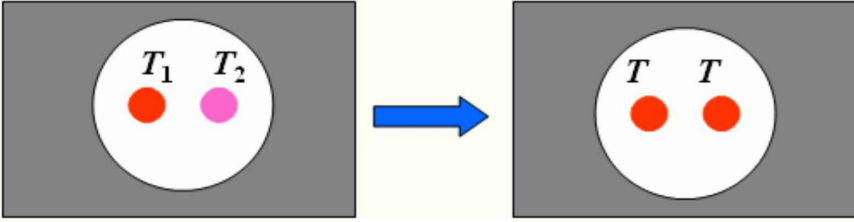


Рис. 4.2

Опыт показывает, что такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия – все тела примут одну и ту же температуру, равную температуре оболочки T . В таком состоянии тело, обладающее большей испускательной способностью $r(\lambda, T)$, теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей $r(\lambda, T)$.

Поскольку температура (а следовательно и внутренняя энергия) тел не меняется, то тело, испускающее больше энергии, должно и больше поглощать, т. е. обладать большей величиной $\alpha(\lambda, T)$. Таким образом, чем больше испускательная способность тела $r(\lambda, T)$, тем больше и его поглощательная способность $\alpha(\lambda, T)$. Отсюда вытекает соотношение:

$$\left(\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} \right)_1 = \left(\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} \right)_2 = \left(\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} \right)_3 = \dots = \frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} = f(\lambda, T), \quad (4.5)$$

где индексы 1, 2, 3 и т. д. относятся к разным телам. Соотношение (4.5) было сформулировано Кирхгофом.

Закон Кирхгофа: для тел, находящихся в термодинамическом равновесии, отношение спектральной плотности энергетической светимости к монохроматическому коэффициенту поглощения (испускательной и поглощательной способностей) не зависит от природы тела, оно описывается для всех тел одной и той же универсальной функцией частоты (или длины волны) и температуры.

Сами величины $r(\lambda, T)$ и $\alpha(\lambda, T)$, взятые отдельно, могут сильно меняться при переходе от одного тела к другому. Отношение же их оказывается одинаковым для всех тел.

Следствия из закона Кирхгофа

1. Тело, сильнее поглощающее какие-либо лучи, будет эти лучи сильнее испускать.

2. Если тело не поглощает при данной температуре излучение в некотором промежутке длин волн, то оно и не излучает в этом промежутке. Например, прозрачный кристалл при нагревании светится слабо, а черное тело при нагревании до той же температуры светится ярко. Зеркало при нагревании тоже плохо светится.

3. Так как для реальных тел $\alpha(\lambda, T) < 1$, то всегда при одной и той же температуре $r(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T)r^*(\lambda, T) < r^*(\lambda, T)$, т. е. энергетическая светимость АЧТ $r^*(\lambda, T)$ для данной длины волны λ и температуры T максимальна: $r^*(\lambda, T) = f(\lambda, T)$.

В дальнейшем звездочкой будем обозначать характеристики излучения АЧТ.

4.1.4. Абсолютно черное тело и законы его излучения

Как отмечено выше, АЧТ называется тело, которое при любой температуре полностью поглощает излучение любого спектрального состава, падающее на его поверхность. Для абсолютно черного тела по определению $\alpha(\lambda, T) = 1$, $r^*(\lambda, T) = f(\lambda, T)$. Таким образом, **универсальная функция Кирхгофа $f(\lambda, T)$ есть не что иное, как спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела:**

$$r^*(\lambda, T) = f(\lambda, T). \quad (4.6)$$

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют поглощательную способность $\alpha(\lambda, T)$, близкую к единице, лишь в ограниченном интервале частот; в далекой инфракрасной области их поглощательная способность заметно меньше единицы. Солнце является неплохим приближением АЧТ, т. к. оно имеет очень большую толщину, и излучение, падающее на его поверхность, полностью поглощается. Испускает же Солнце свет за счет внутренней энергии.

Однако можно создать устройство, сколь угодно близкое по своим свойствам к абсолютно черному телу. Такое устройство пред-

ставляет собой почти замкнутую непрозрачную полость, снабженную малым отверстием (рис. 4.3). Излучение, проникшее внутрь через отверстие, прежде чем выйти обратно из отверстия, претерпевает многократные отражения. При каждом отражении часть энергии поглощается, в результате чего практически все излучение любой частоты поглощается такой полостью.

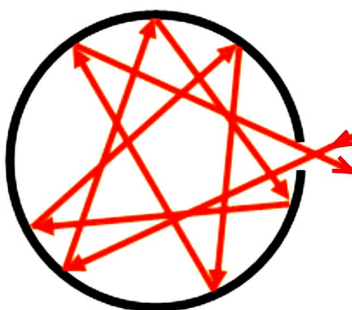


Рис. 4.3. Модель абсолютно черного тела

Согласно закону Кирхгофа спектральная плотность энергетической светимости полости очень близка к $f(\lambda, T)$, причем T означает температуру стенок полости. Таким образом, если стенки полости поддерживать при некоторой температуре T , то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре. Раскладывая это излучение в спектр с помощью призмы или дифракционной решетки и измеряя интенсивность различных участков спектра, можно найти экспериментально вид функции $f(\lambda, T)$. Результаты таких опытов приведены на рис. 4.4.

Разные кривые относятся к различным значениям температуры T абсолютно черного тела. Площадь, охватываемая кривой, дает энергетическую светимость абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

Теоретическое и экспериментальное исследование функции $r^*(\lambda, T)$ позволило выявить ряд новых свойств света, а также решить актуальные практические задачи, в частности, проблему создания осветительных приборов. Так, в 1872 году Лодыгин сконст-

руировал лампу накаливания в стеклянном баллоне, в 1876 году Яблочков изобрел дуговую лампу, а в 1894 году Лодыгин получил патент на лампу накаливания с вольфрамовой нитью.

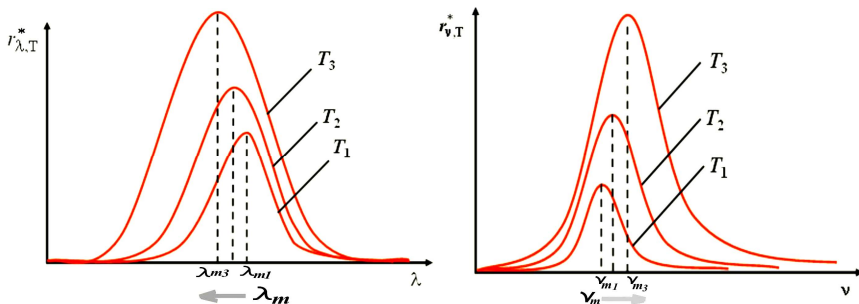


Рис. 4.4. Спектральная плотность энергетической светимости АЧТ для различных температур: $T_1 < T_2 < T_3$.

Явный вид функции Кирхгофа для спектральной плотности энергетической светимости АЧТ пытались найти многие ученые XIX века, но только Планку в 1900 г. удалось получить явный вид функции $r^*(\lambda, T)$, соответствующий всем опытным данным.

Законы излучения АЧТ

Формула Планка:

$$r^*(\nu, T) = \left(\frac{2\pi\nu^2}{c^2} \right) \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = f(\nu, T). \quad (4.7)$$

При выводе явного вида функции $r^*(\lambda, T)$ Планку пришлось сделать предположение, совершенно нехарактерное классическим представлениям, а именно, он допустил, что **электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций – квантов, энергия ε которых пропорциональна частоте: $\epsilon = h\nu$** , где h – постоянная Планка: $h = 6,6261 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Часто пользуются формулой Планка, записанной для длин волн. Применяя соотношение (4.3):

$$r(\lambda, T)d\lambda = r(\nu, T)d\nu, \quad r(\lambda, T) = r(\nu, T) \frac{d\nu}{d\lambda}, \quad \lambda = cT = \frac{c}{\nu},$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2},$$

получим, опуская знак (-):

$$r^*(\lambda, T) = \left(\frac{2\pi c^3}{\lambda^3 c^2} \right) \frac{h}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \left(\frac{c}{\lambda^2} \right) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{hc/\lambda kT} - 1}. \quad (4.8)$$

С помощью формулы Планка можно вывести все законы излучения АЧТ, полученные ранее экспериментально.

Закон Стефана-Больцмана гласит, что: энергетическая светимость АЧТ пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры:

$$R^*(T) = \sigma T^4, \quad (4.9)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, определяемая экспериментально: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴).

В 1879 году Стефан установил этот закон на основе анализа экспериментальных данных, а в 1884 году Больцман вывел зависимость (4.9) теоретически, исходя из термодинамических соображений.

Чтобы получить выражение (4.9) в явном виде, воспользуемся соотношением (4.3) с учетом явного вида функции $r^*(\lambda, T)$. Вводя следующие обозначения:

$$x = \frac{h\nu}{kT}, \quad \nu = \frac{kTx}{h}, \quad d\nu = \frac{kT}{h} dx, \quad \text{и воспользовавшись таблицей интегралов, получим:}$$

$$R^*(T) = \int_0^\infty \left(\frac{2\pi\nu^2}{c^2} \right) \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \frac{\pi^4}{15}, \quad (4.10)$$

$$R^*(T) = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4, \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}.$$

Закон смещения Вина: длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости АЧТ, обратно пропорциональна температуре тела (рис. 4.4):

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (4.11)$$

Экспериментальное значение константы b равно: $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$ м·К.

На основании этого закона объясняется изменение цвета пламени костра при увеличении интенсивности горения (температуры): красное, желтое, синее.

Формулы Релея-Джинса и Вина.

Для малых частот (больших длин волн), когда показатель экспоненты в формуле Планка (4.7) значительно меньше единицы, экспоненту можно разложить в ряд и ограничиться двумя членами разложения: $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$.

$$r^*(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT, \quad r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4}kT. \quad (4.12)$$

Эта формула, получившая название формулы Рэлея-Джинса, хорошо описывает излучение абсолютно черного тела в области малых частот (больших длин волн) (рис. 4.5, а).

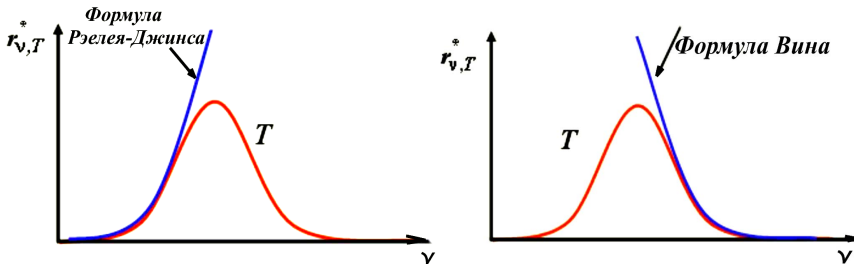


Рис. 4.5. Зависимости спектральной плотности энергетической светимости от частоты, описываемые формулами Рэлея-Джинса (а) и Вина (б)

Рэлей и Джинс получили эту формулу до открытия Планка в 1900 году, основываясь на представлении о непрерывном характере испускания электромагнитных волн и на законе о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Формула Рэлей-Джинса верна для малых частот (больших длин волн) и совершенно не применима для больших частот. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы», т. к. при $\nu \rightarrow \infty$, $r(\nu, T) \rightarrow \infty$.

Для больших частот (коротких длин волн), когда показатель экспоненты в формуле Планка (4.7) значительно больше единицы, в знаменателе можно пренебречь единицей и получить формулу для спектральной плотности энергетической светимости, которая впервые была получена Вином:

$$r^*(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}, \quad r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}. \quad (4.13)$$

Формула (4.13) справедлива только для больших частот испускаемого излучения (рис. 4.5, б).

4.1.5. Оптическая пирометрия

Оптическая пирометрия – раздел оптики, посвященный оптическим методам, которые позволяют провести дистанционное измерение высоких температур, основанное на законах излучения АЧТ. Применение каждого из этих законов помогает определить следующие температуры исследуемого тела:

- радиационная температура – закон Стефана-Больцмана;
- цветовая температура – закон смещения Вина;
- яркостная температура – закон Планка.

1. Метод, основанный на законе Стефана-Больцмана.

Радиационная температура исследуемого тела равна температуре АЧТ, которое имеет такую же энергетическую светимость, что и исследуемое тело.

Понятие радиационной температуры применимо, когда тело имеет сплошной спектр, не слишком отличный от спектра АЧТ для всех длин волн, т. е. тело является серым: $\alpha(\lambda, T) = \alpha_T = \text{const} < 1$.

Радиационная температура исследуемого тела измеряется радиационным пирометром, а истинная температура этого тела $T_{\text{ист}}$ вычисляется следующим образом:

$$R(T_{\text{ист}}) = \alpha \sigma T_{\text{ист}}^4 = R^*(T_{\text{рад}}) = \sigma T_{\text{рад}}^4, \quad (4.14)$$

откуда

$$T_{\text{ист}} = T_{\text{рад}} / \sqrt[4]{\alpha}. \quad (4.15)$$

где $T_{\text{ист}}$ и $T_{\text{рад}}$ – истинная и радиационная температуры изучаемого тела;

$\alpha < 1$ – спектральный коэффициент поглощения (коэффициент серости).

Если исследуемое тело является АЧТ, то измеренная температура будет истинной температурой тела $T_{\text{ист}}$. Если тело не является АЧТ, то измеренная температура – **радиационной температурой исследуемого тела** $T_{\text{рад}}$. Радиационная температура всегда ниже истинной температуры тела.

2. Метод, основанный на законе смещения Вина.

Цветовая температура исследуемого тела равна температуре АЧТ, которое имеет максимум спектральной плотности энергетической светимости на той же длине волны, что и исследуемое тело.

На основании (4.5) запишем $r(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T)r^*(\lambda, T)$, откуда следует, что понятие цветовой температуры можно ввести, если тело серое или его коэффициент монохроматического поглощения не сильно зависит от длины волны. В этом случае максимумы функций $r(\lambda, T)$ и $r^*(\lambda, T)$ совпадут.

Экспериментально измеряют распределение энергии по длинам волн, находят λ_{max} энергии, затем по формуле (4.11) определяется температура. Если исследуемое тело – АЧТ, то измеренная температура будет истинной температурой тела $T_{\text{ист}}$. Если исследуемое тело не является АЧТ, то измеренная таким методом **температура исследуемого тела** является **цветовой** $T_{\text{цвет}}$. В этом слу-

чае истинная температура $T_{\text{ист}} = f(T_{\text{цвет}})$ находится из условия $r(\lambda_{\text{max}}, T_{\text{ист}}) = \alpha_T r^*(\lambda_{\text{max}}, T_{\text{цвет}})$.

Цветовая температура Солнца 6000 К, а радиационная – 5800 К. Это значит, что поверхность Солнца по своим свойствам близка к АЧТ.

3. Метод, основанный на использовании формулы Планка.

Яркостная температура исследуемого тела равна температуре АЧТ, имеющего такую же яркость $B(\lambda, T)$ на данной длине волны, как и исследуемое тело:

$$B(\lambda, T_{\text{ист}}) = B^*(\lambda, T_{\text{ярк}}). \quad (4.16)$$

Человеческий глаз плохо оценивает абсолютную яркость объекта, точность измерения невысока и субъективна. В то же время человеческий глаз хорошо чувствует различие яркости двух близко расположенных объектов. Эту особенность используют для измерительных целей – метод исчезающей нити пирометра (рис. 4.6) на фоне исследуемого объекта. Добиваясь одинаковой яркости, можно определить температуру АЧТ, имеющего такую же яркость на данной длине волны, как и исследуемое тело. Эта температура называется **яркостной температурой исследуемого тела**.

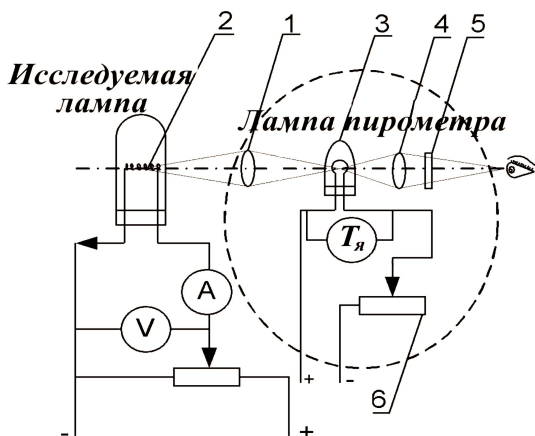


Рис. 4.6. Яркостный пирометр

Так как яркость $B(\lambda, T) = (1/\pi) r(\lambda, T)$, условие (4.16) перепишем в виде:

$$r(\lambda, T_{\text{ист}}) = r^*(\lambda, T_{\text{ярк}}). \quad (4.16')$$

Полагая далее, что нам известен «коэффициент серости α_λ на длине волны λ », для определения истинной температуры $T_{\text{ист}}$ получим соотношение:

$$r(\lambda, T_{\text{ист}}) = \alpha_\lambda r^*(\lambda, T_{\text{ист}}) = r^*(\lambda, T_{\text{ярк}}). \quad (4.17)$$

Из формулы Планка, пренебрегая 1 в знаменателе, получим явную зависимость $T_{\text{ист}} = f(T_{\text{ярк}})$:

$$\left(\frac{2\pi h}{c^2}\right) \frac{v^3}{e^{hv/kT_{\text{ярк}}} - 1} = \alpha_\lambda \left(\frac{2\pi h}{c^2}\right) \frac{v^3}{e^{hv/kT_{\text{ист}}} - 1}; \quad e^{-hv/kT_{\text{ярк}}} = \alpha_\lambda e^{-hv/kT_{\text{ист}}};$$

$$-\frac{hv}{kT_{\text{ярк}}} = \ln \alpha_\lambda - \frac{hv}{kT_{\text{ист}}}; \quad \frac{hv}{kT_{\text{ист}}} = \ln \alpha_\lambda + \frac{hv}{kT_{\text{ярк}}} = \frac{\ln \alpha_\lambda kT_{\text{ярк}} + hv}{kT_{\text{ярк}}};$$

$$T_{\text{ист}} = \frac{hvT_{\text{ярк}}}{kT_{\text{ярк}} \ln \alpha_\lambda + hv} = \frac{T_{\text{ярк}}}{kT_{\text{ярк}} \ln \alpha_\lambda / hv + 1}. \quad (4.18)$$

Из формулы (4.18) видно, что истинная температура нечерных тел всегда больше яркостной температуры, т. к. $\ln \alpha_\lambda < 0$.

Яркостный пирометр. Измерение яркостной температуры

Оптическая схема пирометра и электрические схемы питания представлены на рис. 4.6. С помощью объектива 1 изображение поверхности нити 2 исследуемой лампы (объекта) проецируется на плоскость, в которой расположена нить 3 лампы пирометра. Изображение объекта 2 и нить 3 рассматриваются с помощью окуляра 4. За окуляром находится красный светофильтр 5 с длиной волны пропускаемого света $\lambda = 660$ нм. Красный светофильтр вырезает достаточно узкий спектральный интервал длин волн, вследствие чего

сравнение яркости нити пирометра и исследуемой лампы производится практически в монохроматическом свете. Для изменения яркости пирометрической лампы применяется кольцевой реостат б.

4.2. Фотометрические величины и их единицы

Свет материален и несет с собой определенный запас энергии. Поэтому интенсивность света характеризуют в первую очередь величиной переносимой энергии. Эта электромагнитная энергия может быть измерена по ее превращению в другие формы энергии (тепловую, химическую, электрическую) в различных приемниках. **Раздел физической оптики, в котором разрабатываются теория и методы измерения энергетических характеристик оптического излучения, называется фотометрией.**

Для прикладной светотехники существенна не только объективная энергетическая характеристика излучения, но и мера воздействия света на глаз наблюдателя. Так, например, тело, нагретое до 400 °С, является довольно интенсивным источником инфракрасных (тепловых) лучей, но эти лучи невидимы и интенсивность их зрительного восприятия будет равна нулю. Благодаря этому в фотометрии приходится вводить **двойные единицы измерения:**

1) энергетические единицы – описывают энергетические характеристики оптического излучения безотносительно к его действию на приемники излучения;

2) световые (визуальные) единицы – описывают физиологические действия света и оцениваются по воздействию на глаз (исходят из так называемой средней чувствительности глаза) или на другие приемники излучения.

Во многих случаях мы воспринимаем свет не от самосветящихся источников, а от предметов, отражающих или рассеивающих свет постороннего самосветящегося источника. Подобные несамосветящиеся источники света обычно называются вторичными. Примером несамосветящегося источника является Луна, поверхность которой отражает к нам солнечные лучи. Если поверхность предмета отражает весь падающий на нее свет (коэффициент отражения $\rho = 1$), то такую поверхность называют абсолютно белой. Поверхность, полностью поглощающую падающий на нее свет ($\rho = 0$), называют абсолютно черной.

Для пространственных задач распространения света существенно понятие о телесном угле. Мерой телесного угла является отношение площади dS_0 участка, вырезаемого конусом на поверхности сферы, к квадрату ее радиуса r , т. е.

$$d\Omega = \frac{dS_0}{r^2}. \quad (4.19)$$

За единицу телесного угла (рис. 4.7) принят телесный угол, опирающийся на участок поверхности сферы, площадь которого равна квадрату ее радиуса ($dS_0 = r^2$).

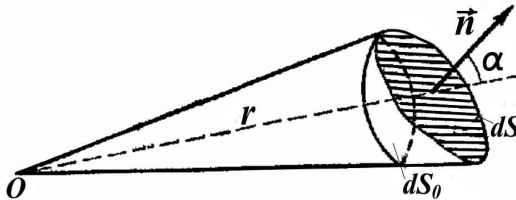


Рис. 4.7

Эта единица называется стерадиан (ср). Наибольший телесный угол равен, очевидно, 4π ср (т. к. площадь всей поверхности сферы $4\pi r^2$), а безграничная плоскость видна из любой точки пространства под углом 2π ср. Как видно из рис. 4.7, площадку dS , нормаль к которой \vec{n} составляет угол α с радиусом r , проведенным из точки наблюдения O , видна из точки O под телесным углом

$$d\Omega = \frac{dS_0}{r^2} = \frac{dS \cos \alpha}{r^2}. \quad (4.20)$$

4.2.1. Энергетические единицы

Поток энергии излучения (поток лучистой энергии) Φ – энергия излучения, проходящая через данную поверхность S , опирающуюся на телесный угол Ω за единицу времени (*мощность* сквозь поверхность). Измеряется в единицах мощности (Вт):

$$\Phi = \frac{dE}{dt}. \quad (4.21)$$

Энергетическая сила света.

Рассмотрим точечный источник O и выделим телесный угол $d\Omega$ с вершиной в точке O (рис. 4.8).

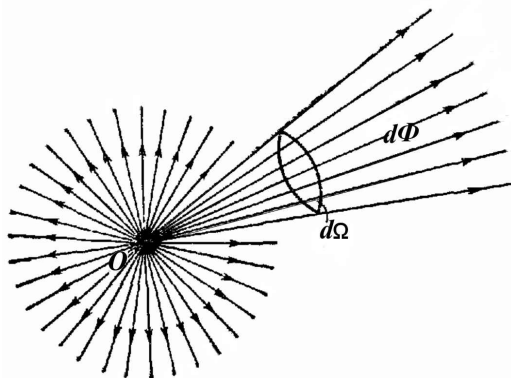


Рис. 4.8

Обозначим поток излучения, заключенный в телесном угле $d\Omega$, через $d\Phi$. **Поток излучения, приходящийся на единицу телесного угла, называется силой света точечного источника в данном направлении:**

$$J = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (4.22)$$

Из (4.22) следует, что сила света характеризуется величиной потока излучения, распространяющегося в единице телесного угла, и измеряется в Вт/ср.

Если поток, испускаемый точечным источником, равномерный во всех направлениях, то

$$J = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad \Phi = 4\pi J. \quad (4.23)$$

где Φ – полный лучистый поток, испускаемый источником по всем направлениям, т. е. во всем телесном угле $\Omega = 4\pi$.

Если же поток неравномерен, то формула (4.23) определяет среднюю силу излучения источника. Величина Φ является для данного источника постоянной и не может быть увеличена с помощью оптических приборов. Оптические приборы (зеркала, линзы) позволяют лишь перераспределить полный поток энергии излучения по телесному углу с целью получения в некоторых направлениях большего потока на единицу телесного угла, т. е. большей силы света. Так, например, применяя параболическое зеркало в прожекторах, удается увеличить силу света в одном определенном направлении в тысячи раз, за счет сильного ее уменьшения во всех других направлениях.

Энергетическая яркость.

Для многих светотехнических расчетов можно считать источники света точечными, т. е. пренебрегать их размерами по отношению к расстояниям, на которых наблюдается их действие. Однако часто встречаются источники, размеры которых настолько велики, что мы можем при обычных расстояниях наблюдения различить их форму; т. е. отличать протяженный предмет от точки. По отношению к таким источникам вводится понятие **поверхностной яркости** (или просто **яркости**).

