УДК 539.3

РОЛЬ СИЛ НЕУПРУГОЙ ПРИРОДЫ В ФОРМИРОВАНИИ ОСТАТОЧНЫХ ВИНТОВЫХ НАНОДВОЙНИКОВ КЛИНОВИДНОЙ ФОРМЫ

[1]Василевич Ю. В., [2]Остриков О. М., [1]Чигарев В. А.

[1]Белорусский национальный технический университет, Минск
[2]Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель

Введение. Остаточное механическое нанодвойникование, впервые описанное в [1], представляет научный интерес в плане изучения механизмов фиксации ограниченного количества двойникующих дислокаций, закономерным образом ограничивающих наноразмерную область локально сдвойникованного материала. С практической точки зрения данное явление интересно, как способ управляемого нагрузкой процесса создания нанодвойникового композита [2].

Целью данной работы стало изучение роли сил внутреннего трения в формировании остаточных нанодвойников клиновидной формы.

Постановка задачи. Для статического равновесия нанодвойника необходимо выполнение условия

$$\vec{F}_i = \vec{F}_e + \vec{S}. \tag{1}$$

Здесь силы: $\vec{F}_i$ – действующая на i-ую двойникующую дислокацию со стороны остальных дислокаций нанодвойника; $\vec{F}_e$ – действующая на двойникующую дислокацию со стороны внешних сил; $\vec{S}$ – неупругой природы.

Примем:

$$\vec{F}_i \neq 0,\ \ \vec{F}_e = 0,\ \ \vec{S} \neq 0. \tag{2}$$

Тогда для нанодвойника, состоящего из пяти двойникующих дислокаций, справедливо:

$$\begin{cases} c_{01} + c_{02} + c_{03} + c_{04} = S; \\ c_{01} - c_{12} - c_{13} - c_{14} = S; \\ c_{02} + c_{12} - c_{23} - c_{24} = S;. \\ c_{03} + c_{13} + c_{23} - c_{34} = S; \\ c_{04} + c_{14} + c_{24} + c_{34} = S. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь

$$\begin{gathered} c_{01} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_1}{\left(x_0 - x_1\right)^2 + \left(y_0 - y_1\right)^2};\ c_{02} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_2}{\left(x_0 - x_2\right)^2 + \left(y_0 - y_2\right)^2}; \\ c_{03} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_3}{\left(x_0 - x_3\right)^2 + \left(y_0 - y_3\right)^2};\ c_{04} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_4}{\left(x_0 - x_4\right)^2 + \left(y_0 - y_4\right)^2}; \\ c_{12} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_2}{\left(x_1 - x_2\right)^2 + \left(y_1 - y_2\right)^2};\ c_{13} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_3}{\left(x_1 - x_3\right)^2 + \left(y_1 - y_3\right)^2}; \\ c_{14} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_4}{\left(x_1 - x_4\right)^2 + \left(y_1 - y_4\right)^2};\ c_{23} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_2 - x_3}{\left(x_2 - x_3\right)^2 + \left(y_2 - y_3\right)^2}; \end{gathered} \tag{4}$$

$$c_{24}=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\frac{x_2-x_4}{\left(x_2-x_4\right)^2+\left(y_2-y_4\right)^2};\ c_{34}=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\frac{x_3-x_4}{\left(x_3-x_4\right)^2+\left(y_3-y_4\right)^2},$$

где μ – модуль сдвига; $b_{\text{в}}$ – модуль вектора Бюргерса двойникующей дислокации винтового нанодвойника; x_i и y_i – координаты двойникующих дислокаций (i – индекс, принимающий значения от 0 до 4).

Система алгебраических уравнений (3) с учетом обозначений (4) получена из (1), полагая, что

$$\begin{aligned}
F_0&=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\left\{\frac{x_0-x_1}{\left(x_0-x_1\right)^2+\left(y_0-y_1\right)^2}+\frac{x_0-x_2}{\left(x_0-x_2\right)^2+\left(y_0-y_2\right)^2}+\right.\\
&\left.+\frac{x_0-x_3}{\left(x_0-x_3\right)^2+\left(y_0-y_3\right)^2}+\frac{x_0-x_4}{\left(x_0-x_4\right)^2+\left(y_0-y_4\right)^2}\right\}=S;\\
F_1&=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\left\{\frac{x_1-x_0}{\left(x_1-x_0\right)^2+\left(y_1-y_0\right)^2}+\frac{x_1-x_2}{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}+\right.\\
&\left.+\frac{x_1-x_3}{\left(x_1-x_3\right)^2+\left(y_1-y_3\right)^2}+\frac{x_1-x_4}{\left(x_1-x_4\right)^2+\left(y_1-y_4\right)^2}\right\}=S;\\
F_2&=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\left\{\frac{x_2-x_0}{\left(x_2-x_0\right)^2+\left(y_2-y_0\right)^2}+\frac{x_2-x_1}{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}+\right.\\
&\left.+\frac{x_2-x_3}{\left(x_2-x_3\right)^2+\left(y_2-y_3\right)^2}+\frac{x_2-x_4}{\left(x_2-x_4\right)^2+\left(y_2-y_4\right)^2}\right\}=S;\\
F_3&=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\left\{\frac{x_3-x_0}{\left(x_3-x_0\right)^2+\left(y_3-y_0\right)^2}+\frac{x_3-x_1}{\left(x_3-x_1\right)^2+\left(y_3-y_1\right)^2}+\right.\\
&\left.+\frac{x_3-x_2}{\left(x_3-x_2\right)^2+\left(y_3-y_2\right)^2}+\frac{x_3-x_4}{\left(x_3-x_4\right)^2+\left(y_3-y_4\right)^2}\right\}=S;\\
F_4&=\frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi}\left\{\frac{x_4-x_0}{\left(x_4-x_0\right)^2+\left(y_4-y_0\right)^2}+\frac{x_4-x_1}{\left(x_4-x_1\right)^2+\left(y_4-y_1\right)^2}+\right.\\
&\left.+\frac{x_4-x_2}{\left(x_4-x_2\right)^2+\left(y_4-y_2\right)^2}+\frac{x_4-x_3}{\left(x_4-x_3\right)^2+\left(y_4-y_3\right)^2}\right\}=S.
\end{aligned}\tag{5}$$

