УДК 621.9.048.7

МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЙ МАНИПУЛЯТОРА

Чумаков О. А., Снисаренко С. В.
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь, kafsu@bsuir.by

Введение. Системы автономного программирования преобразуют информацию, описывающую движения инструмента робота в управляющую программу РТК, которая учитывает возможности манипулятора и технологические ограничения. При этом наиболее сложной задачей является планирование рациональных движений манипулятора, обеспечивающие как требуемый закон движения технологического инструмента, так и минимум перемещений по каждому суставу. Задача оптимизации траектории движения робота сводится к нахождению некоторой оптимальной кривой в двумерном пространстве с запретными областями и линейными граничными условиями. Как правило, промышленные манипуляторы имеют шесть степеней подвижности. Для задачи, требующей только пять степеней, избыточный параметр γ может быть использован для сглаживания траектории в пространстве обобщенных координат, чтобы избежать резких поворотов режущего инструмента. Это требование может быть формализовано несколькими путями: минимизация энергии, минимизация скорости движения суставов, минимизация диапазона изменения обобщенных координат, минимизация объема движений суставов, и т. д. При этом, в любом случае необходимо иметь дело с векторным критерием, так как размер пространства обобщенных координат, как правило, равен шести [1].

1. Постановка задачи

Для заданной манипуляционной задачи, описанной параметризованной однородной матрицей-функцией $L(t, \gamma)$, $t \in [0; T]$, найти скалярную функцию $\gamma(t) \in (-\pi; \pi]$, которая определяет непрерывную траекторию допустимых локаций инструмента $L(t, \gamma(t))$ и минимизирует заданный критерий качества

$$J\{\boldsymbol{L}(t,\gamma(t));\ t\in[0;T]\}\to \min_{\gamma(t)} \quad (1)$$

при соблюдении ограничений на кинематику манипулятора, а также ограничений на близость к препятствиям и точкам сингулярности

$$\Psi k\,[L(t, \gamma(t))] = 0;\ \Psi c\,[L(t, \gamma(t))] = 0;\ \Psi s\,[L(t, \gamma(t))] = 0. \qquad (2)$$

В результате геометрическая интерпретация задачи может быть представлена как поиск лучшей траектории на плоскости *(γ, t)*, которая не проходит через области недопустимых значений, в которых нарушаются ограничения (заштрихованные области на рисунок 1).

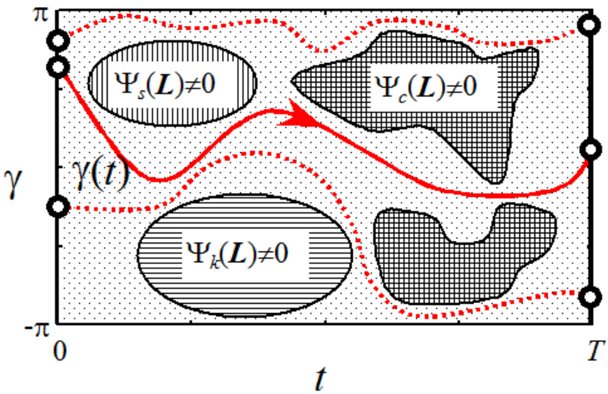

Рисунок 1 – Примеры допустимых решений

При решении задачи оптимизации траекторий движения инструмента необходимо использовать избыточный параметр γ, чтобы избежать резких изменений угловых координат и углов ориентации рабочего органа манипулятора. Эти требования можно представить в виде условия минимума скорости движения суставов, диапазона изменения обобщенных координат и объема движений суставов. Однако решение обязательно должно включать минимизацию скалярных критериев [2].

2. Решение задачи

Пространство поиска решений преобразуется в направленный многослойный граф, и исходная задача формулируется в терминах теории комбинаторной оптимизации как поиск «наилучшего» пути, который минимизирует желаемый показатель качества. Причем начальное и конечное состояния графа являются множествами, общими для всех слоев (рисунок 2).

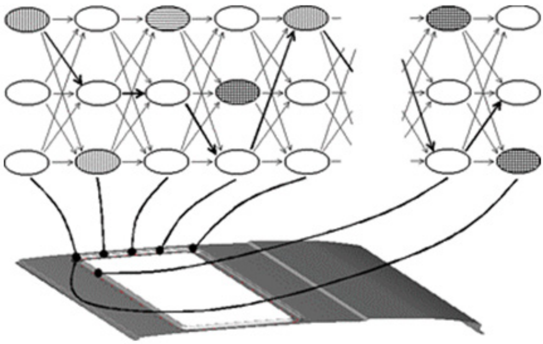

Рисунок 2 – Граф, описывающий пространство поиска

Для заданных множеств вершин V и множеств ребер E, нужно найти «наилучший» путь длины n

$$\Pi(\gamma_0,\ldots\gamma_n)=\left\langle \boldsymbol{L}_{0j_1} \rightarrow \boldsymbol{L}_{1j_2} \rightarrow \ldots \boldsymbol{L}_{nj_n} \right\rangle \tag{3}$$

с начальной вершиной $V0\epsilon\{L0j\}$ и конечной вершиной $Vn\epsilon\{Lnj\}$, который минимизирует векторный показатель качества.