Выделим на поверхности источника площадку dS и определим поток излучения $d\Phi$, испускаемый этой площадкой в направлении, составляющем угол α с нормалью \vec{n} , в пределах малого телесного угла $d\Omega$ (рис. 4.9).

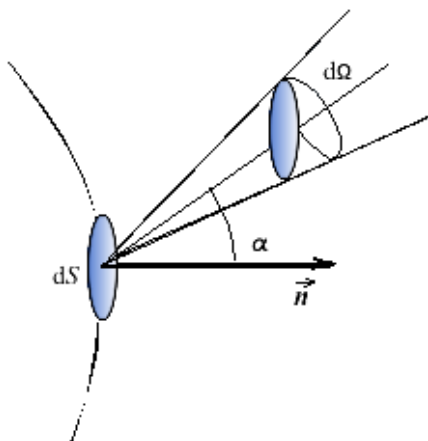


Рис. 4.9

Величина потока будет пропорциональна величине телесного угла $d\Omega$ и величине площадки выделенного участка источника, видимого по данному направлению, т. е. проекции выделенной площадки источника dS на направление, перпендикулярное к направлению распространения.

$$d\Phi = B(\alpha)dS \cos \alpha d\Omega; \tag{4.24}$$

$$B(\alpha) = \frac{d\Phi}{dS \cos \alpha d\Omega} = \frac{dJ}{dS \cos \alpha}.$$

Коэффициентом пропорциональности в (4.24) служит **яркость источника** $B(\alpha)$ по направлению, определяемому углом α .

При записи формулы (4.24) использовано определение силы света. Таким образом, **яркость – это сила света, приходящаяся на единицу площади проекции поверхности источника на направление, перпендикулярное к направлению распространения излучения**. Яркость численно равна силе света в данном направлении, создаваемой единицей площади видимой поверхности источника, и измеряется в Вт/(м² · ср).

Яркость протяженного источника может быть различной в разных направлениях. Однако для таких источников, как Солнце и освещаемая посторонним источником матовая поверхность, величина $B(\alpha)$ не зависит от направления наблюдения: $B(\alpha) = \text{const} = B$. Тогда

$$dJ = BdS \cos \alpha = dJ_0 \cos \alpha, \tag{4.25}$$

т. е. сила света такого источника пропорциональна косинусу угла между нормалью к поверхности и направлением распространения излучения (**закон Ламберта**), в направлении нормали она максимальна и равна dJ_0 .

Для создания таких одинаково ярких во всех направлениях источников технические светильники закрывают специальными молочными стеклами. Эти источники называются диффузно светящимися, или ламбертовскими, или косинусными излучателями. На практике свойствами, близкими к ламбертовским источникам, обладают лист белой бумаги, свежий снег.

Энергетическая светимость.

Под энергетической светимостью (рис. 4.10) понимают полный поток излучения с единицы поверхности источника, посылаемый наружу по всем направлениям (в телесном угле 2π):

$$R = \frac{\Phi}{S}. \quad (4.26)$$

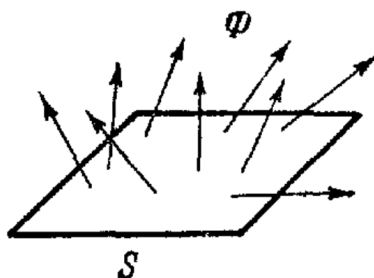


Рис. 4.10. К определению понятия светимости

Светимость источника измеряется в $\text{Вт}/\text{м}^2$. Светимость является интегральной величиной и для источников, у которых яркость по всем направлениям одинакова, связана с последней соотношением $R = \pi B$.

Энергетическая освещенность.

Понятие освещенности (облученности) E относится уже не к источникам света, а характеризует энергию излучения, падающего на освещаемую поверхность. **Величина E численно равна величине потока, падающего на единицу освещаемой поверхности.**

$$E = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (4.27)$$

Из определения телесного угла $d\Omega$ можно выразить площадь произвольно ориентированной площадки:

$$d\Omega = \frac{dS \cos \alpha}{r^2}; \quad dS = \frac{r^2 d\Omega}{\cos \alpha},$$

тогда

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{d\Phi \cos \alpha}{r^2 d\Omega} = \frac{J \cos \alpha}{r^2}. \quad (4.28)$$

Формула (4.28) выражает два так называемых закона освещенности:

1. Освещенность площадки обратно пропорциональна квадрату расстояния от точечного источника (закон обратных квадратов).

2. Освещенность площадки прямо пропорциональна косинусу угла между направлением лучистого потока и нормалью к площадке (закон косинуса).

При наличии нескольких некогерентных источников света освещенность поверхности равна сумме освещенностей, создаваемых каждым из этих источников в отдельности. При наличии большого протяженного источника для расчета создаваемой им освещенности необходимо разбить его мысленно на достаточно малые участки с силой света dJ и проинтегрировать выражение по всей поверхности источника.

Понятия энергетической светимости и освещенности близки к понятию интенсивности света I , которая также представляет собой плотность потока энергии, только интенсивность рассматривается для света, который идет в одном направлении (перпендикулярно площадке), а светимость и освещенность применимы для любого распределения света по направлениям. Светимость характеризует излучение света поверхностью в телесный угол 2π .

4.2.2. Световые (визуальные) единицы

В большинстве оптических измерений приемником энергии света является человеческий глаз, а также фоточувствительные пленки и фотоэлементы. Все эти приемники не обладают одинаковой чувствительностью к лучистой энергии различных длин волн и являются селективными (избирательными) приемниками света. Каждый такой приемник характеризуется своей **кривой чувствительности** к свету различных длин волн.

На рис. 4.11 изображена кривая относительной спектральной чувствительности среднего человеческого глаза при дневном зрении, которая называется кривой видности.

По оси ординат в логарифмическом масштабе отложен коэффициент видности, условно принятый за единицу при длине волны $0,555 \text{ мк} = 555 \text{ нм}$ (желто-зеленая часть видимого спектра), наиболее эффективно воспринимаемой глазом. Энергия света с длиной волны 510 нм или 610 нм должна быть в два раза больше, чем энергия света

с $\lambda = 555$ нм, чтобы зрительные ощущения были одинаковыми. При $\lambda < 380$ нм и $\lambda > 780$ нм коэффициент видности равен нулю.

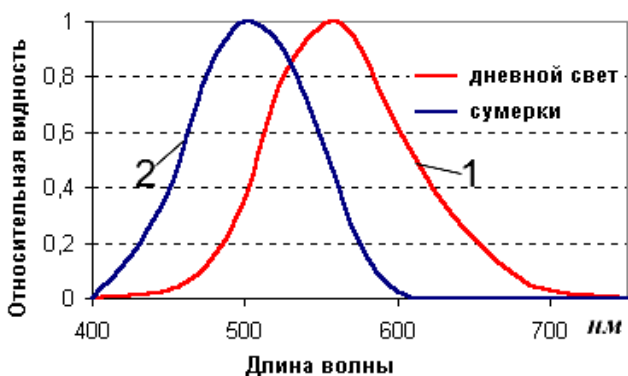


Рис. 4.11. Относительная видность для дневного 1 и сумеречного 2 света

Указанные особенности зрительного восприятия приводят к тому, что субъективная оценка интенсивности света отличается от объективной энергетической. В соответствии с этим для характеристики фотометрических величин необходимо вводить специальные световые (визуальные) единицы измерения, пригодные лишь для видимого света. Введенные выше соотношения между фотометрическими величинами остаются в силе и необходимо лишь ввести эталон измерения для какой-нибудь одной из них.

Сила света.

Кандела – сила света, излучаемого в направлении нормали с $1/60$ см² излучающей поверхности светового эталона (абсолютно черное тело при температуре затвердевания платины 2042,5 К).

Световой поток – мощность светового излучения, оцениваемая по его воздействию на нормальный глаз.

За единицу светового потока был принят люмен – световой поток, излучаемый равномерным точечным источником с силой света в 1 канделу в пределах телесного угла, равного 1 стерадиану.

Яркость.

Световая единица яркости в системе СИ [нит (нт)] представляет собой яркость поверхности источника, дающего с 1 м² площади в направлении нормали силу света в 1 свечу (канделу).

Светимость.

В системе СИ за единицу светимости принимают светимость источника, 1 м^2 которого дает световой поток в 1 лм ($\text{лм}/\text{м}^2$).

Освещенность.

Под единицей освещенности (1 люкс) понимают освещенность, при которой на площадку 1 м^2 падает световой поток 1 лм .

Между энергетическими и световыми характеристиками можно установить связь. Для этого нужно учесть зависимость субъективного восприятия света от длины волны. Эту функцию называют функцией видности (рис. 4.11).

Функция видности устанавливает для среднестатистического глаза следующие понятия:

1. Отношение полного светового потока белого света, оцениваемого глазом, к соответствующей мощности энергии излучения (энергетическому потоку) называется видностью:

$$V = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{э}}}. \quad (4.29)$$

2. То же для определенной длины волны называется монохроматической видностью:

$$V_{\lambda} = \frac{\Phi_{\lambda}}{\Phi_{\text{э}\lambda}}. \quad (4.30)$$

3. Часто пользуются понятием относительной видности, определяемой как

$$k_{\lambda} = \frac{V_{\lambda}}{V_{\text{max}\lambda}}. \quad (4.31)$$

Максимальное значение видности лежит в области $\lambda = 554 \text{ нм}$ и составляет $683 \text{ лм}/\text{Вт}$.

Методы измерения световых величин и приборы для их измерения разнообразны. Отметим лишь, что приборы для измерения силы света источников называют фотометрами, а приборы для измерения освещенности – люксометрами.

4.3. Фотоэффект

4.3.1. Внешний фотоэффект

В 1887 г. Герц обнаружил, что при освещении отрицательного электрода искрового разрядника ультрафиолетовыми лучами разряд происходит при меньшем напряжении между электродами, чем в отсутствие такого освещения. Это явление, как показали опыты А. Г. Столетова (1888–1890 гг.), обусловлено выбиванием под действием света отрицательных зарядов из металлического катода разрядника.

Схема опытов Столетова представлена на рис. 4.12. Плоский конденсатор, одной из обкладок которого служила медная сетка C , а в качестве второй – цинковая пластина D , был включен через гальванометр G в цепи аккумуляторной батареи B . При освещении отрицательно заряженной пластины D светом от источника в цепи возникал электрический ток, называемый фототоком.

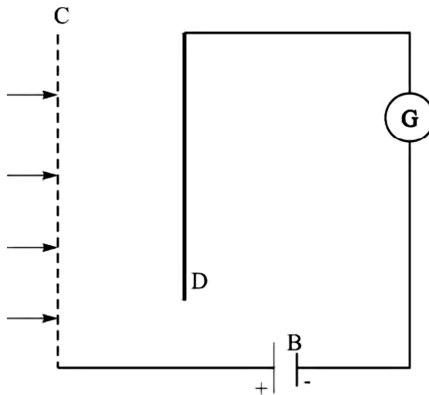


Рис. 4.12. Схема установки Столетова

Сила фототока была пропорциональна освещенности пластины. Освещение положительно заряженной обкладки C конденсатора не приводило к возникновению фототока. Тем самым Столетов пришел к выводам:

1. Наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи.
2. Сила тока возрастает с увеличением освещенности пластины.

3. Испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

Спустя 10 лет (в 1898 г.) Ленард и Томсон, измерив удельный заряд испускаемых частиц, установили, что эти частицы являются электронами.

Явление испускания электронов веществом под действием света получило название внешнего фотоэффекта.

Экспериментальные исследования внешнего фотоэффекта у металлов показали, что это явление зависит не только от химической природы металла, но и от состояния его поверхности. Даже ничтожные загрязнения поверхности металла существенно влияют на эмиссию электронов под действием света.

Внешний фотоэффект может наблюдаться в газах, жидкостях и твердых телах. Практическое значение имеет внешний фотоэффект вырывания электронов из твердых тел в вакууме.

Для количественного изучения внешнего фотоэффекта обычно применяется схема, показанная на рис. 4.13.

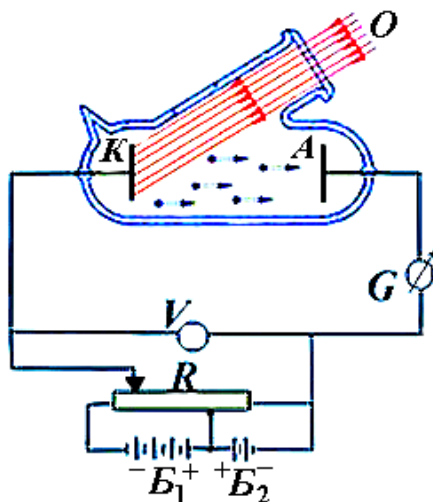


Рис. 4.13

Основным элементом этой схемы является фотоэлемент, представляющий собой стеклянную колбу, в которой создан высокий

вакуум и впаяны два электрода – анод и фотокатод. Через окошко O на фотокатод попадает электромагнитное излучение определенной частоты, что приводит к эмиссии (испусканию) электронов с поверхности металлического катода. Две батареи B_1 и B_2 позволяют с помощью потенциометра изменять абсолютную величину и знак напряжения между электродами. Когда на анод подан положительный потенциал, то образующееся при этом электрическое поле перемещает фотоэлектроны от фотокатода к аноду, и в цепи катод-анод течет электрический ток, измеряемый гальванометром G (фототок).

Характер зависимости фототока I от разности потенциалов между анодом и катодом U при постоянной интенсивности падающего на фотокатод монохроматического излучения приведен на рис. 4.14. Существование фототока при напряжении $U = 0$ объясняется тем, что фотоэлектроны, испускаемые катодом, имеют некоторую начальную скорость и, соответственно, кинетическую энергию. Пологий характер этого участка вольтамперной характеристики свидетельствует о том, что электроны вылетают из катода с различными скоростями.

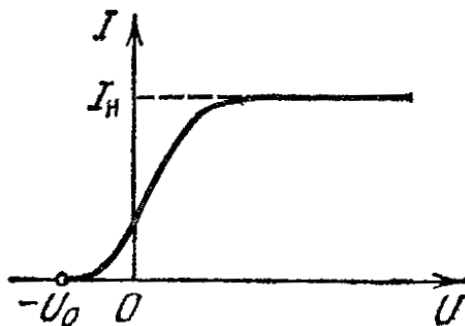


Рис. 4.14. Зависимость силы фототока от приложенного напряжения, U_0 – задерживающее напряжение

Максимальное значение фототока, называемое током насыщения $I_{\text{нас}}$, достигается при таком значении U , при котором все электроны, испускаемые катодом, попадают на анод. Значение $I_{\text{нас}}$ определяется числом фотоэлектронов N , испускаемых катодом за 1 с и зависит от

величины потока излучения, падающего на фотокатод. $I_{\text{нас}}$ связано с N соотношением:

$$I_{\text{нас}} = N \cdot e. \quad (4.32)$$

Минимальное значение напряжения отрицательной полярности, при котором ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью, не может достигнуть анода, т. е. фототок становится равным нулю, называется задерживающим напряжением U_0 . Значение задерживающего напряжения связано с начальной максимальной кинетической энергией электронов соотношением

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = eU_0. \quad (4.33)$$

Измеряя величину тока насыщения, можно судить о величине потока излучения, падающего на фотокатод. Если менять величину падающего на катод потока излучения при одном и том же спектральном составе, вольтамперные характеристики будут иметь вид, приведенный на рис. 4.15, *а*. Если при неизменной величине потока излучения менять его спектральный состав, т. е. частоту излучения, то вольтамперные характеристики будут меняться, как показано на рис. 4.15, *б*. Опытным путем установлены следующие основные законы внешнего фотоэффекта:

Первый закон (установлен Столетовым в 1899 г.). При неизменном спектральном составе излучения сила тока насыщения (или число фотоэлектронов, испускаемых катодом за единицу времени) прямо пропорциональна падающему на фотокатод потоку излучения.

$$I_{\text{нас}} = k\Phi, \quad (4.34)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от природы материала катода ($N = k\Phi$).

Второй закон. Для данного фотокатода максимальная начальная скорость фотоэлектронов, а, следовательно, их максимальная кинетическая энергия определяется частотой излучения и не зависит от его интенсивности.

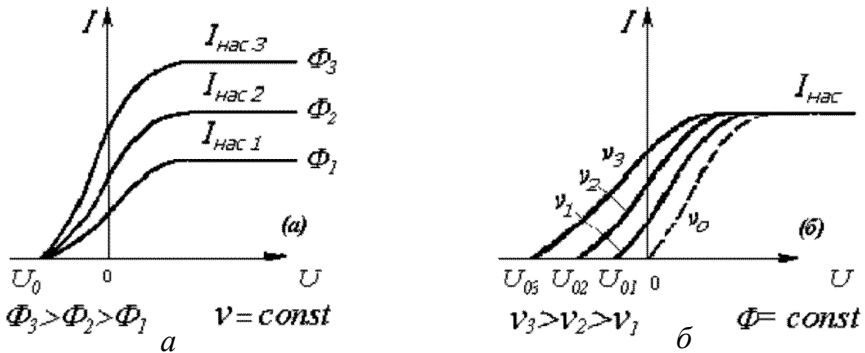


Рис. 4.15

Третий закон. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота излучения ν_0 , при которой еще возможен внешний фотоэффект. Значение ν_0 зависит от материала фотокатода и состояния его поверхности.

Невозможность объяснения законов фотоэффекта на основе волновых представлений о свете.

Первый закон. Согласно волновой теории, механизм фотоэффекта выглядит так. На металл падает световая волна. Электроны, находящиеся в его поверхностном слое, поглощают энергию этой волны, и их энергия постепенно увеличивается. Когда она становится больше работы выхода, электроны начинают вылетать из металла. Таким образом, волновая теория света будто бы способна качественно объяснить явление фотоэффекта.

Однако расчеты показали, что при таком объяснении время между началом освещения металла и началом вылета электронов должно быть порядка десяти секунд. Между тем из опыта следует, что $\tau < 10^{-9}$ с. Следовательно, волновая теория света не объясняет безынерционности фотоэффекта.

Второй закон. Согласно волновой теории, под действием поля электромагнитной волны в металле возникают вынужденные колебания электронов в атоме. В результате этого электроны могут покинуть металл и выходить из него, т. е. может наблюдаться внешний фотоэффект.

Однако из теории вынужденных колебаний следует, что чем больше амплитуда вектора напряженности электрического поля E_0 , тем выше скорость вылетевших электронов, т. е. кинетическая энергия фотоэлектронов должна зависеть от интенсивности излучения, а не от его частоты, что противоречит опытным данным. От интенсивности падающего света зависит лишь число выбиваемых электронов и сила тока насыщения.

Третий закон. Из волновой теории следует, что энергию, необходимую для вырывания электронов из металла, способно дать излучение любой частоты, если его интенсивность достаточно велика. Однако красная граница фотоэффекта свидетельствует о том, что поглощаемая электронами энергия зависит не от амплитуды волны, а от ее частоты.

Таким образом, попытки объяснить закономерности фотоэффекта на основе волновых представлений о свете оказались несостоятельными.

Квантовая теория внешнего фотоэффекта создана Эйнштейном в 1905 г.

Согласно этой теории, свет (электромагнитное излучение с частотой ν) не только испускается, как это предполагал Планк, но и распространяется в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых равна

$$E_0 = h\nu = \hbar\omega, \quad (4.35)$$

где $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка;

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

По теории Эйнштейна, каждый квант поглощается только одним электроном. Если энергия кванта больше чем работа выхода электрона из металла, т. е. $h\nu > A_{\text{вых}}$, то электрон может покинуть поверхность металла. Остаток энергии кванта идет на создание кинетической энергии электрона, покинувшего вещество. Если электрон освобождается излучением не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то часть полученной энергии может быть потеряна вследствие случайных столкновений электрона в веществе, и его кинетическая энергия окажется меньшей.

Следовательно, энергия падающего на вещество кванта излучения расходуется на совершение электроном работы выхода и сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии. Кинетическая энергия будет максимальна, если потерь не будет. Закон сохранения энергии для такого процесса будет выражаться соотношением:

$$h\nu = \frac{mv_{\max}^2}{2} + A_{\text{вых}}, \quad (4.36)$$

которое носит название **уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта**.

Из выражения (4.36) непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия или скорость фотоэлектрона зависит от частоты излучения.

С уменьшением частоты излучения кинетическая энергия уменьшается и при некоторой частоте может стать равной нулю. Уравнение Эйнштейна в этом случае будет иметь вид:

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}}.$$

Частота, соответствующая этому соотношению, имеет минимальное значение и является красной границей фотоэффекта.

$$\nu_0 = \nu_{\text{кр}} = \frac{A_{\text{вых}}}{h}. \quad (4.37)$$

Таким образом, **красная граница фотоэффекта определяется работой выхода электрона** и зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности. Длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта, может быть рассчитана по формуле $\lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}$. При $h\nu < A_{\text{вых}}$ фотоэффект прекращается. Число

высвобождаемых вследствие фотоэффекта электронов должно быть пропорционально числу падающих на поверхность вещества квантов излучения, а, следовательно, потоку излучения Φ .

С учетом того, что $\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = eU_0$ уравнение Эйнштейна можно записать в виде:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + eU_0. \quad (4.38)$$

Представляет интерес зависимость величины напряжения запириания U_0 от частоты ν , имеющая вид

$$U_0 = \frac{h\nu}{e} - \frac{A_{\text{вых}}}{e}. \quad (4.39)$$

Таким образом, U_0 линейно зависит от частоты падающего излучения (рис. 4.16).

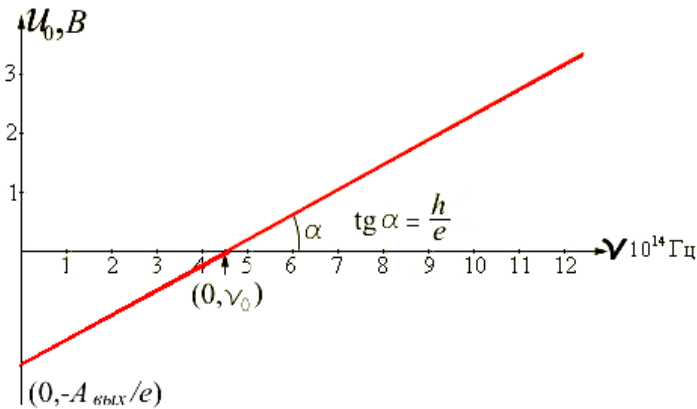


Рис. 4.16

Точка пересечения прямой с осью ординат U_0 дает значение равное $A_{\text{вых}}/e$, т. е. поверхностную разность потенциалов, точка пересечения с осью абсцисс ν определяет значение красной границы фотоэффекта ν_0 . Тангенс угла наклона определяется соотношением $\text{tg } \alpha = \frac{dU_0}{d\nu} = \frac{h}{e}$. Таким образом, сняв экспериментально зависимость U_0 от частоты падающего на фотоэлемент излучения ν , мож-

но определить величину постоянной Планка $h = e \operatorname{tg} \alpha$. Так как зависимость линейна, то $\operatorname{tg} \alpha = \Delta U_0 / \Delta \nu$, следовательно,

$$h = e \cdot \Delta U_0 / \Delta \nu. \quad (4.40)$$

В рассмотренном выше явлении фотоэффекта электрон получает энергию только от одного фотона. Такие процессы называются однофотонными. С изобретением лазеров были получены большие мощности излучения, в этом случае один электрон может поглотить два и более (N) фотонов ($N = 2, 3, \dots$). Такое явление называется многофотонным (нелинейным) фотоэффектом. Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта имеет вид:

$$Nh\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}. \quad (4.41)$$

В этом случае красная граница фотоэффекта может смещаться в сторону более длинных волн.

Несмотря на элегантность и простоту объяснения Эйнштейна, оно не смогло ответить на целый ряд вопросов: какая доля фотонов поглощается электронами катода, а не отражается от него и не уходит в его тепловую энергию; как эта доля зависит от частоты света; в каком направлении вылетают электроны при различном угле падения света; чем обусловлена величина работы выхода (например, как она зависит от температуры; если электрон вылетает из кристалла мгновенно, то какими законами описывается мгновенная передача ему световой энергии и др. На создание последовательной теории фотоэффекта ушло около 20 лет, и в результате появилась квантовая механика, соединяющая принципы ньютоновской механики и волновой оптики.

4.3.2. Внутренний фотоэффект

В кристаллических полупроводниках и диэлектриках, помимо внешнего фотоэффекта, наблюдается **внутренний фотоэффект, состоящий в том, что под действием излучения увеличивается электропроводность этих веществ за счет возрастания в них свободных носителей тока**. Это явление называют еще фотопроводимостью. В диэлектрике и беспримесном полупроводнике зона

проводимости не содержит электронов, а лежащая ниже ее следующая валентная зона целиком заполнена электронами (рис. 4.17).