Результаты и их обсуждение. Если двойникующие дислокации, кроме вершинной дислокации, на противоположных границах нанодвойника попарно расположены друг над другом, то с учетом

$$\begin{gathered}
\left|y_0-y_1\right|=\left|y_1-y_0\right|=\left|y_0-y_3\right|=\left|y_3-y_0\right|=a;\\
\left|y_1-y_2\right|=\left|y_2-y_1\right|=\left|y_3-y_4\right|=\left|y_4-y_3\right|=a;\\
\left|y_0-y_2\right|=\left|y_2-y_0\right|=\left|y_0-y_4\right|=\left|y_4-y_0\right|=2a;\\
\left|y_1-y_4\right|=\left|y_4-y_1\right|=\left|y_2-y_3\right|=\left|y_3-y_2\right|=3a;\\
\left|y_1-y_3\right|=\left|y_3-y_1\right|=2a;\ \left|y_2-y_4\right|=\left|y_4-y_2\right|=4a,
\end{gathered}\tag{6}$$

где a – межплоскостное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования, и с учетом

$$c_{01} = c_{03},\ c_{02} = c_{04},\ c_{12} = c_{34},\ c_{14} = c_{23}, \tag{7}$$

систему (3) можно преобразовать к виду:

$$\begin{cases} c_{01} + c_{02} = S/2 \\ c_{01} - c_{12} = S/2. \\ c_{02} + c_{12} = S/2 \end{cases} \tag{8}$$

Здесь

$$c_{01} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_1}{\left(x_0 - x_1\right)^2 + a^2};\ c_{02} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_2}{\left(x_0 - x_2\right)^2 + a^2};\ c_{12} = \frac{\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_2}{\left(x_1 - x_2\right)^2 + a^2}. \tag{9}$$

Введем обозначения:

$$d_{01} = x_0 - x_1,\ d_{02} = x_0 - x_2,\ d_{12} = x_1 - x_2. \tag{10}$$

Тогда (8) можно переписать в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{d_{01}}{d_{01}^2 + a^2} + \dfrac{d_{02}}{d_{02}^2 + 4a^2} = \dfrac{\pi S}{\mu b_{\text{в}}^2}; \\ \dfrac{d_{01}}{d_{01}^2 + a^2} - \dfrac{d_{12}}{d_{12}^2 + a^2} = \dfrac{\pi S}{\mu b_{\text{в}}^2}; \\ \dfrac{d_{02}}{d_{02}^2 + 4a^2} + \dfrac{d_{12}}{d_{12}^2 + a^2} = \dfrac{\pi S}{\mu b_{\text{в}}^2}. \end{cases} \tag{11}$$

Примем

$$d_{01} = d_{12} = d,\ d_{02} = 2d. \tag{12}$$

Тогда из (11) получим:

$$\frac{d}{d^2 + a^2} = \frac{2\pi S}{3\mu b_{\text{в}}^2}. \tag{13}$$

Отсюда

$$d^2 - \frac{3\mu b_{\text{в}}^2}{2\pi S} d + a^2 = 0. \tag{14}$$

Данное квадратное относительно d уравнение имеет два решения [3]:

$$d_1 = \frac{3\mu b_{\text{в}}^2}{4\pi S} - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{3\mu b_{\text{в}}^2}{4\pi S}\right)^2 - a^2}, \tag{15}$$

$$d_2 = \frac{3\mu b_{\text{в}}^2}{4\pi S} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{3\mu b_{\text{в}}^2}{4\pi S}\right)^2 - a^2}. \tag{16}$$

В данных решениях уменьшаемое и первое слагаемое всегда больше вычитаемого и второго слагаемого. Поэтому в зависимости d от S будет доминировать $1/S$. Это означает, что рост S позволяет удерживать в равновесии нанодвойники меньших размеров. А уменьшение S приводит к росту нанодвойника.

Выводы. Таким образом, изучена роль сил внутреннего трения в формировании остаточных нанодвойников клиновидной формы. Показано, рост сил неупругой природы способствует удержанию в равновесии нанодвойники меньших размеров, в то время как уменьшение силы внутреннего трения способствует росту нанодвойника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Остриков, О. М. Нанодвойникование монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.

2. Остриков, О. М. Дислокационная модель нанодвойникового композита / О. М. Остриков // Вестник Могилевского государственного университета имени А. А. Кулешова. Серия В. – 2013, № 1(41). – С. 35–46.

3. Воднев, В. Т. Основные математические формулы: Справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Мн.: Вышэйшая школа, 1988. – 269 с.

Поступила: 26.01.2021