

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В БИМЕТАЛЛИЧЕСКОМ СТЕРЖНЕ

Дудяк А. И., Хвасько В. М.

Белорусский национальный технический университет, Минск

Исследования ставят своей целью разработать методику определения нормальных напряжений в биметаллическом стержне, который представляет собой два сваренных между собой стержня по всей плоскости их контакта методом сварки трением или сварки взрывом. Материалы стержня отличаются между собой физико-механическими характеристиками. При выводе теоретических зависимостей будем считать, что в каждый момент времени нагрева температура материалов одинакова, то есть температурное поле однородно [1, 2].

Рассмотрим деформацию биметаллического стержня, подвергаемого равномерному нагреву от начальной температуры t_n до конечной t_k . Разность температур между начальной и конечной равна:

$$\Delta t = t_k - t_n. \quad (1)$$

Пусть $\alpha_1 > \alpha_2$ означают коэффициенты линейного температурного расширения металлов, а $E_2 > E_1$ – модули упругости этих металлов (рис. 1).

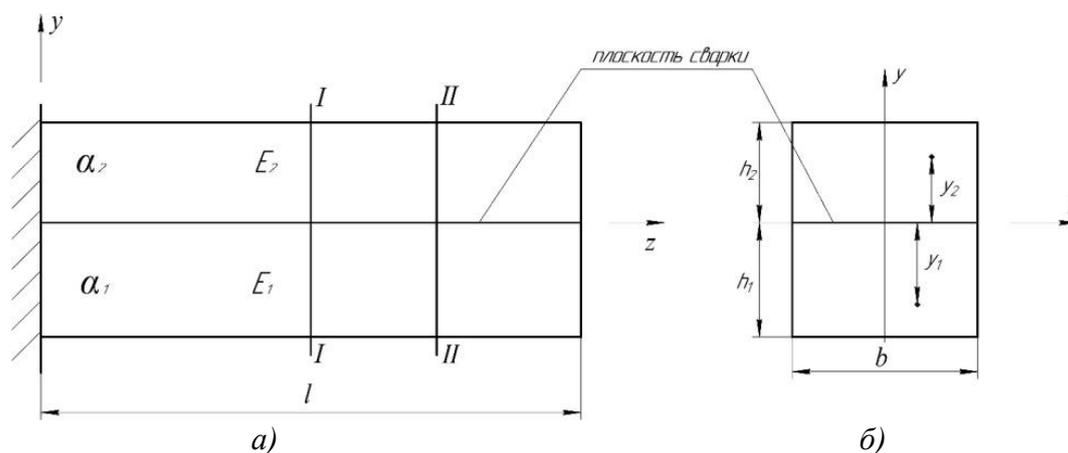


Рис. 1. Схема биметаллического стержня: а) продольное сечение; б) поперечное сечение

Поперечное сечение стержня имеет прямоугольную форму одинаковой ширины, но различной высоты металлов $h_1 \neq h_2$. При дальнейшем анализе будем считать, что первоначально плоские и перпендикулярные к оси z поперечные сечения стержня остаются плоскими и перпендикулярными к искривленной оси. Рассмотрим деформацию элемента, вырезанного двумя плоскостями I-I и II-II (рис. 2). При этом нижняя часть биметаллического стержня с большим коэффициентом линейного удлинения α_1 будет способствовать дополнительному удлинению верхней части стержня и, наоборот, верхняя часть стержня с меньшим коэффициентом линейного удлинения α_2 будет затруднять удлинение нижней части стержня. Поэтому в верхней части возникает растягивающая сила F_1 , а в нижней части – сжимающая F_2 [1, 2].

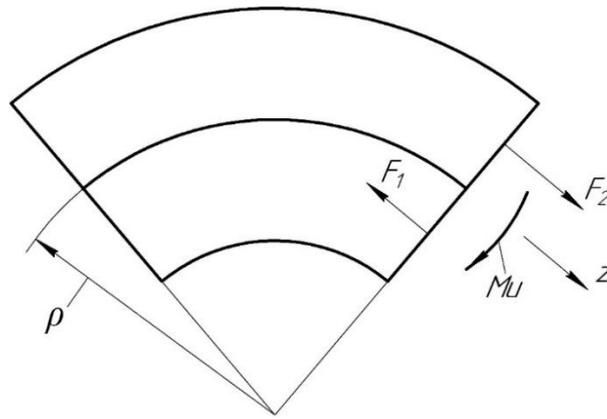


Рис. 2. Схема деформации биметаллического элемента стержня

Вследствие того, что к биметаллическому стержню не прикладываются внешние нагрузки, то силы, возникающие в любом поперечном сечении, должны быть уравновешены. Из условий статического равновесия следует [2]:

$$\sum F_{(z)} = 0; \quad F_2 - F_1 = 0; \quad F_1 = F_2 = F. \quad (2)$$

В результате такого действия сил в поперечных сечениях стержня возникает изгибающий момент $M_{ш}$. Данный стержень работает на изгиб как единое целое, а поэтому в стержне будет возникать нейтральный слой, который не подвергается деформации. Рассмотрим случай частого изгиба стержня, когда нейтральный слой совпадает с плоскостью сварки металлов.