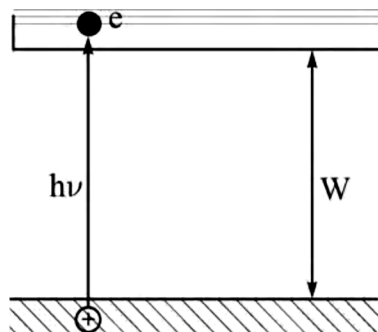


Рис. 4.17. Энергетическая диаграмма беспримесного полупроводника

Разность между энергиями на нижнем уровне зоны проводимости и верхнем уровне валентной зоны W называется энергией активации проводимости вещества. У полупроводников W значительно меньше, чем у диэлектриков. Если энергия фотона $h\nu > W$, то при поглощении фотона электрон может быть переброшен из валентной зоны в зону проводимости.

Таким образом, под действием света в зоне проводимости появляются электроны, а в валентной зоне – «положительные дырки». Эти пары разноименно заряженных носителей тока способны под действием внешнего электрического поля приходить в упорядоченное движение, образуя электрический ток.

Очевидно, что концентрация электронов проводимости и дырок, а также зависящая от нее электропроводимость вещества, пропорциональны числу фотонов, падающих на единицу поверхности вещества в единицу времени. В примесных проводниках с небольшим содержанием примесей вероятность поглощения фотонов электронами примесных атомов мала. Поэтому изменение проводимости под действием света также в основном связано с переносом электронов из валентной зоны в зону проводимости и образованием пар разноименных носителей тока – электронов проводимости и дырок.

Вентильный фотоэффект состоит в возникновении электродвижущей силы вследствие внутреннего фотоэффекта вблизи по-

верхности контакта между металлом и полупроводником, обладающим односторонней проводимостью или полупроводниками с различным типом проводимости (p -типа и n -типа). При вентильном фотоэффекте происходит нарушение равновесного распределения носителей тока в области контакта, что приводит к изменению контактной разности потенциалов по сравнению с равновесной, т. е. к возникновению фотоэлектродвижущей силы.

4.3.3. Применение фотоэффекта

На явлении фотоэффекта основано действие фотоэлектронных приборов, получивших разнообразное применение в различных областях науки и техники.

Простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является вакуумный фотоэлемент. Он представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (за исключением окошка для доступа излучения) покрыта фоточувствительным слоем, служащим фотокатодом. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Выбор материала фотокатода определяется рабочей областью спектра: для регистрации видимого света и инфракрасного излучения используется кислородно-цезиевый катод, а для регистрации ультрафиолетового излучения и коротковолновой части видимого света выбирается сурьмяно-цезиевый фотокатод.

Вакуумные фотоэлементы безынерционны, и для них наблюдается строгая пропорциональность фототока интенсивности излучения. Эти свойства позволяют использовать вакуумные фотоэлементы в качестве фотометрических приборов, например, фотоэлектрический экспонометр, люксметр (измеритель освещенности) и т. д.

Существенный прогресс в фотоэлектрических измерениях достигнут в 40–50-е годы XX века, когда в практику начали широко внедряться фотоэлектронные умножители (ФЭУ). Идея создания таких приборов была выдвинута исследователями еще в 20-е годы. Для усиления фототока применяются фотоэлектронные умножители, в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии.

Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом, называемые полупроводниковыми фотоэлементами или фотосопротивлениями (фо-

торезисторами), обладают гораздо большей интегральной чувствительностью, чем вакуумные, для их изготовления используются PbS (сульфид свинца), CdS (сульфид кадмия), PbSe (селенид свинца), и некоторые другие полупроводники.

Если фотокатоды вакуумных фотоэлементов и фотоэлектронных умножителей имеют красную границу фотоэффекта не выше 1,1 мкм, то применение фотосопротивлений позволяет производить измерения в далекой инфракрасной области спектра (3–4 мкм), а также в областях рентгеновского и гамма-излучений. Кроме того, они малогабаритны и имеют низкое напряжение питания. Недостаток фотосопротивлений – их заметная инерционность, поэтому они непригодны для регистрации быстропеременных световых потоков.

Фотоэлементы с вентильным фотоэффектом, называемые вентильными фотоэлементами, обладая, подобно элементам с внешним фотоэффектом, строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения, имеют большую по сравнению с ними интегральную чувствительность (примерно 2–30 мА/лм) и не нуждаются во внешнем источнике ЭДС. К числу вентильных фотоэлементов относятся германиевые, кремниевые, селеновые, сурьмяно-серебряные.

Фотоэлементы на основе кремния применяются для создания солнечных батарей, непосредственно преобразующих световую энергию в электрическую. Эти батареи уже в течение многих лет работают на космических спутниках и кораблях. КПД солнечных батарей составляет 12–20 %. Фотодиод представляет собой полупроводниковую пластинку, внутри которой имеются области электронной (n -область) и дырочной (p -область) проводимости, разделенные электронно-дырочным переходом (рис. 4.18).

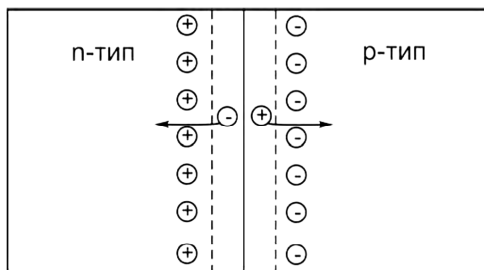


Рис. 4.18. Образование носителей заряда в p - n -переходе при освещении его светом

Из полупроводника n -типа электроны диффундируют в полупроводник p -типа. И наоборот: дырки из области p -типа проникают в область n -типа. На границе раздела полупроводников n - и p -типа образуется электрическое поле. При освещении фотоэлемента в p - n -переходе происходит образование новых носителей заряда. Электрическое поле, существующее в p - n -переходе, производит разделение этих носителей заряда. При этом электроны попадают в n -область, а дырки, наоборот, в p -область. В результате накопления электронов в n -области и дырок в p -области в p - n -переходе возникает дополнительная разность потенциалов – фотоЭДС.

Фотодиод может работать в двух различных режимах: с внешним источником напряжения и без него. Для измерительных целей обычно включается внешняя разность потенциалов. Для генерации электрической энергии используют полупроводниковые устройства без внешней ЭДС, работающие в вентильном режиме.

4.4. Давление света

Экспериментальное изучение давления света.

Гипотеза о том, что свет, падая на поверхность тела, производит на него давление, впервые была высказана Кеплером в 1619 г. при изучении формы кометных хвостов, всегда направленных от Солнца. Давление света может быть объяснено как с волновой точки зрения, так и в рамках квантовой теории.

В рамках электромагнитной теории существование давления света следует из свойства электромагнитной волны: вектора \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} образуют правую ортогональную тройку векторов (рис. 3.4). При нормальном падении волны на пластинку, расположенную перпендикулярно вектору \vec{k} , векторы \vec{E} и \vec{H} будут располагаться в плоскости пластинки. Электрическое поле волны действует на электроны с силой $\vec{F} = -e\vec{E}$, под действием которой они начинают двигаться параллельно поверхности (в проводнике возникает ток проводимости, а в диэлектрике – поляризационный ток смещения). При этом на каждый электрон, движущийся со скоростью \vec{v} , со стороны магнитного поля световой волны с индукцией $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ действует сила Лоренца $\vec{F} = -e[\vec{v} \times \vec{B}]$, направление которой совпадает с направ-

лением распространения света (вектором \vec{k}). Таким образом, световая волна должна оказывать давление на поверхность пластинки.

Впервые формула для величины светового давления \tilde{p} была получена Максвеллом в 1873 г. Она имеет следующий вид:

$$\tilde{p} = w(1 + r) = \frac{\Phi}{c}(1 + r), \quad (4.42)$$

где w – объемная плотность энергии излучения (количество энергии, содержащейся в единице объема);

Φ – плотность потока излучения (количество энергии, падающей в единицу времени на единицу площади поверхности перпендикулярно поверхности);

r – коэффициент отражения;

c – скорость света.

Формула (4.42) справедлива при условии, что тело непрозрачно, т. е. имеет место только поглощение и отражение света. Для зачерненной поверхности, полностью поглощающей падающее на нее излучение, $r = 0$, поэтому $\tilde{p} = \Phi / c$; для зеркальной поверхности, полностью отражающей излучение, $r = 1$ и $\tilde{p} = 2\Phi / c$.

Впервые световое давление было обнаружено и измерено в 1900 г. Лебедевым в опытах, представлявших для своего времени образец экспериментального искусства. Прибор Лебедева, схематически представлен на рис. 4.19. Свет от сильной электрической дуги S с помощью конденсора C , металлической диафрагмы D , светофильтра W , системы линз K , L_1 , зеркал M_1 – M_3 , попадал на крылышки R (показаны на рис. 4.19, б).

Тонкие и легкие крылышки, одни из которых были зачернены, а другие оставлены блестящими, прикреплены по краям легкого подвеса, закрепленного на тонкой нити. Размеры крылышек: высота – 4 см, ширина – 2 см, диаметр – 0,5 см, толщина равна 0,1–0,01 мм. Подвес помещался внутри откачанного сосуда G , образуя весьма чувствительные крутильные весы. Сила давления определялась по углу закручивания нити подвеса. Пластинка P_1 направляла определённую часть света на термоэлемент T для измерения энергии излучения. Передвижением зеркал M_1 и M_4 можно было изменять направление падения света на крылышки.

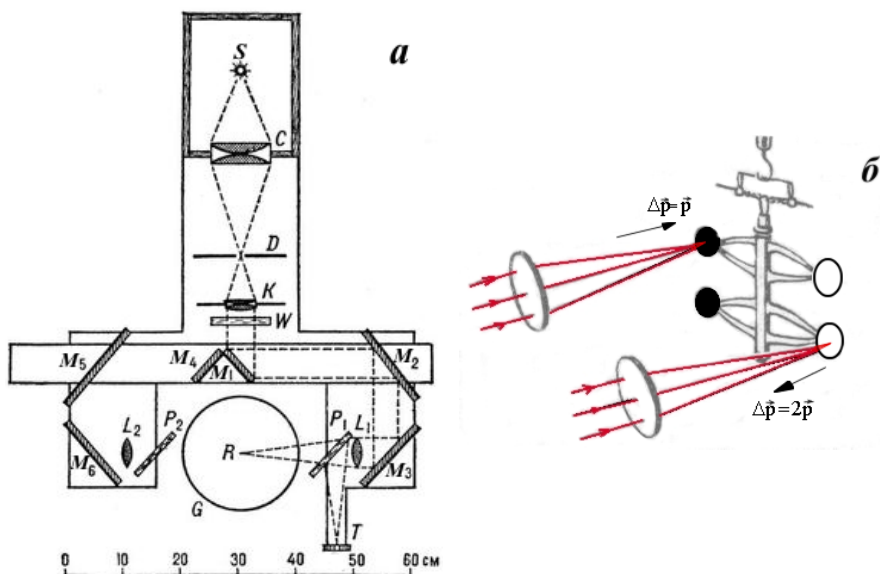


Рис. 4.19. Схема прибора Лебедева

Основная сложность опыта состояла в том, что свет, попадая на крылышко, разогревал его. Молекулы газа, находившиеся в сосуде, получали от нагретой стороны крылышка энергию и отлетали от нее со скоростью, большей, чем подлетали, и крылышки вследствие эффекта отдачи поворачивались (радиометрический эффект). Для того чтобы уменьшить число молекул газа в сосуде, Лебедев создает глубокий вакуум, используя для этого пары ртути, что впоследствии послужило основой для изобретения диффузионного насоса.

Измерения Лебедева дали величину, согласующуюся с теорией Максвелла с точностью до 20 %. Сила давления очень мала: на Земле солнечный свет давит на квадратный метр черной поверхности, расположенной перпендикулярно лучам, с силой $4,5 \cdot 10^{-6}$ Н.

Давление света в рамках квантовой (фотонной) теории

Фотон – это элементарная частица, движущаяся в любой среде со скоростью света c и не имеющая массы покоя. Фотон, как и любая другая частица, характеризуется энергией $E_0 = h\nu$, массой m ,

импульсом $p = h\nu / c$. **В рамках фотонной теории сила, вызывающая световое давление, возникает в результате передачи импульса фотонов поглощающей или отражающей поверхности.**

Пусть на площадку S за время Δt падает по нормали N фотонов с частотой ν . Тогда Nr фотонов отразится, а $(1 - r)N$ фотонов поглотится площадкой за это время. Изменение импульса площадки за счет изменения импульса фотонов за это время составит величину:

$$\Delta p = \frac{h\nu}{c}(1-r)N + 2\frac{h\nu}{c}rN = N\frac{h\nu}{c}(1+r). \quad (4.43)$$

Поскольку изменение импульса тела равно импульсу силы, имеем:

$$\Delta p = N\frac{h\nu}{c}(1+r) = N\frac{E_0}{c}(1+r) = F\Delta t. \quad (4.44)$$

Определим силу, действующую на площадку

$$F = N\frac{E_0(1+r)}{c\Delta t}. \quad (4.45)$$

Разделив силу на площадь поверхности, получим выражение для давления

$$\tilde{p} = \frac{NE_0(1+r)}{c\Delta t\Delta S} = w(1+r) = \frac{\Phi(1+r)}{c}. \quad (4.46)$$

Эта формула совпадает с выражением для давления света, полученным на основе волновой теории Максвелла. Таким образом, давление света успешно объясняется и волновой, и квантовой теорией света.

Одним из возможных применений давления света на практике является изготовление солнечного паруса. Впервые 20-метровый тонкопленочный солнечный парус был развернут в космосе в 1993 г. на борту корабля «Прогресс М-15», пристыкованного к орбитальной станции «Мир». Задачей эксперимента было освещение Земли отраженным светом солнечного паруса. Эффект солнечного паруса применяется для корректировки орбит космических аппаратов, в перспективе использование солнечного паруса в качестве двига-

теля космического корабля. На рис. 4.20 показан солнечный парус, запущенный в 2010 г. в Японии².

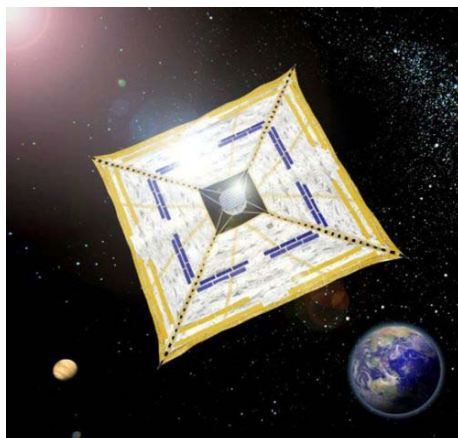


Рис. 4.20. Солнечный парус

4.5. Эффект Комптона

Наиболее полно корпускулярные свойства света проявляются в эффекте Комптона (Нобелевская премия по физике 1927 года). В 1922 г., исследуя рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (парафин, бор), Комптон обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны λ наблюдается также излучение более длинных волн λ' , при этом разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только величиной угла рассеяния θ :

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos\theta) = \lambda + 2\lambda_C \sin^2(\theta/2), \quad (4.47)$$

где λ' и λ – длины волн рассеянного и падающего излучения,

λ_C – комптоновская длина волны, при рассеянии фотона на электроне $\lambda_C = 2,426$ пм.

² Фотография с сайта <https://www.dailytechinfo.org/space/>

Эффектом Комптона называется упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны рассеянного света.

Этот эффект невозможно описать в рамках волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Эффект Комптона получил объяснение на основе квантовых представлений о природе света (свет – это поток квантов), согласно которым следует, что эффект Комптона — это результат упругого столкновения рентгеновских или γ -фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В опытах Комптона энергия падающего фотона ~ 18 кэВ, энергия, передаваемая электрону ~ 1 кэВ, поэтому энергией связи электрона в атоме ~ 1 эВ можно пренебречь. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами сохранения этих величин.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц (рис. 4.21) – налетающего фотона, обладающего импульсом $p_\gamma = h\nu/c$ и энергией $E_\gamma = h\nu$, с покоящимся свободным электроном, энергия покоя которого $W_0 = m_0c^2$, где m_0 – масса покоя электрона. Фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается).

Импульс и энергия рассеянного фотона описываются выражениями:

$$p_\gamma' = \frac{h\nu'}{c}, \quad E_\gamma' = h\nu'. \quad (4.48)$$

Электрон, ранее покоившийся, приобретает импульс $p_e = m_0v$, энергию $W = mc^2$ и приходит в движение – испытывает отдачу.

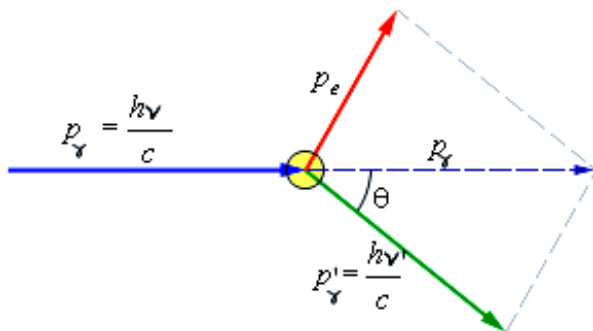


Рис. 4.21. Закон сохранения импульса при рассеянии фотона на свободном электроне

При каждом таком столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса.

$$W_0 + E_\gamma = W + E_{\gamma'}, \quad (4.49)$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{\gamma'} + \vec{p}_e. \quad (4.50)$$

Подставляя в выражения (4.49), (4.50) формулы для энергий и импульсов фотона и электрона и используя теорему косинусов для определения импульса электрона в соответствии с рис. 4.21, получим

$$m_0c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu', \quad (4.51)$$

$$(mv)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2} \nu\nu' \cos\theta. \quad (4.52)$$

Перепишем равенство (4.51) в виде:

$$mc^2 = m_0c^2 + h\nu - h\nu',$$

и возведя его в квадрат, запишем

$$m^2c^4 = m^2_0c^4 + h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + 2hm_0c^2(\nu - \nu'). \quad (4.53)$$

Вычитая из равенства (4.53) равенство (4.52), умноженное на c^2 , получим

$$m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2 = m_0^2 c^4 + h^2 v^2 + h^2 v'^2 - 2h^2 v v' + 2hm_0 c^2 (v - v') - h^2 v^2 - h^2 v'^2 + 2h^2 v' v \cos \theta. \quad (4.54)$$

Масса электрона отдачи связана с его скоростью соотношением:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad \text{или} \quad m^2 (c^2 - v^2) = m_0^2 c^2. \quad (4.55)$$

Учитывая (4.55), на основании (4.54) получим

$$m_0 c^2 (v - v') = h v' v (1 - \cos \theta). \quad (4.56)$$

Поскольку $v = c / \lambda$, $v' = c / \lambda'$, $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$, получим

$$m_0 c^2 (c / \lambda - c / \lambda') = (h c^2 / \lambda \lambda') (1 - \cos \theta), \quad \text{или окончательно}$$

$$\Delta \lambda = (\lambda' - \lambda) = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (4.57)$$

Выражение (4.57) совпадает с формулой, полученной Комптоном в эксперименте.

Наличие в составе рассеянного излучения несмещенной линии (излучения первоначальной длины волны) можно объяснить следующим образом. При рассмотрении механизма рассеяния предполагалось, что фотон соударяется лишь со свободным электроном. Однако если электрон сильно связан с атомом, как это имеет место для внутренних электронов (особенно в тяжелых атомах), то фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Так как масса атома по сравнению с массой электрона очень велика, то атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона. Поэтому в данном случае длина волны рассеянного излучения практически не будет отличаться от длины волны падающего излучения.

Из приведенных рассуждений следует также, что эффект Комптона не может наблюдаться в видимой области спектра, поскольку энергия фотона видимого света сравнима с энергией связи электрона с атомом, при этом даже внешний электрон нельзя считать свободным. **Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако из-за большой массы протона его отдача просматривается лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.**

Эффект Комптона, как и фотоэффект, обусловлен взаимодействием фотонов с электронами. В первом случае фотон рассеивается, во втором – поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фотоэффект – со связанными электронами. При столкновении фотона со свободным электроном не может произойти поглощение фотона, так как это находится в противоречии с законами сохранения импульса и энергии. Поэтому при взаимодействии фотонов со свободными электронами может наблюдаться только их рассеяние, т. е. эффект Комптона.

На рис. 4.22 показаны экспериментальные результаты по наблюдению комптоновского рассеяния на мишени из графита, имеющего электрон, слабо связанный с ядром атома. С увеличением угла θ все более отчетливо проявляется сигнал (правый на рисунке), связанный с комптоновским рассеянием.

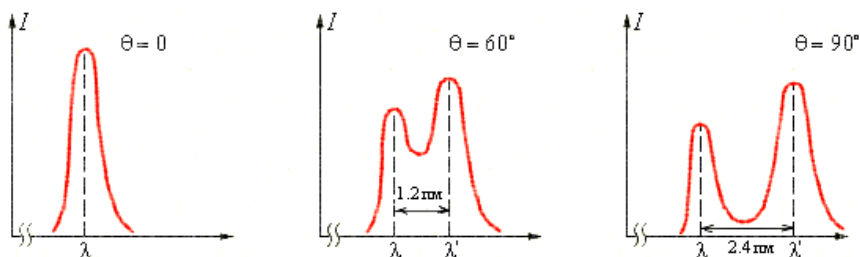


Рис. 4.22

Левый пик соответствует длине волны падающего фотона (в данном случае так называемая K_α – линия молибдена). Это те фотоны, которые без изменения рассеиваются на электронах внутренних оболочек. На первом графике комптоновское рассеяние отсутст-

вует, $\theta = 0^\circ$. На втором при $\theta = 60^\circ$ появляется пик, связанный с комптоновским рассеянием, далее, с ростом угла рассеяния при $\theta = 90^\circ$ пик сдвигается по горизонтальной оси пропорционально увеличению длины волны (согласно формуле), что соответствует его лучшей разрешимости.

Для наблюдения эффекта Комптона необходимо выполнение двух условий:

1. Длина волны рассеиваемого излучения должна быть сравнима с комптоновским сдвигом (в рассматриваемом опыте $\lambda = 0,71 \text{ \AA}$, а $\Delta\lambda = 0,02 \text{ \AA}$, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$). Этому условию удовлетворяет излучение рентгеновского диапазона.

2. Рассеяние должно происходить на электронах минимально связанных с ядрами атомов мишени, то есть на электронах, максимально удаленных от ядра атома. Для выполнения этого условия экспериментаторами выбирались характерные вещества-мишени.

4.6. Корпускулярно-волновой дуализм света. Свойства фотонов

Явления интерференции, дифракции, поляризации света от обычных источников света неопровержимо свидетельствуют о волновых свойствах света. В свою очередь, закономерности теплового излучения тел, фотоэффекта, эффекта Комптона и ряда других неоспоримо свидетельствуют о том, что свет ведет себя не как непрерывная, протяженная волна, а как поток «сгустков» (порций, квантов) энергии, т. е. как поток частиц – фотонов.

Фотон обладает энергией

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad \nu = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{hc}{E}, \quad (4.58)$$

определяемой только его частотой ν или длиной волны λ , и импульсом

$$E = mc^2 = h\nu, \quad p = mc, \quad p = \frac{E}{c} = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mc}. \quad (4.59)$$

Энергия фотона E может быть выражена в электрон-вольтах. Длине волны $\lambda = 555 \text{ нм}$ соответствует энергия фотона $E = 2,23 \text{ эВ}$.

Для рентгеновских лучей с длиной волны $10^{-4} < \lambda < 8 \cdot 10^2 \text{ \AA}$ энергия фотона $15 \text{ эВ} < E < 100 \text{ МэВ}$.

Согласно теории относительности частица с энергией E обладает массой

$$E = mc^2, \quad m = \frac{E}{c^2}. \quad (4.60)$$

Подставив значение E , получим для массы фотона выражение:

$$m = \frac{\hbar\omega}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (4.61)$$

Фотон – это частица, движущаяся со скоростью c . Согласно теории относительности

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (4.62)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

Подстановка в формулу (4.62) значения $v = c$ обращает знаменатель формулы в нуль. Вместе с тем, как следует из (4.61), масса фотона конечна. Это возможно только в том случае, если масса покоя m_0 равна нулю. **Фотон – частица, существенно отличающаяся от таких частиц, как электрон, протон и нейтрон, которые обладают ненулевой массой покоя и могут находиться в состоянии покоя. Фотон не имеет массы покоя и может существовать, только двигаясь со скоростью c как в вакууме, так и в среде.**

В таких явлениях, как интерференция и дифракция, свет проявляет себя как волна, а в таких явлениях, как фотоэффект, эффект Комптона, свет проявляет себя как частица. Следовательно, **свет имеет двойственную структуру, называемую корпускулярно-волновым дуализмом.** Свет представляет собой более сложный элемент реальности, чем просто волна или просто частица. Волновой и корпускулярный аспекты поведения света – это разные стороны его природы, проявляющиеся в разных экспериментах.