Все узлы графа соответствуют локациям, для которых существуют решения обратной задачи кинематики, а также выполняются ограничения на близость препятствий к точкам сингулярности. С другой стороны, предложенная формулировка задачи может быть представлена как поиск «оптимальной» последовательности

$$\Gamma = (\gamma 0,\ \gamma 1,\ \ldots\gamma n);\ \ \gamma i \in \Gamma\text{i}. \tag{4}$$

каждый элемент которой принадлежит некоторому конечному множеству Гi, которое получено путем тестирования Lij на все виды ограничений. Так как для типичных промышленных применений $n > 1000$, а множества Гi, могут включать до 50 элементов, то полный перебор вариантов практически невозможен и необходимо применение эффективных вычислительных процедур. Для упрощения описания алгоритмов, обобщенные координаты, соответствующие положению $\boldsymbol{L}_{ij}$, обозначим как $q_k(i,j)$, а траектории, соответствующие вектору решения Г обозначим как $q_k(i,j_{\gamma i})$.

Минимизация приращений координат. При дискретном представлении области поиска, величина скорости оценивается конечной разностью между соседними значениями координат. Поэтому соответствующая задача оптимизации представляется как

$$J_v^{(k)}(\Gamma) = \max_i \left| q_k\left(i, j_{\gamma\, i}\right) - q_k\left(i-1, j_{\gamma\, i-1}\right) \right| \to \min_{\Gamma}, \tag{5}$$

и может быть решена средствами динамического программирования. Для доказательства предположим, что на p-ом шаге были найдены все оптимальные последовательности

$$\Gamma^{\circ}(p,\chi) = \left\langle \gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_{p-1}, \chi \right\rangle, \tag{6}$$

с последним элементом $\chi \in$ Гр и соответственными показателями качества, обозначенными как $Fp(\gamma)$. Затем, для следующего шага оптимальная последовательность

$$\Gamma^{\circ}(p+1,\gamma) = \left\langle \gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_{p-1}, \chi, \gamma \right\rangle, \tag{7}$$

с последним элементом $\chi \in$ Гр + 1 может быть найдена из следующей рекурсии

$$F_{p+1}(\gamma) = \min_{\chi \in \Gamma_p} \max \left\{ F_p(\chi), \left| q_k\left(p+1, j_\gamma\right) - q_k\left(p, j_\chi\right) \right| \right\}. \tag{8}$$

Следовательно, начиная с $p = 1$ и последовательно увеличивая длину последовательности, для каждого конечного состояния могут быть найдены и оптимальный путь, и соответствующее значение показателя качества. Таким образом, последний шаг является простым выбором наилучшего конечного состояния из последовательности $\gamma \in Гn$.

Очевидно, что аналогичный подход может быть также применен к минимизации взвешенной суммы и «наихудшего» компонента соответственного векторного показателя качества. Кроме того, вследствие общих свойств показателей качества, которые основаны на минимаксном представлении, такая же рекурсия может быть использована для минимизации максимальной энергии и инверсной мобильности.

Используя дискретное представление области поиска, задача минимизации объема движения формулируется следующим образом:

$$J_s^{(k)} = \sum_i \left| q_k\left(i, j_{\gamma i}\right) - q_k\left(i-1, j_{\gamma i-1}\right) \right| \to \min_{\Gamma}. \tag{9}$$

В отличии от предыдущего случая, это аддитивный критерий качества, который накапливается вдоль траектории. Следовательно, он также может быть минимизирован с применением динамического программирования. Соответствующая рекурсия может быть записана как

$$F_{p+1}(\gamma) = \min_{\chi \in \Gamma_p} \left\{ F_p(\chi), + \left| q_k\left(p+1, j_\gamma\right) - q_k\left(p, j_\chi\right) \right| \right\}. \tag{10}$$

Таким образом, начиная с $p = 1$ и последовательно увеличивая длину последовательности Г*o(p, γ)*, для каждого конечного состояния могут быть найдены и оптимальный путь, и соответствующее значение показателя качества. Как в предыдущем случае, на последнем шаге происходит выбор лучшего конечного состояния из последовательности $\gamma \in Гn$. Можно легко доказать, что подобная рекурсия также дает оптимальное решение для взвешенной суммы и «наихудшего» компонента соответственного векторного показателя качества.

Заключение. В данной работе представлен алгоритм оптимизации траектории антропоморфных роботов-манипуляторов в РТК, базирующийся на методе динамического программирования. В отличие от известных алгоритмов, в нем учитывается кинематическая избыточность манипуляционной системы. Технические требования к качеству траектории резки представляются в виде векторного критерия оптимальности, учитывающего диапазон изменения обобщенных координат, отклонения обобщенных координат от предписанных значений, объем движений по обобщенным координатам и максимальную скорость суставов. В результате создано алгоритмическое обеспечение, позволяющее построить множество Парето-оптимальных решений для синтеза гладких траекторий резки, удовлетворяющих ограничениям реальных промышленных систем управления роботами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Multiple criteria optimization: state of the art annotated bibliographic surveys / edited by Matthias Ehrgott, Xavier Gandibleux. – Boston: Kluwer Academic Publishers. – 2002. – 496 pp.

2. Optimizing Multiple Performance Criteria in Redundant Manipulators by Subtask-Priority Control / W. Chen, O. Zhang, Z. Yang – Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. – Vancouver, Canada, 1995. – P. 2534–2539.