Деформации от изгиба в нейтральном слое всегда равны нулю. Деформации нижних и верхних слоев металла в плоскости сварки от действия температуры и внутренних сил F_1 и F_2 также должны быть равны нулю, что можно выразить в виде уравнений.

$$\alpha_1 \cdot \Delta t - \frac{F_1}{E_1 A_1} = 0; \quad (3)$$

$$\alpha_2 \cdot \Delta t - \frac{F_2}{E_2 A_2} = 0. \quad (4)$$

Приравнивая между собой левые части уравнений (3) и (4) и с учетом равенства (2) будем иметь:

$$\alpha_1 \cdot \Delta t - \frac{F}{E_1 A_1} = \alpha_2 \cdot \Delta t - \frac{F}{E_2 A_2} = 0. \quad (5)$$

Откуда:

$$F = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \Delta t}{\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2}}. \quad (6)$$

Нормальные напряжения в поперечных сечениях (рис.1, б), согласно закону Гука, можно представить в виде [1]:

$$\sigma_1 = -E_1 \cdot \frac{y_1}{\rho}; \quad \sigma_2 = -E_2 \cdot \frac{y_2}{\rho}, \quad (7)$$

где ρ – радиус кривизны нейтрального слоя; y_1 и y_2 – координаты точек, в которых определяют напряжение.

Из условий статического равновесия (2) следует:

$$\frac{E_2}{\rho} \int_{A_2} y_2 dA_2 - \frac{E_1}{\rho} \int_{A_1} y_1 dA_1 = 0. \quad (8)$$

Интегралы представляют собой статические моменты площадей отдельных частей сечения, а поэтому:

$$E_2 \cdot b \cdot h_2 \cdot \frac{h_2}{2} - E_1 \cdot b \cdot h_1 \cdot \frac{h_1}{2} = 0. \quad (9)$$

Откуда:

$$h_1 = h_2 \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}. \quad (10)$$

При данном соотношении (10) высот металлов нейтральный слой будет совпадать с плоскостью соединения металлов. Распределение нормальных напряжений по высоте сечения приведено на рис. 3, б).

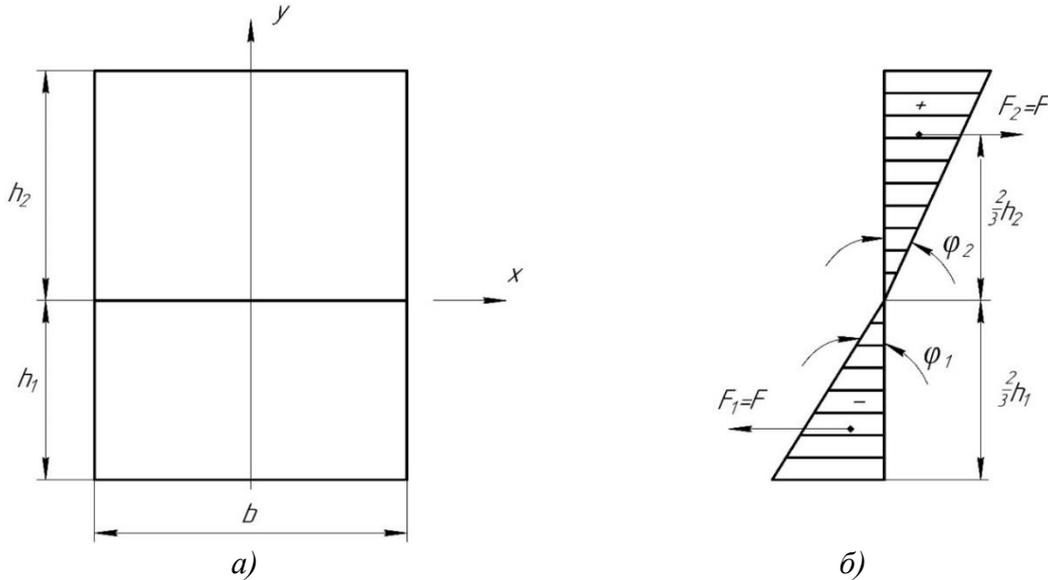


Рис. 3. Схема биметаллического стержня: а) Поперечное сечение стержня; б) распределение нормальных напряжений по высоте сечения

При чистом изгибе внутренняя сила F представляет собой равнодействующую нормальных напряжений и прикладывается в центре тяжести эпюры (рис. 3, б) [1].

Изгибающие моменты в любых сечениях стержня от нагревания, будут равны:

$$M_{и} = \frac{2}{3} F (h_1 + h_2). \quad (11)$$

Величину обратную радиуса кривизны нейтрального слоя можно представить в виде:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_{и}}{(EI_x)_C}, \quad (12)$$

где $(EI_x)_C$ – суммарная жесткость поперечного сечения, которая будет вычисляться из формулы:

$$(EI_x)_C = E_1 \left[\frac{bh_1^2}{12} + b \cdot h_1 \cdot \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 \right] + E_2 \left[\frac{bh_2^2}{12} + b \cdot h_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Рассматривая совместно формулы (7) и (12), получим формулы для определения величин максимальных нормальных напряжений, возникающих в сечениях стержня:

$$\sigma_1 = -\frac{M_{и} E_1}{(EI_x)_C}; \quad \sigma_2 = -\frac{M_{и} E_2}{(EI_x)_C}. \quad (14)$$

Выводы. Из распределения нормального напряжения по высоте сечения (рис. 3, б) легко видеть, что напряжения достигают максимального значения в наиболее удаленных зонах от нейтральной линии и отличаются углами наклона эпюр ϕ_1 и ϕ_2 от вертикали. Напряжения распределены таким образом, что взаимно уравниваются и приводят к возникновению двух противоположно направленных сил.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – Москва: Наука, 1972. – 541 с.
2. Тимошенко, С. П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек / С. П. Тимошенко. – Москва: Наука, 1971. – 807 с.

Поступила: 26.01.2021