На первых этапах развития квантовой механики Бор выдвинул принцип дополнительности, согласно которому для объяснения конкретного эксперимента следует использовать либо волновые, либо корпускулярные представления о природе света, но не те и другие одновременно. Однако для полного понимания природы света необходимо учитывать как волновые, так и корпускулярные свойства света. Оба эти аспекта взаимно дополняют друг друга.

Проиллюстрируем на примере опыта Юнга, как осуществляется согласование волновых и корпускулярных свойств света. Распределение интенсивности в интерференционной картине на экране, образующейся в результате наложения волн от двух щелей, определяется квадратом амплитуды колебаний электрического вектора волны. С другой стороны, освещенность участков экрана пропорциональна вероятности попадания фотонов на этот участок. Следовательно, **квадрат амплитуды колебаний электрического вектора в точке экрана характеризует плотность вероятности обнаружения фотона в данной точке.**

Таким образом, **свет сочетает в себе непрерывность волн и дискретность частиц, т. е. имеет корпускулярно-волновую природу.** В заключение укажем, что последовательной теорией световых явлений является квантовая электродинамика.

5. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ, АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

5.1. Гипотеза де Бройля. Волновые свойства вещества

Установление корпускулярно-волновой природы света привело к пересмотру основ квантовой теории и представлений о природе элементарных частиц (электронов, протонов и т. п.). Возник вопрос о том, насколько исчерпывающим является представление электрона в виде малой механической частицы, характеризуемой определенными координатами и определенной скоростью.

В 1924 г. де Бройль выдвинул смелую гипотезу, что дуализм не является особенностью одних только оптических явлений, но имеет универсальное значение.

«В оптике, – писал он, – в течение столетия слишком пренебрегали корпускулярным способом рассмотрения по сравнению с волновым; не делалась ли в теории вещества обратная ошибка?»

Волновые свойства частиц вещества иллюстрирует рис. 5.1.



Рис. 5.1

Допуская, что частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые, де Бройль перенес на случай частиц вещества те же правила перехода от одной картины к другой, которые справедливы в случае света.

Электрон движется со скоростью $v < c$ и его импульс

$$p = m_e v, \quad m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.1)$$

Таким образом, соотношение де Бройля сопоставляет электрону с импульсом p длину волны

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{m v}, \quad \omega = \frac{E}{\hbar}. \quad (5.2)$$

Впервые гипотеза де Бройля получила подтверждение в опытах Дэвиссона-Джермера (1927 г.) по наблюдению дифракции электронов на ячейках кристаллической решетки. Мы рассмотрим дифракцию электронов на двух щелях (аналог опыта Юнга). Этот опыт, схематически представленный на рис. 5.2, был проведен в 1961 г. немецким физиком Йонссоном.

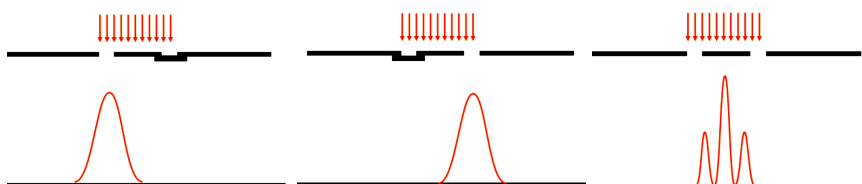


Рис. 5.2. Опыты Йонссона по наблюдению дифракции электронов

Вначале поток электронов пропускался через левую щель при закрытой правой (слева на рисунке), затем – через правую щель при закрытой левой (в центре) и, наконец, через обе открытые щели (справа на рисунке). В последнем случае была получена дифракционная картина, типичная для интерференции электромагнитных волн.

Дифракция наблюдается, если направлять не только поток большой совокупности электронов, но и электроны по одиночке так, чтобы каждый электрон проходил через прибор независимо от других. Среднее время между прохождением двух электронов через прибор примерно в 30 000 раз превышало время прохождения электрона через прибор. При длительной экспозиции была получена такая же дифракционная картина, как и при короткой экспозиции электронного потока большой плотности. Этот опыт показывает, что **волновые свойства присущи каждому электрону в отдельности.**

Как и в случае фотонов, дифракция одного электрона не дает всей системы точек, которая получается в результате дифракции потока электронов. След от одного электрона, прошедшего дифракционную решетку-кристалл, окажется лишь в одной из тех точек, которые разрешаются условиями дифракции.

Корпускулярная сторона природы электрона состоит в том, что он не может «расплыться» по всем направлениям, для которых удовлетворяются условия дифракции, его действие обязательно проявится лишь в одном месте на экране.

Волновая природа электрона состоит в том, что нельзя сказать, в каком именно месте проявится это действие. Можно говорить лишь о вероятности появления электрона в данной точке пространства.

Современная теория позволяет лишь вычислить, какова вероятность того, что действие электрона проявится в той или иной точке пластинки, т. е. **волны де Бройля описывают вероятность нахождения частицы в данной области пространства.** Вероятностный подход делает возможным достаточно точно судить о поведении большой совокупности электронов.

Таким образом, мы приходим к следующим заключениям о природе электрона:

1. Волновая природа электрона, проявляющаяся, в частности, в том, что электроны обнаруживают дифракцию, свидетельствует о невозможности представить электрон в виде «материальной точки» – маленькой дробинки, корпускулы. Электрон является сложным материальным образованием, сложной структурой, обладающей волновыми свойствами. Эта структура, очевидно, меняется в зависимости от условий, в которых находится электрон, т. е. в зависимости от характера его взаимодействия с окружающей материей. Так, очевидно, что области локализации электрона (т. е. области, в которой отлична от нуля амплитуда волны де Бройля) различны, когда электрон находится в атоме или проходит кристалл, взаимодействуя одновременно с тысячами атомов решетки.

2. Корпускулярная сторона природы электрона проявляется в том, что электрон действует всегда как единое целое, никогда не дробясь на части. Его неделимость не обусловлена его «точечностью» (так как он не материальная точка), но имеет гораздо более сложную природу, разгадка которой – дело будущего.

В настоящее время нет единой точки зрения в понимании природы соотношения корпускулярного и волнового аспектов. Рассмотрение этой проблемы выходит далеко за пределы общего курса физики. Сказанное выше должно лишь пояснить, почему **наличие корпускулярно-волновых свойств приводит к статистическому характеру описания поведения электрона, дающему возможность судить о его поведении лишь вероятностно.**

Все эти результаты свидетельствуют об особых свойствах микрочастиц, которые нельзя представить в виде малого ша-

рика или какого-либо другого локализованного объекта. Более того, как следует из теории, невозможно одновременно точно измерить координату и импульс частицы, можно говорить лишь о некоторых интервалах возможных значений этих величин. Данное утверждение выражает соотношение неопределенности Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar, \quad (5.3)$$

где Δx – неопределенность в измерении координаты;

Δp – неопределенность в измерении импульса частицы).

Такая запись соотношения неопределенностей означает, что произведение неопределенностей координаты и соответствующего ей импульса не может быть меньше величины порядка \hbar . Чем точнее определена одна из величин, x или p , тем больше становится неопределенность другой. Возможны состояния частицы, при которых одна из величин имеет вполне точное значение, но тогда вторая величина будет совершенно неопределенной. При определенных условиях понятия положения в пространстве и траектории оказываются приближенно применимыми к движению микрочастиц¹, подобно тому, как в приближении геометрической оптики оказывается справедливым закон прямолинейного распространения света.

Следует иметь также в виду, что волна де Бройля описывает движение материальной частицы, но не дает никаких сведений о том, что принято называть «структурой» частицы. Знание структуры электронов и других частиц позволило бы объяснить тождество их зарядов, масс покоя, характера взаимодействия с себе подобными частицами и частицами другой природы и т. д.

5.2. Волновая функция. Уравнение Шредингера

Обнаружение волновых свойств микрочастиц свидетельствует о том, что классическая механика не может дать правильного описания поведения подобных частиц. Возникла необходимость создать

¹ Микрочастицами называют элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны и другие частицы), а также сложные системы, образованные из элементарных частиц (молекулы, атомы, ядра атомов и т. д.), подчиняющиеся законам квантовой механики.

механику микрочастиц, которая учитывала бы также и их волновые свойства. Новая механика, созданная Шредингером, Гайзенбергом, Дираком и другими, получила название **волновой или квантовой механики**.

Основным уравнением квантовой механики является **уравнение Шредингера**. Подобно тому, как уравнения Максвелла или Ньютона не могут быть получены теоретически, а представляют собой обобщение большого числа опытных фактов, уравнение Шредингера также нельзя вывести из каких-либо известных ранее соотношений. Его следует рассматривать как исходное основное предположение, справедливость которого доказывается тем обстоятельством, что все вытекающие из него следствия самым точным образом согласуются с опытными фактами.

Состояние микрочастицы описывается в квантовой механике волновой функцией, которую принято обозначать буквой $\Psi(x, y, z, t)$. Она является функцией координат и времени и может быть найдена путем решения уравнения Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\Psi = i\hbar\frac{d\Psi}{dt}. \quad (5.4)$$

Это уравнение было установлено Шредингером в 1926 г. и называется временным уравнением Шредингера.

Здесь i – мнимая единица, $\hbar = h / 2\pi$, h – постоянная Планка, m – масса частицы, Δ – оператор Лапласа $\left(\Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \right)$,

U – потенциальная энергия частицы.

Как следует из уравнения (5.4), вид волновой функции Ψ определяется потенциальной энергией U , т. е., в конечном счете, характером тех сил, которые действуют на частицу.

Квантовомеханическое описание движения микрочастиц носит вероятностный характер. Соотношение между волновой функцией Ψ и описываемой ею частицей аналогично соотношению между световой волной и фотоном, квадрат амплитуды световой волны определяет вероятность попадания фотона в соответствующую точку пространства. Точно так же **квадрат модуля волновой функции для какой-либо точки пространства, умноженный на включаю-**

щий в себя эту точку элемент объема dV , определяет вероятность dP того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV :

$$A|\Psi|^2 dV = dP, \quad |\Psi|^2 = \Psi\Psi^*, \quad (5.5)$$

где A – некоторый коэффициент, который определяется из условия нормировки:

$$A \int_V \Psi\Psi^* dV = 1. \quad (5.6)$$

Вообще говоря, U есть функция координат и времени. Для стационарного (не меняющегося со временем) силового поля U не зависит явно от времени. В последнем случае волновая функция Ψ распадается на два множителя, один из которых зависит только от времени, второй – только от координат:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-i(E/\hbar)t}, \quad (5.7)$$

где E – полная энергия частицы.

Подстановка функции (5.7) в уравнение (5.4) дает:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi e^{-i(E/\hbar)t} + U\psi e^{-i(E/\hbar)t} = i\hbar\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\psi e^{-i(E/\hbar)t}. \quad (5.8)$$

Сокращая все члены этого уравнения на общий множитель $e^{-i(E/\hbar)t}$, получим дифференциальное уравнение, определяющее функцию ψ :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi = i\hbar\left(-\frac{iE}{\hbar}\right)\psi. \quad (5.9)$$

Произведя соответствующие преобразования, запишем окончательно

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (5.10)$$

Уравнение (5.10) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. Оно применимо для решения широкого круга задач квантовой механики.

Специфической особенностью этого уравнения является то, что оно имеет решения не при любых значениях энергии E , а лишь при определенных, называемых собственными значениями. Решения (функции ψ), соответствующие собственным значениям, называются собственными функциями задачи.

Совокупность собственных значений образует спектр возможных значений энергии. Если собственные значения образуют непрерывную последовательность, спектр будет сплошным, а если дискретную – дискретным. К примеру, частица, движущаяся в свободном пространстве, может обладать любой энергией. Ее энергетический спектр – **сплошной**. У частицы, которая движется в силовом поле, удерживающем ее в ограниченной области пространства, спектр собственных значений энергии оказывается **дискретным**. Примером может служить финитное (т. е. ограниченное) движение электрона в кулоновском поле ядра атома водорода.

Применение уравнения Шредингера для расчета поведения различных квантовомеханических систем (атомов, молекул, кристаллических ячеек и т. д.) с неизбежностью приводит **к квантованию энергии**, т. е. решение существует только в том случае, когда энергия системы принимает ряд определенных (фиксированных значений). Таким образом, **квантование энергии является основным свойством квантовомеханических систем.**

5.3. Микрочастица в потенциальной яме

Потенциальная яма есть область, в которой на частицу действует сила, удерживающая ее в этой области. Частица, кинетическая энергия которой меньше глубины ямы, покинуть ее не может. Термин «потенциальная яма» происходит от вида графика (рис. 5.3), изображающего зависимость потенциальной энергии частицы от координат, и применяется как в классической, так и в квантовой теории.

Рассмотрим одномерную потенциальную яму с бесконечно высокими стенками. Вся область изменения переменной x разобьем на три (рис. 5.3). Вероятность нахождения частицы в областях $x < 0$ и $x > a$ равна нулю, так что волновая функция в этих областях $\Psi(x) = 0$.

В центральной части мы положили для удобства $U(x) = 0$ (известно, что потенциальная энергия определена с точностью до константы).

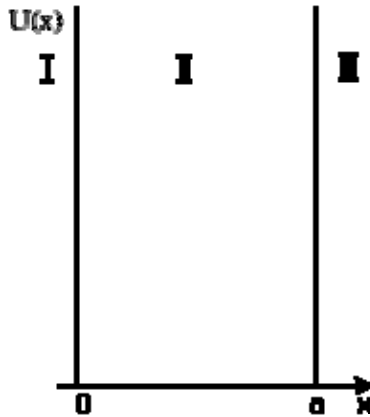


Рис. 5.3. Потенциальная энергия частицы как функция координаты.

Потенциальная энергия частицы, находящейся в яме, имеет вид:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & x > a, \end{cases} \quad (5.11)$$

где a – ширина ямы, а энергия отсчитывается от ее дна.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний записывается в виде:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (5.10')$$

По условию задачи (бесконечно высокие стенки) частица не проникает за пределы ямы, поэтому вероятность ее обнаружения за пределами ямы равна нулю. Следовательно, на границах ямы волновая функция должна обращаться в ноль:

$$\psi(0) = \psi(a) = 0. \quad (5.12)$$

В пределах ямы ($0 \leq x \leq a$) уравнение Шредингера сводится к уравнению:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0, \quad (5.13)$$

где m и E – масса и полная энергия частицы, соответственно.

Введем обозначение $k^2 = 2mE/\hbar^2$. Уравнение (5.13) запишется как

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0. \quad (5.14)$$

Решение уравнения (5.14) будем искать в виде:

$$\Psi(x) = A \sin(kx + \varphi), \quad (5.15)$$

где A , k и φ – произвольные постоянные, которые находятся из условий непрерывности волновой функции на границе ямы и условий нормировки.

Граничные условия (5.12): $\Psi(a) = A \sin(ka + \varphi) = 0$, $\Psi(0) = A \sin(\varphi) = 0$ будут выполнены при $\varphi = 0$ и $ka = n\pi$, где n – целое число. Отсюда с учетом явного вида k : $k^2 = 2mE/\hbar^2 = n^2\pi^2/a^2$ следует, что **энергия частицы принимает квантованные значения:**

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (5.16)$$

Значения энергии E_n называются ***уровнями энергии***, а число n , определяющее энергетические уровни частицы, называется ***главным квантовым числом***.

Собственные волновые функции частицы имеют следующий вид:

$$\Psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{a} x. \quad (5.17)$$

Постоянная A находится из условия нормировки:

$$1 = \int_0^a |\Psi|^2 dx = A^2 \int_0^a \sin^2 \left(\frac{\pi n}{a} x \right) dx = A^2 \frac{a}{2\pi n} \int_0^{\pi n} [1 - \cos 2y] dy = \quad (5.18)$$

$$A^2 \frac{a}{2\pi n} \left[\pi n - \frac{1}{2} \sin y \Big|_0^{\pi n} \right] = A^2 \frac{a}{2}, \quad A = \sqrt{\frac{2}{a}},$$

где $y = n\pi / a$.

Окончательно собственные волновые функции запишутся в виде:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (5.19)$$

Самым важным результатом является то, что возможны только такие состояния, для которых энергия частицы принимает одно из дискретных значений E_n , которые называются уровнями энергии. Говорят, что частица находится в квантовом состоянии n , если ее движение описывается волновой функцией $\Psi_n(x)$. Три первых уровня энергии, соответствующие им волновые функции $\Psi(x)$ и квадраты волновых функций изображены на рис. 5.4.

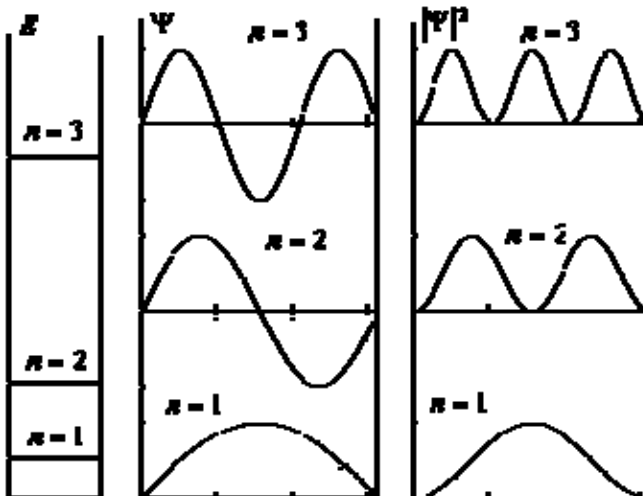


Рис. 5.4. Уровни энергии, волновые функции и распределение плотности вероятности по координате x

Состояние с минимальной энергией ($n = 1$) называют **основным**, остальные – **возбужденными**. Отметим, что энергия основного состояния в силу соотношения неопределенностей не равна нулю. Это общий результат квантовой механики, справедливый для всех ее задач и полностью чуждый классической механике.

Распределение плотности вероятности по координате $|\Psi(x)|^2$ неоднородно и зависит от n . Чем больше n , тем сильнее неоднородность. С классической точки зрения, на частицу в яме не действуют никакие силы, и она с равной вероятностью может находиться в любой точке.

Расстояние между соседними уровнями энергии

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} [(n+1)^2 - n^2] = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (2n+1). \quad (5.20)$$

Чем меньше масса частицы и ширина области движения, тем больше ΔE . Для электрона (масса порядка 10^{-30} кг) в атоме (размер порядка 10^{-10} м) получим $\Delta E_n \sim 10$ эВ, а для молекулы (масса $\sim 10^{-27}$ кг) в сосуде (размер порядка 10^{-1} м) $\Delta E_n \sim 10^{-20}$ эВ. В последнем случае (ширина ямы макроскопических масштабов) энергию молекулы можно считать непрерывно изменяющейся величиной.

Найдем еще относительное расстояние между уровнями:

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2} \sim \frac{1}{n} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (5.21)$$

При больших значениях квантового числа (большие возбуждения) дискретность состояний перестает проявляться. Фактически наблюдаем переход к непрерывному изменению энергии.

5.4. Строение атома. Модель Резерфорда

Представление об атомах как неделимых мельчайших частицах вещества возникло еще в античные времена (V в. до н. э.), но только в XVIII веке трудами Лавуазье, Ломоносова и других ученых было доказано их существование. Движение материи понималось как механическое перемещение атомов. Изменение химического состава слож-

ных веществ представлялось в виде взаимозамещения таких неизменных атомов, переходящих от одних соединений – молекул – к другим.

В XIX веке изучение атомистического строения вещества существенно продвинулось вперед. В 1833 году при исследовании явления электролиза Фарадей установил, что ток в растворе электролита – это упорядоченное движение заряженных частиц – ионов. Фарадей определил минимальный заряд иона, который был назван элементарным электрическим зарядом. Его приближенное значение оказалось равным $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл. На основании исследований Фарадея можно было сделать вывод о существовании внутри атомов электрических зарядов.

Большую роль в развитии атомистической теории сыграли работы Менделеева, создавшего в 1869 г. периодическую систему элементов и впервые поставившего вопрос о единой природе атомов. Важным свидетельством сложной структуры атомов явились спектроскопические исследования, которые привели к открытию линейчатых спектров атомов. В начале XIX века были открыты дискретные спектральные линии в излучении атомов водорода в видимой части спектра. Впоследствии, в 1885 г. Бальмером были установлены математические закономерности, связывающие длины волн этих линий.

В 1896 году Беккерель обнаружил явление испускания атомами невидимых проникающих излучений, названное радиоактивностью. В последующие годы явление радиоактивности изучалось многими учеными (Склодовская-Кюри, Кюри, Резерфорд и др.). Было обнаружено, что атомы радиоактивных веществ испускают три вида излучений различной физической природы (альфа-, бета- и гамма-лучи). Как выяснилось впоследствии, альфа-лучи – это поток положительно заряженных частиц (ядер атомов гелия), бета-лучи – поток электронов, а гамма-лучи – поток квантов жесткого рентгеновского излучения.

В 1897 году Томсон открыл электрон и измерил отношение e / m заряда электрона к массе. Опыты Томсона подтвердили вывод о том, что электроны входят в состав атомов.

Таким образом, **на основании всех известных к началу XX века экспериментальных фактов можно было сделать вывод о том, что атомы вещества имеют сложное внутреннее строение.** Они представляют собой электронейтральные системы, причем носителями отрицательного заряда атомов являются легкие электроны,

масса которых составляет лишь малую долю массы атомов. Основная часть массы атомов связана с положительным зарядом.

Перед наукой встал вопрос о внутреннем строении атомов.

Исторически одной из первых моделей строения атома была модель Томсона (1903 г.), согласно которой по всему объему атома с некоторой объемной плотностью распределен положительный заряд (рис. 5.5).

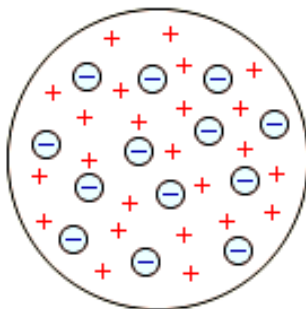


Рис. 5.5. Модель атома Томсона

Электроны погружены в эту среду из положительного заряда. Суммарный положительный заряд среды равен заряду электрона, так что атом в целом нейтрален. Электроны взаимодействуют с элементами положительно заряженной среды атома по закону Кулона. При отклонении электрона от положения равновесия возникают силы, которые стремятся возвратить его в положение равновесия. Благодаря этому возникают колебания электрона, которые обуславливают излучение атомов.

5.4.1. Опыты Резерфорда. Планетарная (ядерная) модель атома

Для того чтобы выяснить характер распределения положительных и отрицательных зарядов в атоме, было необходимо непосредственное опытное «зондирование» внутренних областей атома. Такое зондирование осуществили Резерфорд и его сотрудники с помощью α -частиц, наблюдая изменение направления их полета (рассеяние) при прохождении через тонкие слои вещества.

В своих опытах Резерфорд использовал α -частицы с кинетической энергией около 5 МэВ (скорость таких частиц очень велика – порядка 10^7 м/с, но все же значительно меньше скорости света). Напомним, что α -частицы – это полностью ионизированные атомы гелия (ядра гелия). Они были открыты Резерфордом в 1899 году при изучении явления радиоактивности. Этими частицами Резерфорд бомбардировал атомы тяжелых элементов (золото, серебро, медь и др.).

Электроны, входящие в состав атомов, вследствие малой массы не могут заметно изменить траекторию α -частицы, т. к. масса α -частицы, состоящей из 2 нейтронов и 2 протонов, приблизительно в 7300 раз больше массы электрона. Рассеяние, то есть изменение направления движения α -частиц, может вызвать только тяжелая положительно заряженная часть атома. Схема опыта Резерфорда представлена на рис. 5.6).

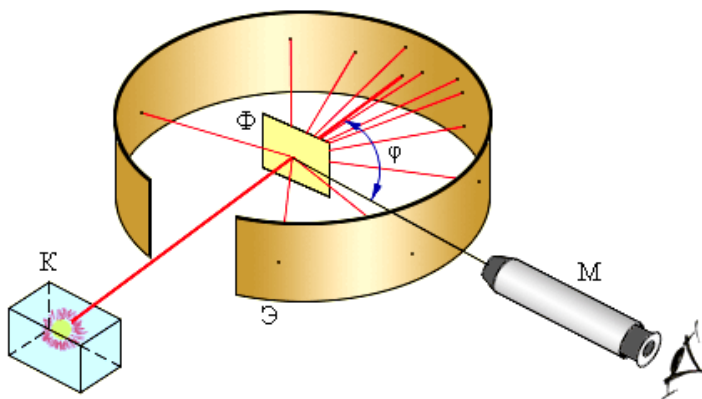


Рис. 5.6. Схема опыта Резерфорда по рассеянию α -частиц (слева): К – свинцовый контейнер с радиоактивным веществом; Э – экран, покрытый сернистым цинком; Ф – золотая фольга; М – микроскоп

Внутри полости К, сделанной в куске свинца, помещалось радиоактивное вещество, служившее источником α -частиц, которые могли выходить наружу лишь через узкое отверстие. На пути получившегося таким способом узкого пучка α -частиц располагалась тонкая металлическая фольга Ф. При прохождении через фольгу α -частицы отклонялись от первоначального направления движения

на различные углы φ . Рассеянные α -частицы ударялись об экран, покрытый сернистым цинком, и вызываемые ими сцинтилляции. (Сцинтилляцией называется вспышка света, производимая заряженными частицами при ударе их о вещество, способное люминесцировать) наблюдались в микроскоп.

Микроскоп М и экран Э можно было вращать вокруг оси, проходящей через центр рассеивающей фольги, и устанавливать таким образом под любым углом φ . Весь прибор помещался в вакуумную камеру, чтобы устранить торможение α -частиц за счет столкновений с молекулами воздуха.

Было обнаружено, что большинство α -частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения. Однако небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие 30° . Очень редкие α -частицы (приблизительно одна на десять тысяч) испытывали отклонение на углы, близкие к 180° .

Таким образом, Резерфорд и его сотрудники пришли к **выводу, что в центре атома находится плотное положительно заряженное ядро, диаметр которого $\sim 10^{-15}$ м. Ядро занимает только 10^{-15} часть полного объема атома, но содержит весь положительный заряд и не менее 99,95 % его массы.**

Веществу, составляющему ядро атома, следовало приписать колоссальную плотность порядка $\rho \approx 10^{17}$ кг/м³. Заряд ядра должен быть равен суммарному заряду всех электронов, входящих в состав атома. Впоследствии удалось установить, что если заряд электрона принять за единицу, то заряд ядра в точности равен номеру данного элемента в таблице Менделеева.

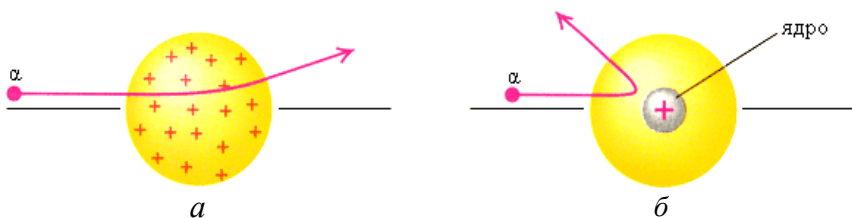


Рис. 5.7. Рассеяние α -частицы в атоме Томсона (а) и в атоме Резерфорда (б)

Радикальные выводы о строении атома, следовавшие из опытов Резерфорда, заставляли многих ученых сомневаться в их справед-

ливости. Не был исключением и сам Резерфорд, опубликовавший результаты своих исследований только в 1911 г. через два года после выполнения первых экспериментов. Опираясь на классические представления о движении микрочастиц, Резерфорд предложил **планетарную (ядерную) модель атома**.

Согласно этой модели, в центре атома располагается положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома. Атом в целом нейтрален. Вокруг ядра, подобно планетам, под действием кулоновских сил со стороны ядра, описывая замкнутые траектории, вращаются электроны. Находясь в состоянии покоя электроны не могут, т. к. такая система была бы неустойчивой, и электроны упали бы на ядро. **Но поскольку в этом случае электрон будет двигаться с ускорением, в связи с чем, согласно классической электродинамике, он должен непрерывно излучать электромагнитные волны.** Процесс излучения сопровождается потерей энергии, так что электрон должен в конечном счете упасть на ядро. На рис. 5.8, *а*, *б* показана модель атома Резерфорда, а на рис. 5.8, *в* – траектория движения электрона, теряющего энергию в результате излучения.

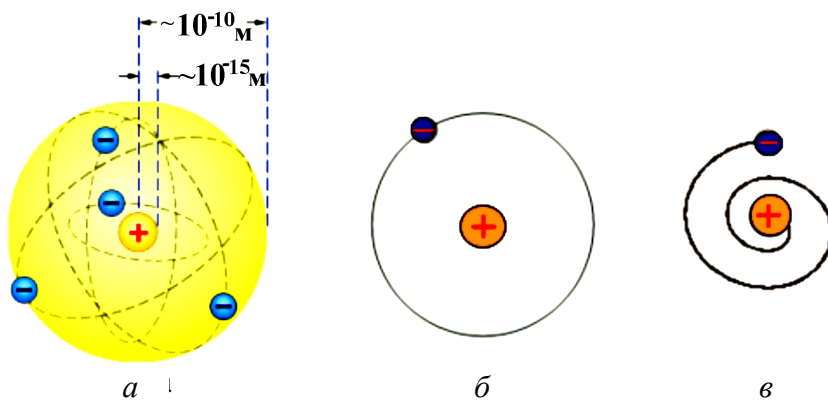


Рис. 5.8

На рис. 5.9 приведена фотография кластера бензола C_6H_6 , содержащего атомы водорода, полученная с помощью электронного микроскопа (*а*), и теоретическая модель этого кластера (*б*). Черточки на рисунке (*а*) показывают расположение атомов водорода.

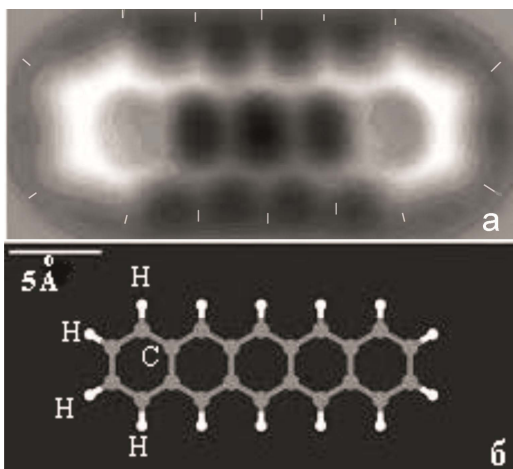


Рис. 5.9

5.4.2. Постулаты Бора. Теория атома водорода

Ядерная модель атома Резерфорда в сочетании с классической механикой и электродинамикой оказалась неспособной объяснить ни устойчивость атома, ни дискретный характер атомного спектра. Выход из создавшегося тупика был найден в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором, правда, ценой введения предположений, противоречащих как классической механике, так и классической электродинамике. Допущения, сделанные Бором, содержатся в двух высказанных им постулатах.

1-й постулат Бора. Из бесконечного множества электронных орбит, возможных для электрона с точки зрения классической механики, осуществляются в действительности только те из них, для которых момент количества движения электрона p равен целому кратному от величины \hbar , $\hbar = h/2\pi$:

$$p = m_e v r = n \hbar, \quad (5.22)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ – целое число.

Электрон, находящийся на одной из этих орбит, называемых стационарными, не излучает электромагнитных волн, несмотря на то,

что он движется с ускорением. Число n называется главным квантовым числом.

2-й постулат Бора. Излучение испускается или поглощается атомом в виде светового кванта энергии $h\nu$ при переходе электрона из одного стационарного (устойчивого) состояния в другое. Энергия светового кванта $h\nu$ равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается квантовый скачок электрона:

$$h\nu = \hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1}. \quad (5.23)$$

Рассмотрим электрон, движущийся в поле атомного ядра атома водорода, заряд которого $Z = 1$. В случае $Z \neq 1$ такая система (с одним электроном) будет соответствовать водородоподобному иону, т. е. атому с порядковым номером Z , из которого удалены все электроны, кроме одного. Согласно второму закону Ньютона произведение массы электрона m_e на его центростремительное ускорение v^2/r должно равняться кулоновской силе:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (5.24)$$

но согласно (5.22),

$$m_e v = \frac{n\hbar}{r}, \quad (5.25)$$

откуда следует, что

$$\frac{n^2 \hbar^2}{m_e r^3} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (5.26)$$

и что радиус допустимых (стационарных) электронных орбит в атоме может принимать лишь ряд дискретных значений:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} n^2 = r_1 n^2, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (5.27)$$

Для первой орбиты водородного атома, называемой боровской орбитой, ($n = 1$) получается

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e} = 0,529 \text{ \AA}, \quad (5.28)$$

т. е. величина порядка газокинетических размеров атома.

Рассчитаем внутреннюю энергию атома, соответствующую стационарным состояниям, которая складывается из кинетической и потенциальной энергии. Так как масса ядра во много раз больше массы электрона, то в первом приближении можно считать, что ядро неподвижно, и кинетическая энергия атома определяется движением электрона:

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2}. \quad (5.29)$$

Потенциальная энергия определяется произведением заряда электрона на потенциал ядра:

$$E_n = -e\varphi = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (5.30)$$

Таким образом, полная внутренняя энергия атома будет определяться выражением:

$$E = E_k + E_n = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (5.31)$$

Из (5.22) следует, что $m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, $\frac{m_e v^2}{2r} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r^2}$, $\frac{m_e v^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$,

откуда

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (5.32)$$

Подставив в (5.32) выражение r_n из (5.27), найдем разрешенные значения внутренней энергии атома:

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{32\pi\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}, \quad (5.33)$$

где $n = 1, 2, 3, 4 \dots$

При переходе атома водорода из состояния n_2 в состояние n_1 ($n_2 > n_1$) излучается фотон, энергия которого

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = E_{n_2} - E_{n_1} = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (5.34)$$

Формулу, описывающую частоты всех линий атома водорода,

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad \nu = \tilde{R} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (5.35)$$

где $\tilde{R} = 9,3 \cdot 10^{15}$ Гц, а также формулу для спектроскопических волновых чисел (величины, обратные длинам волн испускаемого света):

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2 c} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (5.36)$$

называют обобщенной формулой Бальмера. Множитель R (\tilde{R}) перед скобкой называют постоянной Ридберга:

$$R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2 c} = \frac{\tilde{R}}{c} = 1,09737317 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}. \quad (5.37)$$

Физический смысл постоянной Ридберга – это величина, пропорциональная энергии ионизации атома, т. е. энергии, необходимой для удаления электрона с основного уровня с минимальной энергией ($n_1 = 1$, $E \approx -13,6$ эВ), на бесконечно большое расстояние ($n_2 = \infty$, $E = 0$): $E_{\text{ион}} = hcR$.

Экспериментальные закономерности. Анализ эмпирического материала атома водорода показал, что отдельные линии в спектрах могут быть объединены в группы линий, которые принято называть сериями. В 1885 г. Бальмер обнаружил, что линии в видимой части спектра водорода можно представить следующей простой формулой:

Серия Бальмера ($n_1 = 2, n_2 = 3, 4, 5 \dots, n_2 = 2, 3, 4 \dots \infty$) – видимая часть спектра

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (5.38)$$

Затем были обнаружены и другие серии спектральных линий:

Серия Лаймана ($n_1 = 1, n_2 = 2, 3, 4 \dots \infty$) – ультрафиолетовая часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right); \quad (5.39)$$

Серия Пашена ($n_1 = 3, n_2 = 4, 5, 6 \dots \infty$) – инфракрасная часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2} \right); \quad (5.40)$$

Серия Бреккета ($n_1 = 4, n_2 = 5, 6, 7 \dots \infty$) – инфракрасная часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_2^2} \right); \quad (5.41)$$

Серия Пфунда ($n_1 = 5, n_2 = 6, 7, 8 \dots \infty$) – инфракрасная часть спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (5.42)$$

На рис. 5.10 показаны серии спектральных линий, а также шкала соответствующих значений энергии атома водорода.

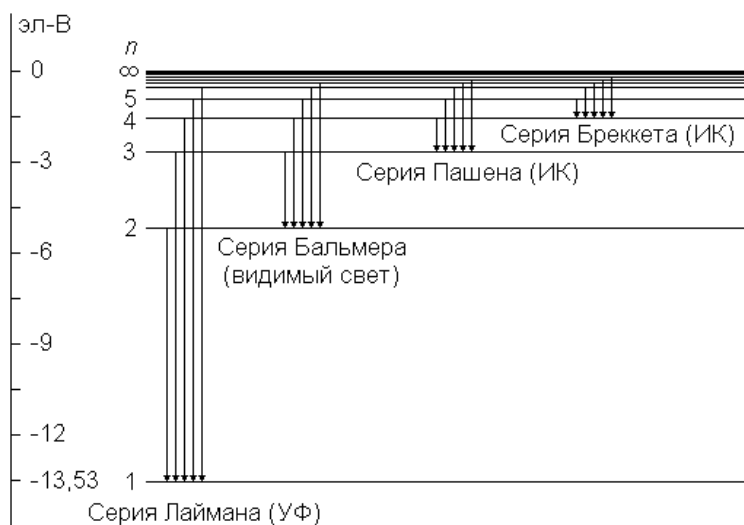


Рис. 5.10

Заметим, что первоначально спектральные закономерности излучения атома водорода были описаны на языке спектральных термов: $1/\lambda = T_{n_1} - T_{n_2}$, где $T_{n_1(n_2)} = \frac{R}{n_1^2(n_2^2)}$. При этом разности или суммы спектральных термов могут быть равны другим спектральным термам данного спектра. Из проведенного рассмотрения следует, что термы – это с точностью до множителя hc значения энергии электрона в стационарном состоянии.

Выводы теории Бора полностью совпали с опытными данными для водорода. Теория Бора была весьма крупным шагом в развитии теории атома. Она с полной отчетливостью показала неприменимость классической физики к внутриатомным явлениям и главенствующее значение квантовых законов в микромире. Изложенная выше элементарная теория применима для описания водородоподобных ионов, но для более сложных систем (начиная с атома гелия) она непригодна.

5.5. Спонтанное и вынужденное излучение. Лазеры

5.5.1. Спонтанное и вынужденное излучение

Развивая идеи Планка, Эйнштейн в 1905 г. предположил, что дискретный характер присущ не только процессам испускания и поглощения, но и самому свету, представляющему собой поток световых квантов – фотонов с энергией $h\nu = E_2 - E_1$. Квантовомеханическая система, как показано выше, обладает определенным набором значений энергии (уровней энергии). По теории Эйнштейна, возможны следующие типы переходов между энергетическими уровнями:

1. Спонтанное излучение (рис. 5.11, а). Атом исходно находится в возбужденном состоянии «2» и в некоторый случайный момент времени самопроизвольно, без внешнего воздействия, переходит в основное состояние «1», испуская фотон.

Вероятность этого процесса $P_{21}^{\text{сп}}$ пропорциональна числу атомов на верхнем энергетическом уровне N_2 и равна: $P_{21}^{\text{сп}} = A_{21}N_2$, где A_{21} – коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения, зависящий от квантовомеханических свойств вещества. Так как спонтанные переходы взаимно не связаны, то **спонтанное излучение некогерентно.**

2. Поглощение (рис. 5.11, б). Атом находится в основном состоянии «1», и, поглощая квант света, переходит в возбужденное состояние «2». Вероятность такого вынужденного $P_{12}^{\text{вын}}$ перехода пропорциональна плотности энергии электромагнитного поля I_0 на частоте перехода и коэффициенту Эйнштейна B_{12} для вынужденного поглощения, зависящему от конкретного сорта атомов: $P_{12}^{\text{вын}} = B_{12}I_0N_1$. При каждом акте поглощения **число фотонов уменьшается на единицу.**

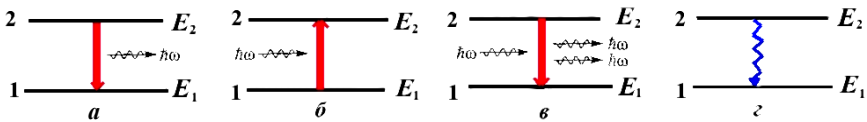


Рис. 5.11. Механизмы переходов между двумя энергетическими состояниями атома

3. Вынужденное излучение (рис. 5.11, в). Переход атома из состояния «2» в состояние «1» происходит под действием резонансного кванта света и сопровождается излучением точно такого же кванта. Вероятность вынужденного излучения $P_{21}^{\text{вын}}$ определяется как $P_{21}^{\text{вын}} = B_{21}I_0N_2$, где B_{21} – коэффициент Эйнштейна для вынужденного испускания. Все фотоны, возникшие в результате вынужденного излучения, имеют одинаковую частоту, фазу, направление распространения и поляризацию, т. е. **вынужденное излучение когерентно**.

4. Безызлучательный переход (рис. 5.11, з) – это переход, не связанный с испусканием или поглощением фотонов. Атом может приобрести или отдать часть своей энергии и перейти в другое квантовое состояние в результате взаимодействия с другими атомами или молекулами (например, в результате неупругих столкновений). Так, при опустошении уровня E_2 в гелий-неоновом лазере важную роль играют соударения атомов неона со стенками газоразрядной трубки.

5.5.2. Лазер. Принцип работы лазера

Трудно найти пример открытия, которое оказало бы на науку и технику XX в. столь сильное влияние, как создание лазера (*light amplification by stimulated emission of radiation – усиление света посредством вынужденного излучения*). Сверхсильные световые поля и лазерный термоядерный синтез, сверхкороткие световые импульсы и сверхнизкие температуры, нелинейная оптика и лазерная спектроскопия, голография и оптическая связь, обработка материалов и оптический компьютер, лазерная медицина и контроль окружающей среды – вот лишь краткий перечень применений лазера, который находит все новые и новые сферы приложения.

Физической основой работы лазера служит квантовомеханическое явление вынужденного (индуцированного) излучения. Главная особенность этого излучения в том, что оно когерентно, т. е. имеет структуру, близкую к плоской монохроматической волне.

Для создания лазера необходимо наличие 1) **активной среды с инверсной населенностью**, способной генерировать излучение; 2) **резонатора для осуществления обратной связи** и многократного прохождения света через активную (усиливающую) среду, а также 3) **источника энергии для создания инверсной населен-**

ности в активной среде, так называемого, источника «накачки». Принципиальная схема лазера приведена на рис. 5.12.

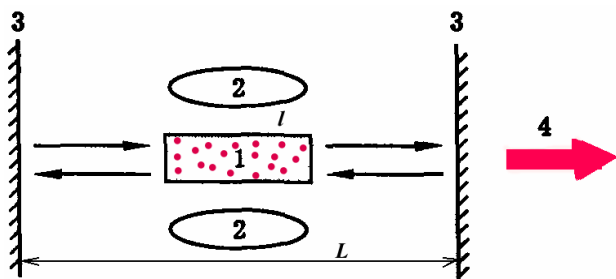


Рис. 5.12. Принципиальная схема лазера:
 1 – активный элемент; 2 – система накачки; 3 – оптический резонатор (резонатор Фабри-Перо); 4 – генерируемое излучение

В отличие от классической модели среды, поглощающей свет, квантовая модель предсказывает возможность экспоненциального усиления света в среде. Для этого необходимо создать **инверсию населенностей в активной среде, при которой населенность верхнего рабочего уровня превышает населенность нижнего уровня:**

$$N_2 > N_1.$$

Инверсию населенностей в лазерах создают разными способами. Чаще всего для этого используют облучение светом («оптическая накачка»), электрический разряд, электрический ток, химические реакции.

Для создания инверсной населенности необходимо наличие в активной среде **метастабильного (долгоживущего) уровня, расположенного выше основного уровня,** время пребывания на этом уровне электронов относительно велико ($10^{-2} - 10^{-4}$ с) что позволяет накопить на нем большое количество атомов. Возможность существования метастабильных уровней обусловлена тем, что переход электрона с такого уровня в основное состояние с излучением фотона маловероятен (запрещен правилами перехода).

Для того чтобы от режима усиления перейти к режиму генерации света, в лазере, как и в любом генераторе, используют **обратную**

связь, обеспечивающую многократное прохождение света через активную (усиливающую) среду. Обратная связь в лазере осуществляется с помощью **оптического резонатора**, который в простейшем случае представляет собой пару параллельных зеркал (линейный резонатор), но может состоять из 3 и 4 зеркал (кольцевой резонатор).

Лазер работает следующим образом. Сначала источник накачки (например, мощная лампа-вспышка), воздействуя на рабочее вещество (активный элемент) лазера, создает в нем инверсию населенностей. Затем инвертированная среда начинает спонтанно испускать кванты света. Под действием спонтанного излучения начинается **процесс вынужденного излучения света**. Благодаря инверсии населенностей этот процесс носит лавинообразный характер и приводит к экспоненциальному усилению света.

Потоки света, идущие в боковых направлениях, быстро покидают активный элемент, не успевая набрать значительную энергию. В то же время световая волна, распространяющаяся вдоль оси резонатора, многократно проходит через активный элемент, непрерывно набирая энергию. После многократного прохождения через активную среду усиление света достигает такого значения, при котором начинается процесс генерации (самовозбуждения) лазера. Благодаря частичному пропусканию света одним из зеркал резонатора, излучение выводится наружу, образуя лазерный луч.

В полном виде концепцию лазера разработали Басов и Прохоров в России, а также Таунс и Шавлов в США (Басов, Прохоров и Таунс в 1964 г. получили Нобелевскую премию «за фундаментальные работы в области квантовой электроники, которые привели к созданию осцилляторов и усилителей, основанных на принципе лазера-мазера»). Первый лазер на кристалле рубина создал в 1960 г. американский физик Мейман.

5.5.3. Условия генерации лазера

1. Энергетическое условие генерации.

Для самовозбуждения (генерации) лазера необходимо, чтобы усиление света за счет вынужденного излучения в инвертированной среде за один обход контура резонатора (из начальной точки в начальную) превышало величину потерь (в пороге генерации равня-

лось потерям). Математическое выражение энергетического условия генерации:

$$G_0 e^{kl} = f, \quad (5.43)$$

где G_0 – параметр накачки;

k – коэффициент усиления;

f – потери по энергии за полный обход светом контура резонатора (из начальной точки в начальную);

l – длина активной среды за один полный обход.

Потери связаны не только с выводом света из резонатора, т. е. с неполным отражением света одним из зеркал, но также с рассеянием на элементах резонатора.

2. Фазовое условие генерации состоит в том, что на длине резонатора за один полный обход должно укладываться целое число длин волн генерируемого излучения:

$$L = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.44)$$

где L – оптическая длина резонатора за полный обход.

При выполнении этого условия фазовый набег световой волны при полном обходе контура резонатора кратен величине 2π , что обеспечивает оптимальные условия для усиления света.

3. Поляризационное условие генерации заключается в том, состояние поляризации излучения должно воспроизводиться за один полный обход светом контура резонатора.

Поляризация генерируемого излучения в лазере определяется совокупным влиянием анизотропии активной среды и анизотропии резонатора. Анизотропия среды задается квантовомеханическими свойствами атомов и молекул активного вещества. Анизотропия резонатора создается помещением внутрь него анизотропных элементов.

Если анизотропия среды и резонатора одинаковая, например, круговая (линейная), то поляризация генерируемого излучения будет круговой (линейной). Если же анизотропия среды круговая, а резонатора линейная, то поляризация генерируемого излучения будет зависеть от соотношения величины анизотропии среды и резонатора.

Если анизотропия среды намного больше анизотропии резонатора, то поляризация генерируемого поля будет определяться средой. Если анизотропия резонатора намного больше анизотропии среды, что наиболее часто реализуется в лазерных приборах, то поляризация генерируемого поля будет определяться резонатором.

При сопоставимых по величине анизотропии среды и резонатора и сильно различающихся типах этой анизотропии (у среды – круговая, у резонатора – линейная) возможно нестационарное поведение поляризации, при котором ее состояние периодически изменяется от линейного к круговому и обратно.

В зависимости от вещества активной среды лазеры бывают газовыми, твердотельными, полупроводниковыми, волоконными, на красителях, и т. д. Рассмотрим в качестве примера принцип работы твердотельного рубинового и гелий-неонового газового лазеров.

Рубиновый лазер

Рубин представляет собой кристалл окиси алюминия Al_2O_3 , в котором часть атомов алюминия заменена ионами хрома Cr^{3+} (около 0,05 %), которые и являются источником лазерного излучения. Лазер на рубине работает в импульсном режиме на длине волны $\lambda = 694,3$ нм, мощность излучения может достигать 10^6 – 10^9 Вт. Исторически, это был первый действующий лазер, построенный Мейманом в 1960 г.

Рубиновый лазер работает по так называемой «трехуровневой» схеме. Накачка рубина осуществляется светом от мощной ксеноновой лампы-вспышки. Ионы хрома обладают сильным поглощением на двух широких полосах в сине-зеленой области спектра. Часть света лампы, которая соответствует по частоте этим полосам, переводит ионы Cr^{3+} на уровень E_3 , с которого происходит безызлучательный переход за время $\tau \approx 10^{-8}$ с на верхний лазерный **метастабильный уровень** E_2 с большим временем жизни ($\tau \approx 3 \cdot 10^{-3}$ с), что позволяет накопить на этом уровне большое количество атомов. Тем самым создается инверсная населенность между долгоживущим уровнем E_2 и основным состоянием, являющимся нижним лазерным уровнем. Далее ионы Cr^{3+} совершают переход с уровня E_2 на уровень E_1 , при котором генерируется излучение.

На рис. 5.13 показана схема энергетических уровней и конструкция лазера Меймана.

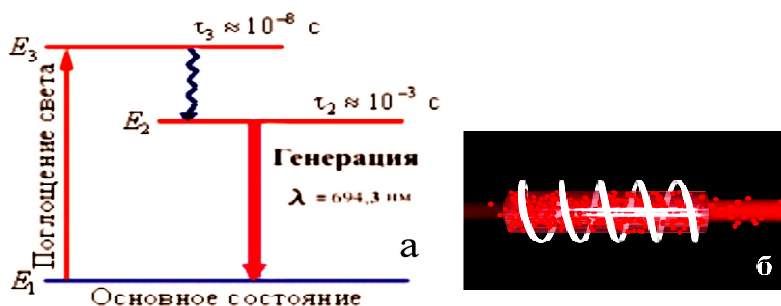


Рис. 5.13. Схема энергетических уровней ионов хрома в кристалле рубина (а), конструкция лазера Меймана (б)

Гелий-неоновый лазер

Одним из самых распространенных в настоящее время является газовый лазер на смеси гелия и неона. Общее давление в смеси составляет порядка 10^2 Па при соотношении компонент He и Ne примерно 10 : 1. Рабочим веществом, в котором возникает генерация, является неон. Гелий – буферный газ, он участвует в механизме создания инверсной населенности уровней неона.

Излучение He–Ne лазера обладает очень высокой монохроматичностью. Расчеты показывают, что спектральная ширина линии генерации He–Ne лазера составляет примерно $\Delta\nu \approx 5 \cdot 10^{-4}$ Гц. Время когерентности такого излучения оказывается порядка $\tau \approx 1 / \Delta\nu \approx 2 \cdot 10^3$ с, а длина когерентности $l = c\tau \approx 6 \cdot 10^{11}$ м, т. е. больше диаметра земной орбиты! Высокая монохроматичность, когерентность, направленность и стабильность излучения He–Ne лазера делают этот прибор совершенно незаменимым при решении многих научных и технических задач. Первый гелий-неоновый лазер был создан в 1961 году на длине волны $\lambda = 1,15$ мкм в США Джаваном, Беннетом и Эрриотом.

На рис. 5.14 представлена упрощенная схема уровней гелия и неона и механизм создания инверсной населенности лазерного перехода на длине волны $\lambda = 632,8$ нм (а), а также конструкция гелий-неонового лазера (б).

Вначале электроны в газоразрядной трубке возбуждают атомы гелия, которые, накапливаясь на метастабильном уровне (время жизни которого $\tau \approx 5 \cdot 10^{-6}$ с), передают энергию атомам неона, имеющим близкорасположенный долгоживущий уровень E_3 . Генерация

происходит на переходе $E_3 \rightarrow E_2$, а затем осуществляется переход атома Ne в основное состояние E_1 , главную роль в котором играют соударения атомов Ne со стенками газоразрядной трубки (т. е. происходит безызлучательный переход).

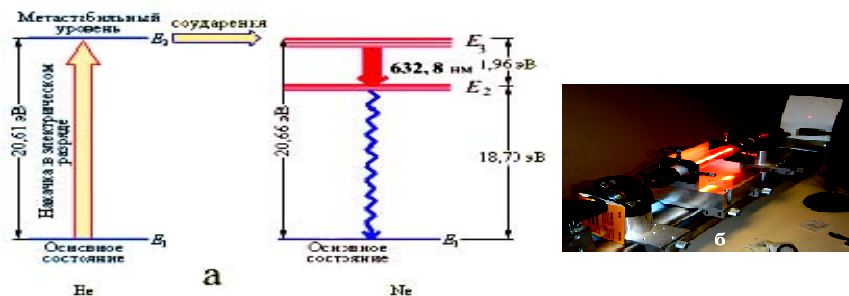


Рис. 5.14. Схема энергетических уровней (а) и конструкция гелий-неонового лазера (б)

Гелий-неоновый лазер работает в непрерывном режиме. В действительности, рабочие уровни E_3 и E_2 представляют собой полосы из большого числа тесно расположенных уровней. Поэтому в данном лазере помимо показанной на рис. 5.14 красной линии возможна генерация на 30–40 переходах в видимой и инфракрасной области спектра. На рис. 5.14 (справа) светящийся луч в центре – это не собственно лазерный луч, а электрический разряд, порождающий свечение, подобно тому, как это происходит в неоновых лампах. Лазерный луч проецируется на экран в виде светящейся красной точки.

5.6. Голография

5.6.1. Физические основы голографии

Голографией называется метод записи и последующего восстановления изображения предмета, основанный на явлениях интерференции и дифракции когерентных волн.

Термин «голография» происходит от двух греческих слов: «holos» – полный и «grapho» – пишу. То есть голография дословно означает **полная запись**, подчеркивая, что **голографический ме-**

год позволяет регистрировать не только интенсивность, но и фазу световой волны.

Основные идеи голографии были высказаны еще в 1920 г. Вольфке, а первая голограмма была изготовлена в 1947 г. Габором (Нобелевская премия 1971 г. за изобретение голографии). Для голографии существенна **когерентность** опорной волны и предметной волны, освещающей объект, поэтому первые качественные голограммы были получены лишь после создания лазера (Лейт и Упатниекс, 1961 г.). В 1962 году Денисюк продемонстрировал отражательные голограммы, которые восстанавливались белым (некогерентным) светом.

В обычной фотографии на фотопластинке фиксируется только часть информации о световом поле, а именно, пространственное распределение интенсивности света. Весьма важная для оптики информация о пространственном распределении фазы поля полностью теряется. В отличие от фотографии, голография позволяет записать и восстановить не двумерное распределение освещенности в плоскости снимка, а рассеянные предметом световые волны со всеми их характеристиками: амплитудой, фазой, частотой, направлением распространения.

Основная идея голографии заключается в том, чтобы зарегистрировать на фотопластинке не само световое поле, идущее от предмета, а **картину интерференции этого поля с когерентной опорной волной. Картина интерференции предметной и опорной волн, записанная на фотопластинку, называется голограммой.** Так как вид интерференционной картины зависит не только от амплитуд, но и от фаз интерферирующих полей, **на голограмме оказывается записанной вся информация о предметной волне – и амплитуда, и фаза поля.**

Для восстановления предметной волны достаточно осветить голограмму той же опорной волной. При дифракции опорной волны на голограмме одна из дифрагированных волн полностью идентична исходной волне, идущей от предмета. Попадая в глаз наблюдателя, эта волна будет вызывать в точности такие же эффекты, что и исходная волна, рассеянная предметом, т. е. будет практически неотличима от самого предмета.

Пусть опорная и предметная волны имеют вид:

$$E_1 = E_{01} \exp\left[i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r} + \varphi_{01})\right], \quad E_2 = E_{02} \exp\left[i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r} + \varphi_{02})\right], \quad (5.45)$$

где E_{01} , E_{02} – комплексные амплитуды с пространственно зависящей фазой, поляризационные эффекты учитывать не будем.

В результате интерференции этих волн поле возникает распределение интенсивности, которое определяется квадратом суммарной амплитуды:

$$I = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* = |E_1|^2 + |E_2|^2 + E_1E_2^* + E_2E_1^*. \quad (5.46)$$

Фотоотклик среды определяется этим же полем: $\varepsilon \sim \gamma I$, где коэффициент γ определяет фотохромные и фоторефрактивные свойства среды. Пространственно модулированные слагаемые $E_1E_2^*$ и $E_2E_1^*$ определяют голографические характеристики среды, $|E_1|^2$ и $|E_2|^2$ обуславливают квазиоднородную засветку. Осветим теперь эту среду волной E_1 . Тогда на выходе из среды получим, учитывая только интерференционные слагаемые:

$$E \sim \gamma E_2 E_1^* E_1 + \gamma E_1 E_2^* E_1. \quad (5.47)$$

Первое слагаемое в выражении (5.47) соответствует дифрагированной волне в направлении \vec{k}_2 , которая полностью идентична предметной волне. Второе слагаемое соответствует восстановленной волне E_2^* , распространяющейся навстречу волне E_2 и создающей действительное псевдоскопическое изображение предмета. При его рассмотрении глазом выпуклые места кажутся вогнутыми и наоборот.

5.6.2. Голограмма плоской волны

Рис. 5.15 иллюстрирует образование интерференционной картины (голограммы) при наложении двух плоских когерентных волн I (предметной) и II (опорной). В плоскости фотопластинки Φ волны I и II интерферируют и дают систему прямолинейных, параллельных и находящихся на равном расстоянии друг от друга интерференционных полос, параллельных ребру двугранного угла α_1 , образованного волнами I и II.

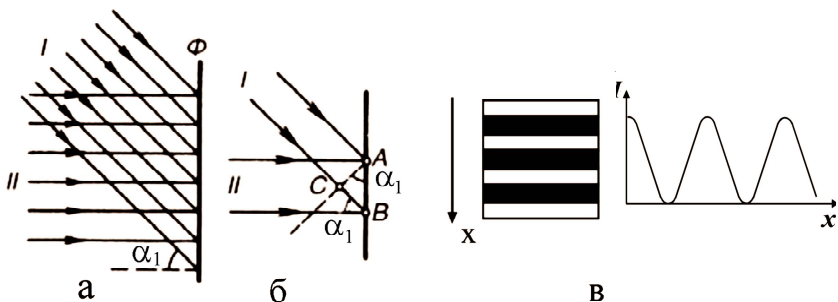


Рис. 5.15. Запись голограммы (а, б) и распределение максимумов и минимумов интенсивности на фотопластинке Φ (в)

Оптическая разность хода CB для волн I и II, образующих два соседних максимума в точках A и B, определяется как:

$$CB = AB \sin \alpha_1 = \lambda, \quad AB = \frac{\lambda}{\sin \alpha_1}. \quad (5.48)$$

Записанная на фотопластинку Φ голограмма подобна синусоидальной дифракционной решетке (в): освещенность в плоскости фотопластинки будет изменяться по закону $\cos^2 x$, где x – координата на пластинке (по аналогии со схемой двухлучевой интерференции). Если теперь осветить эту дифракционную решетку опорной волной II (рис. 5.16), то большая часть волны пройдет сквозь решетку, не отклоняясь от первоначального направления (нулевой максимум дифракции). Кроме того, возникают еще волны (максимумы \pm первого порядка): волна, отклоненная вниз I' и отклоненная вверх I'' , для которых углы дифракции определяются из условия: $d \sin \varphi = \pm \lambda$, $\sin \varphi = \pm \lambda / d$. Но так как период голографической дифракционной решетки $d = AB = \lambda / \sin \alpha_1$, то

$$\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{d} = \pm \frac{\lambda}{AB} = \pm \frac{\lambda \sin \alpha_1}{\lambda} = \pm \sin \alpha_1. \quad (5.49)$$

Таким образом, волна I' полностью идентична предметной волне I. Волна I'' и волны остальных главных максимумов (на рисунке не показаны) также воспроизводят информацию, зафиксированную в голограмме.

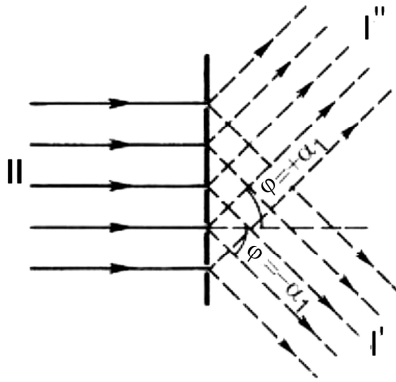


Рис. 5.16. Восстановление предметной волны I

5.6.3. Голограмма точки

Голограмма точки образуется в результате интерференции сферической (рассеянной точечным объектом) предметной волны I и плоской опорной волны II. Схема образования такой интерференционной картины приведена на рис. 5.17, а. Одна часть опорной волны II, излучаемой лазером, попадает на точечный объект А и рассеивается от него в виде сферической предметной волны I, а другая часть плоским зеркалом З направляется на фотопластинку Ф, где эти волны интерферируют.

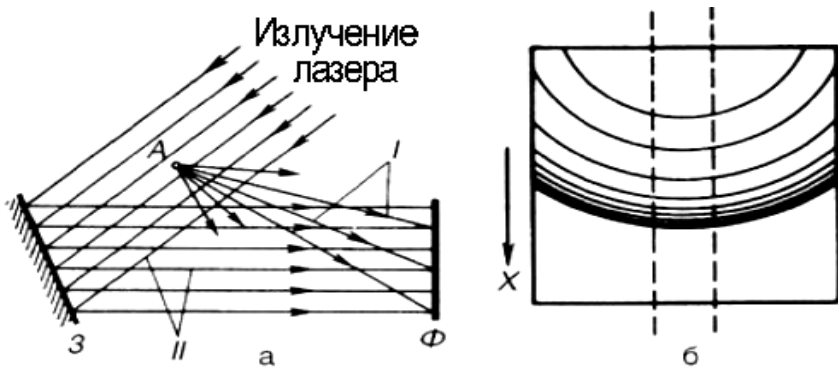


Рис. 5.17. Запись голограммы точки (а) и распределение максимумов и минимумов интенсивности на фотопластинке Ф (б)

На рис. 5.17, б изображена полученная голограмма, которая представляет собой систему светлых и темных колец, аналогичных кольцам зонной пластинки Френеля. Отличие состоит в том, что кольца расположены не эквидистантно, а сгущаются к низу пластинки.

Хотя в данном примере предметная волна является сферической, можно с некоторым приближением применить формулу (5.48) и заметить, что по мере увеличения угла α_1 (рис. 5.17, б) уменьшается расстояние AB между соседними полосами. Если вырезать из голограммы узкую полоску, показанную пунктирными линиями на рис. 5.17, б, то она будет подобна узкой дифракционной решетке, постоянная которой d уменьшается в направлении оси x . На такой решетке отклонение вторичных волн, соответствующих первому главному максимуму, будет возрастать по мере увеличения координаты x щели: d становится меньше, $|\sin\phi|$ – больше.

Таким образом, при восстановлении изображения плоской опорной волной дифрагированные волны уже не будут плоскими (см. рис. 5.18), т. к. угол 2ϕ между лучами, формирующими максимумы дифракционной картины порядков $m = \pm 1$, возрастает по мере увеличения координаты x . В результате прошедшие через решетку лучи будут расходящимися для порядка $m = +1$, давая мнимое изображение A' точки A , соответствующее реальной точке предмета A , и сходящимися для порядка $m = -1$, образуя действительное изображение A'' точки A .

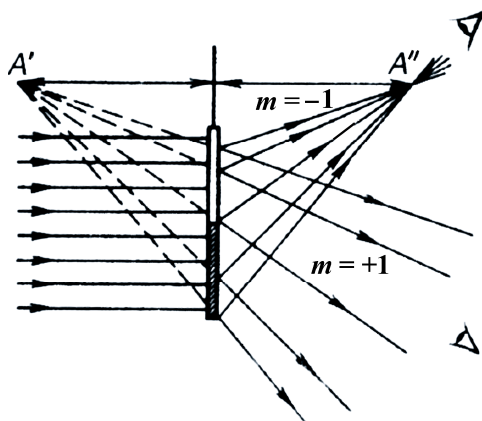


Рис. 5.18. Восстановление изображения точки

Так как рассеянные предметом волны попадают совместно с опорной волной на все точки голограммы, то все ее участки содержат информацию о предмете, и для восстановления изображения не обязательно использовать полностью всю голограмму. Следует, однако, заметить, что восстановленное изображение будет тем хуже, чем меньшую часть голограммы для этого применяют.

Любой предмет является совокупностью точек, поэтому рассуждения, приведенные для одной точки, могут быть обобщены и на голографию любого предмета. Голографические изображения объемны, и их зрительное восприятие ничем не отличается от восприятия соответствующих реальных предметов.

5.6.4. Схема Лейта и Упатниекса

Первые голограммы Габор получил, используя схему записи и восстановления, при которой действительное и мнимое изображения находились на одной прямой. Схема Лейта и Упатниекса лишена этого недостатка. Для получения голограммы (рис. 5.19, а) когерентный лазерный пучок делится на две части. Один пучок (сигнальный) освещает объект, а другой пучок (опорный) падает непосредственно на фотопластинку. Свет, отраженный объектом, образует объектный пучок, который также направляется на фотопластинку, где интерферирует с опорной волной. Картина интерференции записывается на фотопластинку и после проявления образует голограмму.

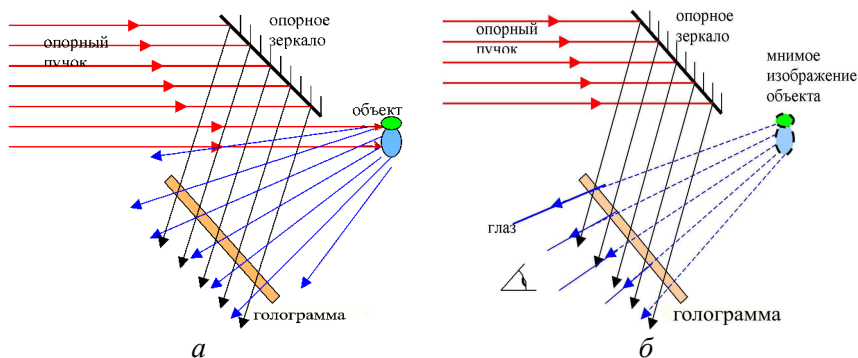


Рис. 5.19. Схема Лейта и Упатниекса для записи и считывания голограммы

Для восстановления светового поля, испускаемого объектом (рис. 5.19, б), голограмму просвечивают опорным пучком. Пучок дифрагирует на голограмме, в результате чего возникают дифрагированные волны, одна из которых точно повторяет по своей структуре объектную волну. Так происходит восстановление светового поля.

5.6.5. Голограммы Денисюка

Метод Денисюка (1962 г.) тесно связан с методом цветной фотографии Липпмана. Этот тип голограмм называют также толстослойными, объемными, отражательными голограммами или голограммами на встречных пучках.

Напомним, что для получения высококачественных цветных фотографий Липпман помещал достаточно толстую (несколько десятков микрон) фоточувствительную эмульсию на зеркало. Цветное изображение проецировалось на эту эмульсию, проходило сквозь нее и отражалось назад зеркалом. В результате интерференции падающей и отраженной световой волны в объеме эмульсии возникали светлые и темные области, примерно параллельные плоскости фоточувствительного слоя. Так как расстояние между интерференционными областями оказывалось порядка половины длины волны света, то в фоточувствительном слое помещалось десятки таких областей.

После фотографического проявления и фиксации в объеме фоточувствительного слоя оказывались зарегистрированными светлые области интерференционного поля в виде слабо отражающих поверхностей. Расстояние между этими поверхностями однозначно определялось локальным цветом регистрируемого изображения. Теперь если убрать зеркало и осветить этот слой белым светом, то отражаться от каждого участка слоя будет только тот цвет, для которого расстояние между отражающими поверхностями в этом месте равно половине длины волны.

При записи голограммы Денисюка когерентный пучок света, являясь одновременно опорным, проходит сквозь фотопластинку и рассеивается объектом (см. рис. 5.20). Объектный пучок распространяется почти навстречу опорному пучку и образует интерференционное поле в виде чередующихся светлых и темных областей, расстояние между которыми равно половине длины волны. В объ-

еме фоточувствительного слоя возникают слабо отражающие слои, форма и расположение которых определяется светлыми областями интерференционного поля, в котором «закодировано» распределение амплитуды и фазы излучения, отраженного объектом. Если теперь осветить такую фотопластинку (голограмму) пучком некогерентного белого света, то эффективно отражаться будет только свет с такой длиной волны, которая в 2 раза больше расстояния между отражающими слоями голограммы. Чем больше слоев, тем большим отражением и спектральной селективностью обладает голограмма. Отраженная волна является почти точной копией волны от объекта, которая записывала голограмму. Поэтому в отраженном свете мы видим мнимое объемное изображение объекта.

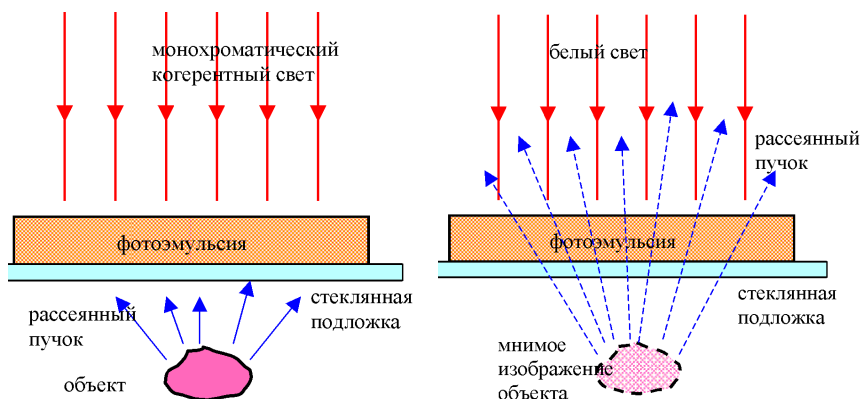


Рис. 5.20. Схема Денисюка для записи и считывания толстослойной голограммы

В Липпмановской фотографии для получения цветного изображения и его регистрации глазом используется некогерентный свет, при этом частично отражающие слои в фотоэмульсии «кодируют» локальный цвет изображения, а не кривизну волнового фронта. Поэтому Липпмановские фотографии не обладают эффектом объемности.

В голографии Денисюка для получения голограммы применяются источники когерентного света (лазеры), иногда даже несколько таких источников, когда хотят получить цветную голограмму. В этом случае частично отражающие слои «кодируют» фазу объектной волны, а при восстановлении голограммы белым (некогерентным) светом изображение получается объемным.

Отметим, что в то же время все точки фотографии находятся примерно на одинаковом расстоянии от наших глаз, поэтому не надо по-разному фокусировать хрусталик глаза на разные расстояния (аккомодация). Не используется бинокулярность зрения, связанная с тем, что для разных расстояний разные области сетчатки глаза являются сопряженными, т. е. дают единый (не раздвоенный) образ предмета. Объемность зафиксированного изображения оценивается глазом с использованием психологических критериев, как уменьшение размеров предмета при удалении, перекрывание близкими предметами более далеких предметов, менее четкое изображение более далеких и т. д. Именно указанные физиологические особенности зрения ответственны за ощущение объемности рассматриваемого пространства.

5.7. Атомное ядро. Ядерные реакции

В опытах Резерфорда по рассеянию α -частиц было показано, что при прохождении через тонкую золотую фольгу практически все α -частицы рассеиваются на углы порядка 1° (наиболее вероятный угол отклонения α -частиц составлял $0,87^\circ$), однако часть α -частиц, хотя и небольшая, рассеивается на углы $> 90^\circ$. Анализ экспериментов убедил Резерфорда в том, что наблюдавшиеся случаи отклонения α -частиц на большие углы могли быть результатом только однократного рассеяния, а не накопления большого числа рассеяний на малые углы.

Следовательно, в центре атома должно существовать массивное образование, несущее положительный заряд и обладающее размерами, много меньшими размеров атома. Так состоялось открытие атомного ядра.

В 1919 г. Резерфордом был открыт протон (от греч. *protos* – первый, первичный), а в 1932 г. Чадвиком был открыт нейтрон (от лат. *neutron* – ни тот, ни другой, нейтральный).

5.7.1. Атомное ядро и его характеристики

Состав атомного ядра

Ядра атомов состоят из двух видов элементарных частиц – протонов и нейтронов. Эти частицы носят название нуклонов. Протон (p) –

элементарная частица, которая обладает зарядом $+e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и массой $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг.

Масса может быть выражена в единицах энергии, т. е. $m = mc^2$:

$$m_p = 938,2 \text{ МэВ.}$$

Для сравнения укажем, что масса электрона, составляет

$$m_e = 0,511 \text{ МэВ.}$$

Из сопоставления (1) и (2) следует, что $m_p = 1836 m_e$.

Нейтрон – элементарная частица, заряд которой равен нулю, а масса очень близка к массе протона:

$$m_n = 939,5 \text{ МэВ.}$$

Разность масс нейтрона и протона составляет 1,3 МэВ, т. е. $2,5 m_e$.

Протоны и нейтроны имеют общее название – нуклоны.

Характеристики атомного ядра

Количество протонов Z , входящих в состав ядра, определяет его заряд, который равен Ze . Число Z называется атомным номером (оно определяет порядковый номер химического элемента в периодической таблице Менделеева) или зарядовым числом ядра. **Число нуклонов A (т. е. суммарное число протонов и нейтронов) в ядре называется массовым числом ядра.** Число нейтронов в ядре равно $N = A - Z$.

Для обозначения ядер применяется символ ${}_Z X^A$, где под X подразумевается химический символ данного элемента. Справа вверху ставится массовое число, слева внизу – атомный номер (последний значок часто опускают).

Большинство химических элементов имеет по несколько разновидностей – изотопов, отличающихся значениями массового числа A . Так, например, водород имеет три изотопа:

${}_1H^1$ – обычный водород, или протий ($Z = 1, N = 0$),

${}_1H^2$ – тяжелый водород, или дейтерий ($Z = 1, N = 1$),

${}_1H^3$ – тритий ($Z = 1, N = 2$).

Размеры и плотность атомного ядра

Все атомы имеют примерно одинаковые размеры, составляющие от **0,1 до 0,3 нм**, т. е. 2–6 боровских радиусов. Исключение составляет водород, радиус которого $r_0 = 0,053$ нм.

Говоря о размерах ядра, надо, конечно, всегда иметь в виду, что это довольно условная величина, т. к. ядро, как любая квантовомеханическая система, не имеет определенной границы в силу соотношения неопределенностей.

Тем не менее, во многих практически важных случаях ядро можно представлять себе в виде совокупности «плотно упакованных» нуклонов, имеющей форму шара с радиусом $R_{\text{я}}$ (рис. 5.21, а).

$$R_{\text{я}} = 1,2A^{1/3} \text{ фм}, \quad (5.50)$$

где A – массовое число.

Плотность нуклонов внутри ядра ρ

$$\rho = \frac{M_{\text{я}}}{(4/3)\pi R_{\text{я}}^3} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} A}{(4/3)\pi (1,2)^3 A} = 2,3 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3. \quad (5.51)$$

Она постоянна вплоть до $0,7 R_{\text{я}}$, после чего приблизительно линейно падает до нуля при $1,3 R_{\text{я}}$ (рис. 5.21, б).

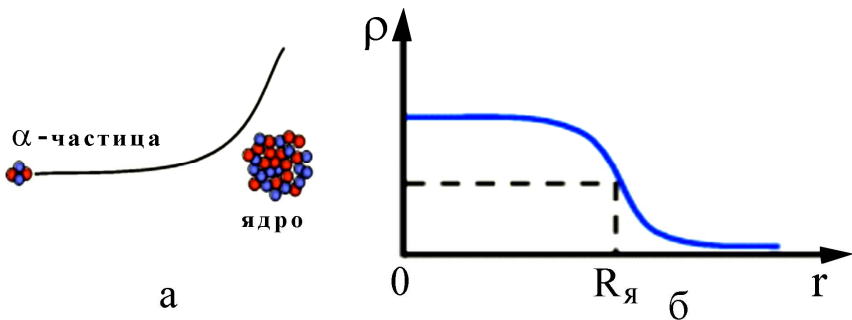


Рис. 5.21. Модель ядра в форме шара (а) и распределение плотности в зависимости от расстояния до центра ядра (б)

Как правило, нуклоны распределены в ядре сферически симметрично. Вместе с тем, известны случаи, когда распределение заряда в ядре имеет удлинненную или уплощенную форму, соответствующую вытянутым или сплюснутым эллипсоидам.

5.7.2. Физическая природа сил, действующих внутри ядра

Силой, обеспечивающей устойчивую структуру атомов, является **кулоновское притяжение** отрицательно заряженных электронов к положительно заряженному ядру.

1. Ядерные силы

Протоны и нейтроны удерживаются в ядре в результате так называемых ядерных сил, которые являются проявлением наиболее интенсивного из фундаментальных взаимодействий элементарных частиц – сильного взаимодействия.

Наличие такого взаимодействия было подтверждено опытами Резерфорда по рассеянию α -частиц на ядрах легких атомов. На расстояниях пролета α -частицы от ядра, больших 3 фм ($1 \text{ фм} = 10^{-15} \text{ м}$), наблюдалось кулоновское расталкивание, а на расстояниях, меньших 3 фм, – притяжение протонов. Размер протона $\sim 1 \text{ фм}$. Именно это расстояние является характерным для области сильного взаимодействия.

Опыт показывает, что сильные взаимодействия не влияют на электроны и не зависят от заряда частиц. Они примерно одинаковы для любой пары нуклонов (протон-протон, нейтрон-нейтрон, протон-нейтрон), так что по отношению к ядерным взаимодействиям протоны и нейтроны тождественны. Именно поэтому им дано общее название – «нуклоны». Из опыта следует также, что ядерные силы можно считать потенциальными, причем на расстояниях порядка 0,4–2 фм нуклоны притягиваются друг к другу, а на расстояниях, меньших 0,4 фм, сильно расталкиваются.

Согласно современным представлениям, ядерные силы носят обменный характер: они обусловлены обменом мезонами между нуклонами ядра. Мезоны в данном случае являются квантами сильного поля. Нуклон на короткое время (как говорят, виртуально) испускает мезон, который поглощается другим нуклоном. В свою очередь, этот второй нуклон испускает мезон, который поглощается первым. Такой «обмен» мезонами и приводит к возникновению сильного взаимодействия между нуклонами – к ядерным силам.

2. Кулоновские силы

Положительно заряженные протоны расталкиваются внутри ядра, противодействуя сильному взаимодействию, благодаря которому осуществляется связь между нуклонами. Это отталкивание

начинает играть существенную роль на расстояниях, больших нескольких фемтометров и служит причиной того, что более тяжелые атомы периодической системы элементов по мере роста атомного номера оказываются менее устойчивыми.

5.7.3. Масса и энергия связи ядра. Ядерные реакции

Масса ядра всегда меньше суммы масс входящих в него частиц:

$$M_{\text{я}}c^2 < \sum_i m_i c^2, \quad M_{\text{я}}c^2 + \Delta mc^2 = \sum_i m_i c^2. \quad (5.52)$$

Это обусловлено тем, что при объединении нуклонов в ядро выделяется энергия связи нуклонов друг с другом. Энергия связи равна той работе, которую нужно совершить, чтобы разделить образующие ядро нуклоны и удалить их на такие расстояния, при которых они практически не взаимодействуют друг с другом. Таким образом, энергия ядра меньше энергии системы невзаимодействующих нуклонов на величину, равную $E_{\text{св}}$. Согласно закону взаимосвязи массы и энергии, уменьшение энергии тела на ΔE сопровождается эквивалентным уменьшением массы тела на $\Delta m = \Delta E / c^2$. Следовательно, энергия в связи нуклонов в ядре равна: $E_{\text{св}} = \Delta mc^2$.

Для сравнения приведем некоторые цифры: $E_{\text{св}}$ ядра нуклонов в ядре гелия = 28,4 МэВ, в расчете на 1 нуклон – 7,1 МэВ, энергия связи валентных электронов в атомах имеет величину в 10^6 раз меньшую (порядка 10 эВ).

Ядерные реакции

Ядерной реакцией называется процесс сильного взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей или с другим ядром, приводящий к преобразованию ядра или ядер. На рис. 5.22 изображен график, показывающий зависимость $\epsilon = E_{\text{св}} / A$ от массового числа A . Сильнее всего связаны нуклоны в ядрах с массовыми числами порядка 50–60 (т. е. для элементов от Cr до Zn).

Энергия связи для этих ядер достигает 8,7 МэВ/нуклон. С ростом A удельная энергия связи постепенно уменьшается; для самого тяжелого природного элемента – урана – она составляет 7,5 МэВ/нуклон.

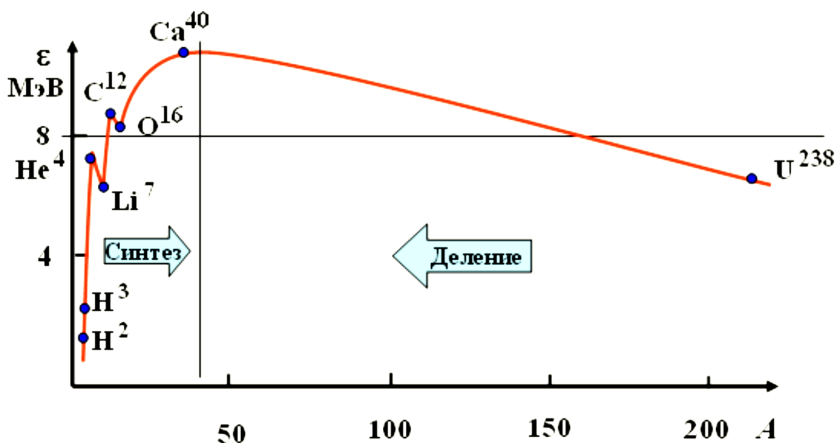


Рис. 5.22. Зависимость удельной энергии связи от массового числа

Такая зависимость удельной энергии связи от массового числа делает энергетически возможными два процесса:

- 1) деление тяжелых ядер на несколько более легких ядер;
- 2) слияние (синтез) легких ядер в одно ядро.

Оба процесса могут сопровождаться выделением большого количества энергии. Так, например, деление одного ядра с массовым числом $A = 240$ МэВ (удельная энергия связи равна 7,5 МэВ) на два ядра с массовыми числами $A = 120$ (удельная энергия связи равна 8,5 МэВ) привело бы к высвобождению энергии в 240 МэВ.

Слияние двух ядер тяжелого водорода ${}_1H^2$ в ядро гелия ${}_2He^4$ привело бы к выделению энергии, равной ~ 24 МэВ. Для сравнения укажем, что при соединении одного атома углерода с двумя атомами кислорода (сгорание угля до CO_2) выделяется энергия, равная ~ 5 эВ.

Таким образом, реакция деления тяжелых ядер и слияния легких ядер служит мощным источником энергии. Однако для того, чтобы эта энергия выделилась, необходимо создание специальных условий.

Чтобы разделиться на несколько частей, тяжелое ядро должно пройти через ряд промежуточных состояний, энергия которых превышает энергию основного состояния ядра. Следовательно, для процесса деления ядру требуется дополнительная энергия (энергия активации), которая затем возвращается обратно, приплюсовываясь к энергии, выделяющейся при делении за счет изменения

энергии связи. В обычных условиях ядру неоткуда взять энергию активации, вследствие чего тяжелые ядра не претерпевают спонтанного деления. **Энергия активации может быть сообщена тяжелому ядру захваченным им дополнительным нейтроном.**

Что касается легких ядер, то для слияния их в одно ядро они должны подойти друг к другу на весьма близкое расстояние ($\sim 10^{-13}$ см). Такому сближению ядер препятствует кулоновское отталкивание между ними. Для того чтобы преодолеть это отталкивание, ядра должны двигаться с огромными скоростями, соответствующими температурам порядка нескольких сот миллионов градусов.

По этой причине процесс синтеза легких ядер называется термоядерной реакцией. Термоядерные реакции протекают в недрах Солнца и звезд. В земных условиях пока были осуществлены неуправляемые термоядерные реакции при взрывах водородных бомб.

Таким образом, для возбуждения ядерных реакций необходимы элементарные частицы или другие легкие ядра. Источником таких частиц или легких ядер могут служить радиоактивные элементы.

5.7.4. Радиоактивность

Радиоактивностью называют самопроизвольное превращение одних атомных ядер в другие, сопровождающееся испусканием элементарных частиц или ядер.

Радиоактивность, наблюдающаяся у веществ, существующих в природных условиях, называется естественной. Радиоактивность веществ, полученных посредством ядерных реакций, называется искусственной. Между искусственной и естественной радиоактивностью нет принципиального различия. Процесс радиоактивного превращения в обоих случаях подчиняется одинаковым законам.

Закон радиоактивного превращения

Скорость убывания числа атомов радиоактивного вещества вследствие их распада можно рассчитать следующим образом. Так как распад отдельных ядер происходит независимо друг от друга, то число распавшихся за время dt атомов будет пропорционально числу атомов N и промежутку dt :

$$dN = -N\lambda dt, \quad (5.53)$$

проинтегрировав (5.53), получим

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt, \quad \ln N - \ln N_0 = -\lambda dt, \quad (5.54)$$

$$N = N_0 e^{-\lambda dt}.$$

где N_0 – количество нераспавшихся атомов в начальный момент;

N – количество нераспавшихся атомов в момент времени t ;

λ – характерная для радиоактивного вещества константа, называемая **постоянной распада, характеризующая вероятность распада в единицу времени.**

Таким образом, число радиоактивных атомов убывает со временем по экспоненциальному закону. Заметим, что количество распавшихся за время t атомов определяется выражением:

$$N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda dt}). \quad (5.55)$$

Время, за которое распадается половина первоначального количества атомов, называется периодом полураспада T . Величина T определяется условием:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T}, \quad (5.56)$$

Откуда прологарифмировав (5.55), получим:

$$-\ln 2 - \lambda T, \quad T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (5.57)$$

Период полураспада для известных в настоящее время радиоактивных веществ колеблется в пределах от $3 \cdot 10^{-7}$ с до $5 \cdot 10^{15}$ лет.

Активностью называется число распадов за 1 с. Единицы измерения: Беккерель: 1 Бк = 1 распад в секунду; Кюри: 1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

После обнаружения естественной радиоактивности (открыта в 1896 г. французским ученым Беккерелем) было выявлено, что радиоактивное излучение неоднородно по своему составу и представляет собой смесь потоков α -частиц, β -частиц и жесткого рентгеновского излучения (электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda \leq 1 \text{ \AA}$). Соответственно эти потоки называли α -, β - и γ -лучами. Как оказалось, α -частицы – это полностью ионизированные атомы гелия, β -частицы – это электроны, а γ -лучи – это жесткое электромагнитное излучение.

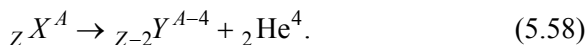
Принадлежность ядра атома тому или иному химическому элементу в таблице Менделеева определяется зарядом ядра, т. е. числом Z (атомный номер). В то же время, как установлено из опыта, могут существовать ядра с одинаковыми Z , но с различными атомными числами A (массами), что имеет место из-за различного числа нейтронов в них.

Ядра с одинаковыми Z (зарядами), но с различными A (массами), называются изотопами.

В природе встречаются атомы с атомным номером Z от 1 до 92. Ядра с большими номерами Z являются нестабильными и в природе практически не встречаются, но могут быть получены искусственным путем. Всякий химический элемент может иметь стабильные и нестабильные изотопы. Стабильные изотопы могут жить практически неограниченное время. Нестабильные изотопы через некоторое время претерпевают те или иные превращения вследствие радиоактивности.

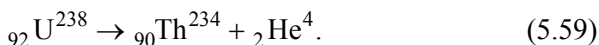
Рассмотрим наиболее типичные **виды радиоактивного распада, наблюдаемые на опыте.**

Альфа (α)-распад представляет собой испускание ядром исходного атома α -частицы (атома гелия). При этом ядро претерпевает следующие превращения.



Буквой X обозначен химический символ распадающегося (материнского) ядра, буквой Y – химический символ образующегося (дочернего) ядра. Как видно из схемы, атомный номер дочернего ве-

шества на 2 единицы, а массовое число на 4 единицы меньше, чем у исходного вещества. Примером может служить распад изотопа урана U_{238} , протекающий с образованием тория:



Скорости, с которыми α -частицы вылетают из распавшегося ядра, очень велики ($\sim 10^9$ см/с; кинетическая энергия порядка нескольких МэВ).

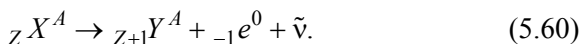
Альфа-распад может сопровождаться испусканием γ -лучей, причина возникновения которых в том, что дочернее ядро может возникнуть не только в нормальном, но и в возбужденных состояниях.

Пролетая через вещество, α -частица постепенно теряет свою энергию, затрачивая ее на ионизацию молекул вещества, и, в конце концов, останавливается. На образование одной пары ионов в воздухе тратится в среднем 35 эВ. Таким образом, α -частица образует на своем пути примерно 10^5 пар ионов. Естественно, что чем больше плотность вещества, тем меньше пробег α -частиц до остановки.

Так, в воздухе при нормальном давлении пробег составляет несколько сантиметров, в твердом веществе пробег достигает всего нескольких десятков микрон (α -частицы полностью задерживаются обычным листом бумаги). Кинетическая энергия α -частиц возникает за счет избытка энергии покоя (энергии связи) материнского ядра над суммарной энергией покоя дочернего ядра и α -частицы. Эта избыточная энергия распределяется между α -частицей и дочерним ядром в отношении, обратном пропорциональному их массам).

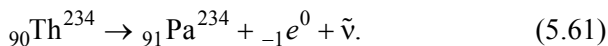
Бета (β)-распад. Существуют три разновидности β -распада.

1. **Электронный распад.** В этом случае ядро атома испускает электрон, и его атомный номер возрастает на 1. Наряду с электроном испускается также антинейтрино $\tilde{\nu}$:



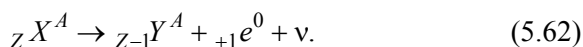
Бета-распад может сопровождаться испусканием γ -лучей. Причина их возникновения та же, что и в случае α -распада, – дочернее ядро возникает не только в нормальном, но и в возбужденных со-

стояниях. Переходя затем в состояние с меньшей энергией, ядро высвечивает γ -фотон. В качестве примера β -распада можно привести превращение тория Th^{234} в протактиний Pa^{234} с испусканием электрона и антинейтрино:

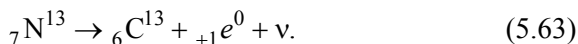


В отличие от α -частиц, обладающих в пределах каждой группы строго определенной энергией, β -электроны обладают самой разнообразной энергией от 0 до E_{max} .

2. Позитронный распад заключается в испускании позитрона и протекает по следующей схеме:



В качестве примера можно привести превращение азота N^{13} в углерод C^{13} :

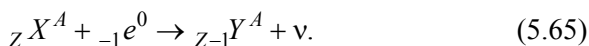


Процесс сопровождается испусканием позитрона ${}_{+1}e^0$ и нейтрино ν , возможно также возникновение γ -лучей. Позитрон является античастицей для электрона. Следовательно, обе частицы, испускаемые при распаде (5.60), представляют собой античастицы по отношению к частицам, испускаемым при распаде (5.62).

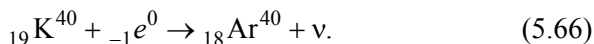
3. Электронный захват (K -, L -, M -захват). Третий вид β -распада заключается в том, что ядро поглощает один из электронов своего атома, в результате чего один из протонов превращается в нейтрон, испуская при этом нейтрино:



Возникшее ядро может оказаться в возбужденном состоянии. Переходя затем в более низкие энергетические состояния, оно испускает γ -фотоны. Схема процесса выглядит следующим образом:

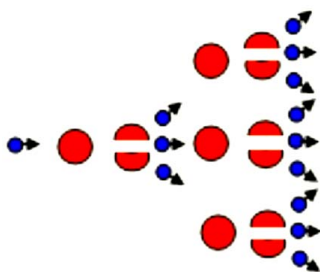


Обычно поглощается один из K - (реже один из L - или M -) электронов. Место в электронной оболочке, освобожденное захваченным электроном, заполняется электронами из вышележащих слоев, в результате чего возникают рентгеновские лучи. K -захват легко обнаруживается по сопровождающему его рентгеновскому излучению. Именно этим путем и был открыт K -захват Альваресом в 1937 г. Примером K -захвата может служить превращение калия K^{40} в аргон Ar^{40} :



5.7.5. Цепная реакция деления ядер

В 1938 г. немецкие ученые Ган и Штрассман обнаружили, что при облучении урана нейтронами образуются элементы из середины периодической системы – барий и лантан. Объяснение этого явления было дано немецкими учеными Фришем и Лизой Мейтнер. Они предположили, что захватившее нейтрон ядро урана делится на две примерно равные части, получившие название осколков деления. Реакция деления наблюдается для ядер (U^{235} , U^{239} , Pu^{239}). Но особенно важным оказалось то обстоятельство, что при делении каждого ядра высвобождается несколько нейтронов. Эти нейтроны, в свою очередь, попадая в другие атомы, вызывают их деление. Таким образом осуществляется цепная реакция, схематически показанная на рис. 5.23.



Коэффициент размножения нейтронов

$$K = \frac{N_{i+1}}{N_i},$$

$$K \geq 1$$

Рис. 5.23

Суть этой реакции в том, что если взять некоторый объем указанных веществ, то вследствие спонтанного распада какого-либо атома под действием нейтрона космического происхождения проис-

ходит распад атома с выделением нескольких нейтронов. Эти нейтроны попадают в другие атомы и вызывают их деление и т. д. Причем число нейтронов и образовавшихся атомов будет нарастать в геометрической прогрессии. На самом деле процесс протекает не так идеально, т. к. часть нейтронов поглощается примесями, часть выходит за пределы объема, заполненного делящимися атомами и т. о. выбывает из дальнейшей реакции.

Т. к. объем тела пропорционален R^3 , а площадь поверхности – R^2 , то доля нейтронов, вылетевших за пределы объема, с ростом R (с ростом массы делящегося вещества) уменьшается. Поэтому, начиная с некоторого объема, число нейтронов, выделяющихся при делении, становится больше, чем число нейтронов, теряемых за счет всех возможных факторов, т. е. коэффициент размножения становится >1 . Такая масса вещества (U^{235} , U^{239} , Pu^{239}) называется критической массой. Для U^{235} по вычислениям немецкого физика Гейзенберга критическая масса примерно равна 9 кг).

Цепная реакция деления ядер положена в основу действия атомной бомбы.

Ядерный заряд такой бомбы представляет собой два или более кусков почти чистого U^{235} или Pu^{239} (на рис. 5.20 они обозначены цифрой 1). Масса каждого куска меньше критической, вследствие чего цепная реакция не возникает. В земной атмосфере всегда имеется некоторое количество нейтронов, рожденных космическими лучами. Поэтому, чтобы вызвать взрыв, достаточно соединить части ядерного заряда в один кусок с массой, большей критической. Это нужно делать очень быстро и соединение кусков должно быть очень плотным. В противном случае ядерный заряд разлетится на части прежде, чем успеет прореагировать заметная доля делящегося вещества.

Для соединения используется обычное взрывчатое вещество 2 (запал), с помощью которого одной частью ядерного заряда выстреливают в другую. Все устройство заключено в массивную оболочку 3 из металла большой плотности. Оболочка служит отражателем нейтронов и, кроме того, удерживает ядерный заряд от распыления до тех пор, пока максимально возможное число его ядер не выделит свою энергию при делении. Цепная реакция в атомной бомбе идет на быстрых нейтронах. При взрыве успевает прореагировать только часть ядерного заряда.

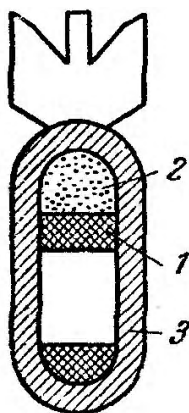


Рис. 5.24. Схематическое изображение ядерной бомбы

При ядерном взрыве температура в зоне реакции может достигать нескольких миллионов градусов. При таких условиях может реализовываться реакция синтеза. Т. е. вследствие огромной кинетической энергии ядра дейтерия могут сблизиться, несмотря на кулоновское отталкивание, настолько, что сольются, образовав атом гелия. На этом принципе основано действие водородной бомбы, где ядерный заряд используется в качестве запала.

В атомной и водородной бомбах используется неуправляемая цепная реакция деления и реакция синтеза ядер.

В ядерных реакторах реализуется управляемая цепная реакция. В настоящее время во многих странах ведутся работы по созданию управляемого термоядерного синтеза.

Ядерные реакторы

Управляемая цепная реакция деления ядер осуществляется в ядерных реакторах, которые используются на атомных тепловых и электрических станциях, а также в качестве энергетических установок кораблей, подводных лодок, космических объектов и т. д.

Оказалось, что нейтроны, испускаемые при делении ядер урана, имеют высокую энергию (их называют быстрыми). В то же время, если их кинетическую энергию существенно понизить, то эти нейтроны перестают поглощаться ядрами U^{238} и начинают поглощаться ядрами U^{235} с последующим делением. На этом принципе основана

работа ядерного реактора (уран-графитового), схема которого приведена на рис. 5.25.

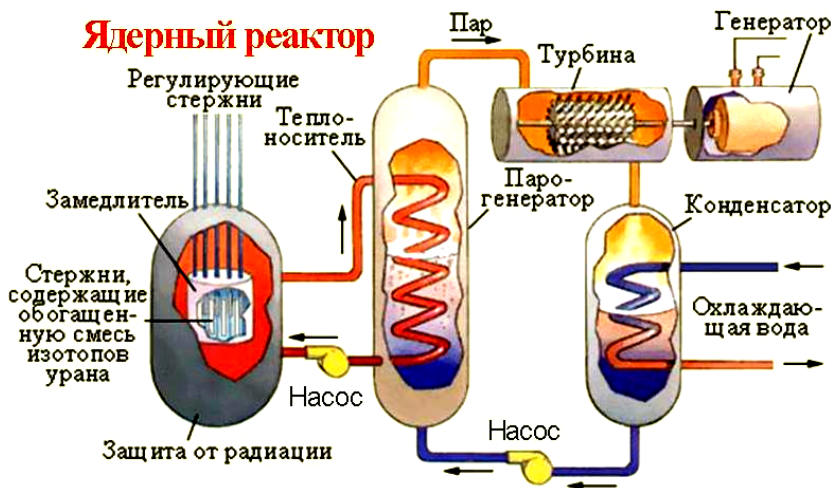


Рис. 5.25. Схема атомной электростанции на базе уран-графитового ядерного реактора, работающего на медленных нейтронах

Блоки из U^{238} , обогащенного изотопом U^{235} , помещают в графит, играющий роль замедлителя нейтронов. Нейтроны, испускаемые при спонтанном делении ядер урана (это нейтроны высокой энергии) частично поглощаются ядрами U^{238} с последующим превращением его в плутоний Pu^{239} , а частично попадает в замедлитель, и их энергия в результате столкновения с ядрами замедлителя понижается. Низкоэнергетические (тепловые) нейтроны плохо захватываются ядрами U^{238} и хорошо захватываются U^{235} . Поэтому при определенных условиях коэффициент размножения нейтронов может оказаться больше 1, т. е. наступит цепная реакция.

Если число нейтронов быстро нарастает, то реакцию можно замедлить, вводя в активную зону реакции стержни из кадмия и бора, которые интенсивно поглощают нейтроны и служат для регулировки процесса в реакторе. Управление реакцией облегчается тем, что часть нейтронов, испускаемых при делении U^{235} , испускается с задержкой до 1 мин.

Первый уран-графитовый реактор был пущен в декабре 1942 г. в Чикагском университете под руководством выдающегося итальянского физика Ферми. Применение ядерной энергии для мирных целей было впервые осуществлено в СССР. Работами по выделению и использованию ядерной энергии руководил Курчатов. В 1954 г. в Советском Союзе была введена в эксплуатацию первая атомная электростанция мощностью 5000 КВт.

Энергия, выделяемая в активной зоне реактора, снимается теплоносителем. Циркуляция теплоносителя обеспечивается насосом. В качестве теплоносителя применяется вода или щелочные металлы с низкой температурой плавления, например натрий ($T_{\text{плавл}} = 98 \text{ }^{\circ}\text{C}$). В теплообменнике теплоноситель отдает свое тепло воде, превращая ее в пар, вращающий турбину.

СВЕТ КАК ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

Физическая природа света

В рамках волновой теории свет представляет собой электромагнитные волны. Под светом в настоящее время понимают электромагнитное излучение оптического диапазона, включающего видимое, инфракрасное (ИК) и ультрафиолетовое (УФ) излучение.

Границы оптического диапазона, а также границы между его участками установлены на основе экспериментальных данных и не являются абсолютно точными. Диапазон видимых длин волн: $380 \text{ нм} \leq \lambda \leq 760 \text{ нм}$, частота колебаний порядка $\nu \sim 10^{15}$ Гц, период колебаний $T \sim 10^{-15}$ с (фемтосекунды).

Электромагнитная волна – колебания напряженности электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью. Колебания – процесс, характеризующийся некоторой повторяемостью во времени

Математическое описание оптических явлений строится на основе базовых уравнений электромагнетизма – уравнениях Максвелла.

Из уравнений Максвелла следует:

- 1) факт существования электромагнитных волн;
- 2) распространение электромагнитных волн в вакууме со скоростью

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}; \quad (1)$$

- 3) распространение электромагнитных волн в однородной изотропной среде со скоростью

$$v = \frac{c}{n}, \quad n = \sqrt{\epsilon \mu}, \quad \mu = 1, \quad n = \sqrt{\epsilon}. \quad (2)$$

- 4) частные решения в виде **плоской и сферической** волн.

ПЛОСКАЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКАЯ ВОЛНА, ЕЕ ПАРАМЕТРЫ И СВОЙСТВА

Плоская монохроматическая волна – частное решение Уравнений Максвелла. Напряженность электрического поля такой волны описывается выражением:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0); \quad (3)$$

– волна распространяется вдоль оси z ;

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - k\vec{n}\vec{r} + \varphi_0) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0); \quad (4)$$

– волна распространяется в направлении, задаваемом вектором \vec{k} .
В комплексном виде:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - kz + \varphi_0)], \quad \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)]. \quad (5)$$

Параметры плоской монохроматической волны (см. рис. П1).

\vec{E}_0 – амплитуда волны, в общем случае, комплексная – это максимальное отклонение от положения равновесия;

$(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$ – фаза волны – это аргумент косинуса;

φ_0 – начальная фаза волны;

ω – циклическая частота волны, $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, где ν – частота волны (Гц);

T – период волны по времени (период колебаний);

$\vec{k} = k\vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ – волновой вектор, направлен вдоль направления распространения волны, перпендикулярно волновой поверхности;

$k = |\vec{k}|$ – волновое число, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\lambda = \nu T$ – длина волны или ее пространственный период, ν – фазовая скорость волны (скорость распространения волнового фронта волны).

$$kz = \frac{2\pi}{\lambda} z = \frac{2\pi}{vT} z = \frac{2\pi n}{cT} z = \frac{2\pi}{\lambda_0} nz = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \text{ где } n - \text{ показатель пре-}$$

ломления среды, $\lambda_0 = cT$ длина волны в вакууме, величина Δ , равная произведению показателя преломления на геометрическую длину пути $\Delta = nz$, называется **оптической длиной пути**.

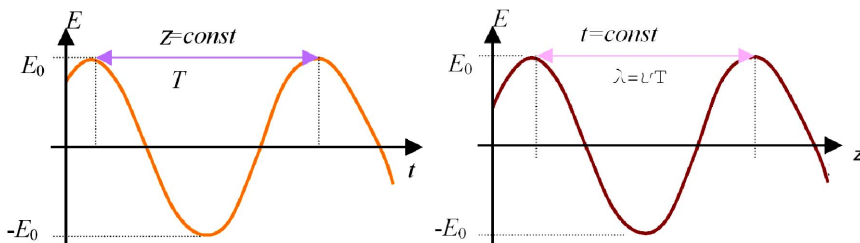


Рис. П1

Свойства плоской монохроматической волны

1. Волна монохроматическая. Это означает, что колебания напряженностей электрического и магнитного полей происходят на **одной частоте**, т. е. гармонические (по закону \sin , \cos).

2. Волна плоская. Это означает, что ее волновая поверхность (поверхность равных фаз, или поверхность постоянной фазы) – **плоскость** (см. рис. П2), т. е. удовлетворяет уравнению плоскости: $z = \text{const}$ (в общем случае $\vec{k}\vec{r} = \text{const}$). Волновой фронт – это волновая поверхность на границе между возмущенной и невозмущенной частью пространства.

3. Волна поперечная. Это означает, что колебания векторов \vec{E} и \vec{H} перпендикулярны направлению распространения волны \vec{k} : $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{H} \perp \vec{k}$ (см. рис. П2, П3, П4).

4. Связь между векторами \vec{E} и \vec{H} :

– векторы \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} , образуют правую ортогональную тройку векторов (см. рис. П2, П3);

– синфазность (равенство фаз) колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} (см. рис. П4);

– связь между амплитудами векторов \vec{E} и \vec{H} :

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_0 = \sqrt{\mu\mu_0}H_0.$$

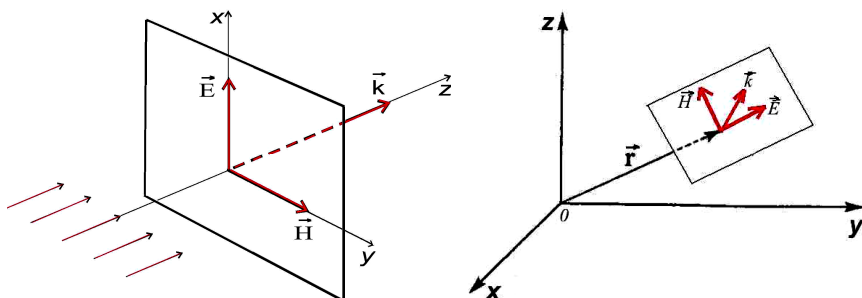


Рис. П2. Волновой фронт (плоскость) и структура плоской монохроматической волны (правая ортогональная тройка векторов)

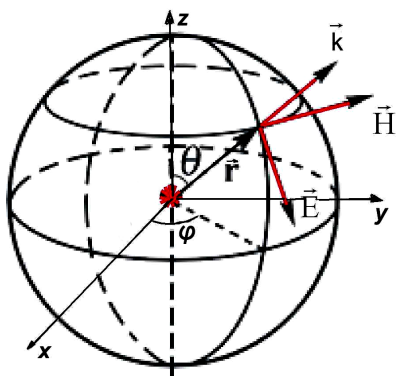


Рис. П3. Волновой фронт (сфера) и структура сферической монохроматической волны (правая ортогональная тройка векторов)

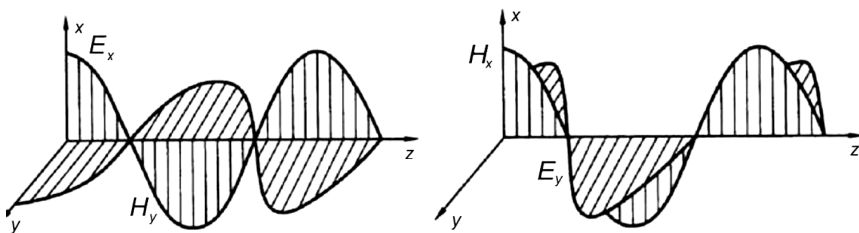


Рис. П4. Синфазность колебаний напряженностей электрического и магнитного полей

5. Для описания светового поля используется вектор \vec{E} , а не \vec{H} , потому, что сила Лоренца, с которой электрическое поле волны действует на заряженную частицу, в 10^4 раз больше, чем сила Лоренца, с которой магнитное поле волны действует на эту частицу.

Сравним действие электрического и магнитного полей на заряд q , определяемого силами Лоренца (см. рис. П5): силой электрического поля $\vec{F}_3 = q\vec{E}$ и магнитного поля – $\vec{F}_M = q\vec{v}_q\vec{B}$, где \vec{v}_q – скорость движения заряда, а \vec{B} – вектор индукции магнитного поля.

$$\begin{aligned} \frac{F_3}{F_M} &= \frac{qE}{qv_qB} = \frac{qE}{qv_q\mu\mu_0H} = \frac{E\sqrt{\mu\mu_0}}{v_q\mu\mu_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E} = \frac{1}{v_q\sqrt{\mu\mu_0}\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}} = \\ &= \frac{1}{v_q\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{v_qn} = \frac{v}{v_q} = 10^4, \end{aligned} \quad (6)$$

где v – фазовая скорость волны.

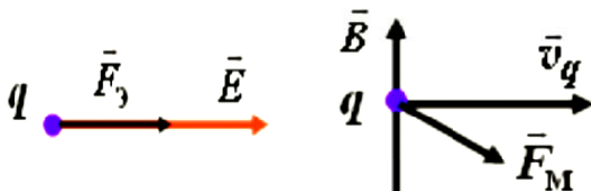


Рис. П5. Силы, действующие на заряженную частицу со стороны электрического и магнитного полей

6. Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны:

$$I = |E_0|^2.$$

7. Поляризация электромагнитной волны. Поляризация – свойство света, обусловленное поперечностью электромагнитных волн. Поляризация характеризует структуру колебаний напряженности электрического поля в плоскости, перпендику-

лярной направлению распространения волны (см. рис. П6). Конец вектора \vec{E} в этой плоскости может описывать различные фигуры (линию, эллипс, круг). Если с течением времени эти фигуры не изменяются, свет полностью поляризован (линейно, эллиптически, циркулярно). Если состояния поляризации (фигуры) с течением времени изменяются случайным образом, свет не поляризован.

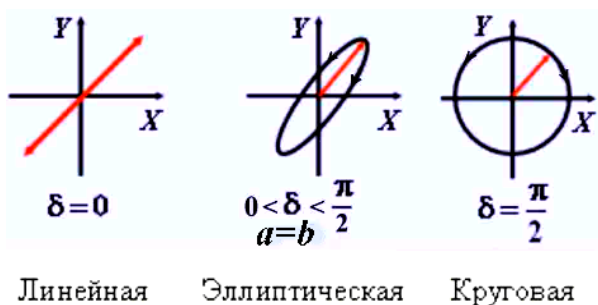


Рис. П6. Состояния поляризации плоской монохроматической волны

8. Связь между волной и лучом (см. рис. П7). Лучи – это нормали к волновой поверхности (поверхности постоянной фазы волны).

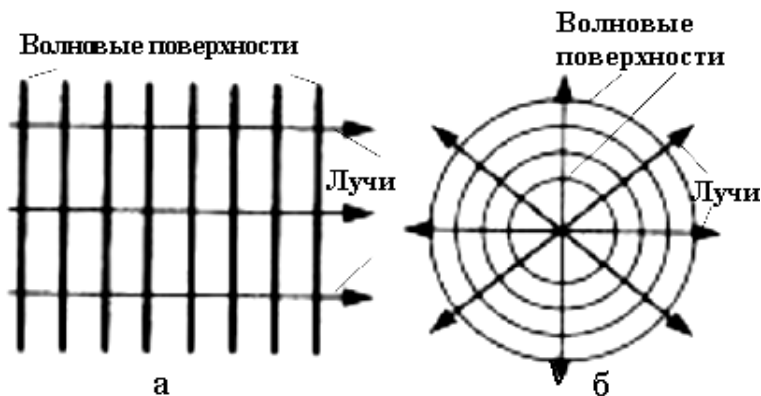


Рис. П7. Лучи и волновые поверхности плоской (а) и сферической (б) волн

СФЕРИЧЕСКАЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКАЯ ВОЛНА

Напряженность электрического поля сферической волны описывается выражением:

$$\vec{E}(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0). \quad (7)$$

Это выражение записано в сферической системе координат. Оно описывает сферическую волну, расходящуюся от точечного источника, расположенного в начале координат. Волновые поверхности сферической волны представляют собой сферы, удовлетворяющие уравнению $r = \text{const}$ (см. рис. П3, П7).

В отличие от плоской волны, амплитуда сферической волны не является постоянной, а убывает с расстоянием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 5 кн. – Кн. 4: Оптика. – Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И. В. Савельев. – М. : Астрель, 2003.
2. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. – 6-е изд., стереотипное. – М. : Наука, 2003. – 848 с.
3. Иродов, И. Е. Волновые процессы. Основные законы : учебное пособие для вузов / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория Базовых Знаний, 1999. – 256 с.
4. Иродов, И. Е. Квантовая физика. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория Базовых знаний, 2002.
5. Стафеев, С. К. Основы оптики / С. К. Стафеев, К. К. Боярский, Г. Л. Башнина. – СПб. : Питер, 2006. – 336 с.
6. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебное пособие для вузов: в 5 т. Т. IV. Оптика / Д. В. Сивухин. – 3-е изд., стереотипное. – М. : Физ.-мат. лит., 2005. – 792 с.
7. Ахманов, С. А. Физическая оптика : учебник / С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин. – 2-е изд. – М. : Изд-во МГУ; Наука, 2004. – 656 с.
8. Бутиков, Е. И. Оптика / Е. И. Бутиков. – СПб. : ВНУ – СПб, 2003. – 480 с.
9. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М. : Наука, 1973. – 720 с.
10. Седов, А. Н. Конспект лекций. Оптика. Атомная физика / А. Н. Седов – М. : ЦНИТ МЭИ (ТУ), 2004. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
11. Калитеевский, Н. И. Волновая оптика : учебное пособие для ун-тов / Н. И. Калитеевский. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Высшая школа, 1978. – 535 с.
12. Физическая энциклопедия: в 5 т. Т. 1 – 5 / гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. энциклопедия, 1988–1998.
13. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1990. – 478 с.
14. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высшая школа, 2002. – 718 с.
15. Теория оптических систем : учебник для студентов приборостроительных специальностей вузов / Н. П. Заказнов, С. И. Кирью-

шин, В. Н. Кузичев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1992. – 448 с.

16. Федосов, И. В. Геометрическая оптика : учебное пособие / И. В. Федосов. – Саратов : Сателлит, 2008. – 92 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ПРЕДМЕТ ОПТИКИ. ЭВОЛЮЦИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПРИРОДЕ СВЕТА	3
1.1. Предмет оптики	3
1.2. Эволюция представлений о природе света	7
2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ (ЛУЧЕВАЯ) ОПТИКА	19
2.1. Основные понятия, границы применимости и задачи геометрической оптики	19
2.2. Законы геометрической оптики	21
2.2.1. Закон прямолинейного распространения света	21
2.2.2. Закон независимости световых пучков	22
2.2.3. Закон отражения света	23
2.2.3.1. Построение изображений в плоских зеркалах	24
2.2.3.2. Построение изображений в скрещенных зеркалах 1 и 2.....	25
2.2.4. Закон преломления света	26
2.2.4.1. Полное внутреннее отражение	27
2.2.4.2. Прохождение света через призму	30
2.3. Принцип Ферма	31
2.3.1. Распространение света в оптически неоднородных средах. Миражи	34
2.4. Центрированная оптическая система и ее кардинальные элементы.....	36
2.4.1. Идеальная оптическая система. Приближение параксиальной оптики.....	38
2.4.2. Линейное, угловое и продольное увеличение оптической системы	39
2.4.3. Правила знаков	40
2.4.4. Кардинальные элементы идеальной оптической системы	41
2.4.5. Построение изображений в идеальной оптической системе. Характерные лучи.....	44
2.4.6. Основные формулы центрированной оптической системы ..	46
2.4.7. Построение изображений в зеркалах и линзах	48
2.4.8. Диафрагмы. Ограничение лучей при помощи диафрагм.....	52
2.5. Оптические приборы для визуальных наблюдений	54
2.5.1. Глаз как оптическая система	54
2.5.1.1. Три цвета радуги. Свет и цвет	58
2.5.1.2. Почему мы видим в видимом свете	59

2.5.2. Оптические приборы, вооружающие глаз.....	62
2.5.2.1. Лупа. Увеличение лупы	63
2.5.2.2. Зрительная труба	64
2.5.2.3. Микроскоп.....	66
3. ФИЗИЧЕСКАЯ (ВОЛНОВАЯ) ОПТИКА	68
3.1. Свет как электромагнитная волна	68
3.1.1. Математическое описание оптических явлений.....	68
3.1.2. Волновое уравнение для светового поля.....	72
3.1.3. Плоская монохроматическая волна – частное решение волнового уравнения	75
3.1.4. Сферическая монохроматическая волна – частное решение волнового уравнения	88
3.2. Интерференция света	89
3.2.1. Двухлучевая интерференция	89
3.2.1.1. Возникновение интерференции	89
3.2.1.2. Условия максимумов и минимумов интенсивности света.....	91
3.2.1.3. Классические интерференционные опыты (деление волнового фронта)	94
3.2.1.4. Интерференция в тонких пленках (деление амплитуды волны)	99
3.2.1.5. Когерентность света	106
3.2.2. Многолучевая интерференция	113
3.2.3. Применение интерференции в науке и технике	122
3.2.3.1. Интерферометры.....	122
3.2.3.2. Просветление оптики	127
3.2.3.3. Отражающие диэлектрические покрытия	129
3.2.3.4. Контроль качества обработки поверхностей	130
3.3. Дифракция света	131
3.3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля	131
3.3.2. Дифракция Френеля	135
3.3.2.1. Метод зон Френеля.....	135
3.3.2.2. Метод графического сложения амплитуд	140
3.3.2.3. Зонные пластинки.....	142
3.3.2.4. Дифракция Френеля на простейших преградах.....	143
3.3.2.4.1. Дифракция на круглом отверстии.....	143
3.3.2.4.2. Дифракция на непрозрачном диске. Пятно Пуассона.....	145
3.3.2.4.3. Дифракция на крае полуплоскости	146

3.3.3. Дифракция Фраунгофера	150
3.3.3.1. Дифракция Фраунгофера на узкой прямоугольной щели	152
3.3.3.2. Дифракционные решетки	156
3.3.3.2.1. Дифракционная решетка как спектральный прибор	162
3.3.3.2.2. Основные типы дифракционных решеток	164
3.3.3.2.3. Трехмерная решетка. Дифракция рентгеновских лучей в кристаллах	166
3.3.3.3. Границы дифракционных приближений. Критерий, позволяющий отличить дифракцию Френеля от дифракции Фраунгофера	168
3.3.4. Взаимодействие света с веществом	171
3.3.4.1. Дисперсия света	171
3.3.4.1.2. Фазовая и групповая скорости света	173
3.3.4.1.3. Электронная (элементарная) теория дисперсии	176
3.3.4.2. Поглощение света. Закон Бугера	183
3.3.4.3. Рассеяние света	186
3.3.5. Поляризация света	190
3.3.5.1. Полностью поляризованный и естественный свет	191
3.3.5.2. Анизотропные среды	196
3.3.5.2.1. Оптические явления в среде с линейной анизотропией ...	199
3.3.5.2.1.1. Линейная амплитудная анизотропия $k_1 \neq k_2$. Получение линейно поляризованного света. Закон Малюса. Степень поляризации света	199
3.3.5.2.1.2. Линейная фазовая анизотропия, $n_1 \neq n_2$. Двойное лучепреломление	202
3.3.5.2.1.3. Искусственная линейная фазовая анизотропия. Эффект Керра	209
3.3.5.2.2. Циркулярная фазовая анизотропия среды. Вращение плоскости поляризации	211
3.3.5.3. Поляризация при отражении и преломлении на границе раздела двух однородных прозрачных сред (диэлектриков)	219
4. КВАНТОВАЯ ОПТИКА	222
4.1. Квантовая природа излучения. Тепловое излучение тела	222
4.1.1. Источники света	222
4.1.2. Равновесное тепловое излучение	224
4.1.3. Характеристики теплового излучения тел	226
4.1.4. Абсолютно черное тело и законы его излучения	229

4.1.5. Оптическая пирометрия.....	234
4.2. Фотометрические величины и их единицы.....	238
4.2.1. Энергетические единицы.....	239
4.2.2. Световые (визуальные) единицы.....	244
4.3. Фотоэффект.....	247
4.3.1. Внешний фотоэффект.....	247
4.3.2. Внутренний фотоэффект.....	255
4.3.3. Применение фотоэффекта.....	257
4.4. Давление света.....	259
4.5. Эффект Комптона.....	263
4.6. Корпускулярно-волновой дуализм света. Свойства фотонов.....	268
5. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ, АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ.....	271
5.1. Гипотеза де Бройля. Волновые свойства вещества.....	271
5.2. Волновая функция. Уравнение Шредингера.....	274
5.3. Микрочастица в потенциальной яме.....	277
5.4. Строение атома. Модель Резерфорда.....	281
5.4.1. Опыты Резерфорда. Планетарная (ядерная) модель атома.....	283
5.4.2. Постулаты Бора. Теория атома водорода.....	287
5.5. Спонтанное и вынужденное излучение. Лазеры.....	293
5.5.1. Спонтанное и вынужденное излучение.....	293
5.5.2. Лазер. Принцип работы лазера.....	294
5.5.3. Условия генерации лазера.....	296
5.6. Голография.....	300
5.6.1. Запись и восстановление светового поля.....	300
5.6.2. Голограмма плоской волны.....	302
5.6.2. Голограмма точки.....	304
5.6.3. Схема Лейта и Упатниекса.....	306
5.6.4. Голограммы Денисюка.....	307
5.7. Атомное ядро. Ядерные реакции.....	309
5.7.1. Атомное ядро и его характеристики.....	309
5.7.2. Физическая природа сил, действующих внутри ядра.....	312
5.7.3. Масса и энергия связи ядра. Ядерные реакции.....	313
5.7.4. Радиоактивность.....	315
5.7.5. Цепная реакция деления ядер.....	320
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	325
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	332

Учебное издание

СВИРИНА Лариса Петровна

ОПТИКА

Пособие

для обучающихся по специальностям 1-38 01 02
«Оптико-электронные и лазерные приборы и системы»,
1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»,
1-38 02 02 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы»,
1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»,
1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства»,
1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника»

Редактор *А. Д. Спичёнок*

Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 18.01.2022. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 19,65. Уч.-изд. л. 15,36. Тираж 100. Заказ 680.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.