

ПРОРАСТАНИЕ СКВОЗНОЙ ТРЕЩИНЫ В СЛОИСТОМ ПОКРЫТИИ И ПРОЕКТИРОВАНИИ ТРЕЩИНОСТОЙКОГО ИНСТРУМЕНТА

¹Чигарев А. В., ¹Ботогова М. Г., ²Савицкая А. В.

¹Белорусский государственный университет, Минск

²Белорусский национальный технический университет, Минск

Упрочнение режущего инструмента с помощью слоистых покрытий должно обеспечивать повышение его жесткостных, прочностных, термомеханических свойств, как локально, так и макроскопически (в среднем). Надежность, живучесть инструмента в целом (макроскопически и локально) имеют важное значение для выполнения его функций [1, 2].

Рассмотрим вычисление осредненных величин на основе 2D модели слоистого тела, находящегося под воздействием силовых или термосиловых нагрузок, вызывающих распространение трещины поперек слоев. В результате осреднения нужно получить математика-механическую модель слоистого пакета, для которого решаются конкретные задачи [3–5].

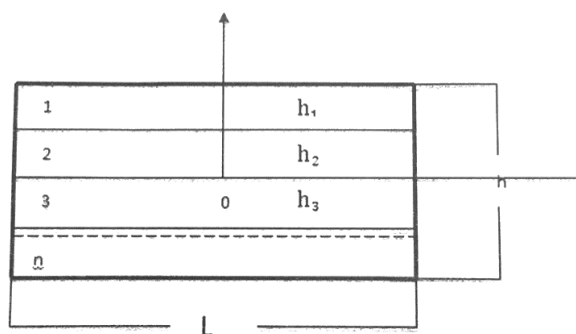


Рис. 1. Схема слоистого покрытия

Рассмотрим вычисление эффективных физико-механических коэффициентов материала слоя толщины $h = \sum_{i=1}^n h_i$, где h_i – толщина i -ого слоя. Считая материалы слоев однородными и изотропными будет описывать их упругие свойства с помощью модулей Юнга E_i и коэффициентов Пуассона ν_1 . Как известно, коэффициенты Пуассона разных металлов различаются незначительно, поэтому положим

$$\nu_1 = \nu_2 = \dots = \nu_n = \nu. \quad (1)$$

Эффективный модуль Юнга слоя толщины h может быть вычислен по формулам

$$E_R = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i E_i, \quad (2)$$

Или

$$E_F^{-1} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i E_i^{-1}. \quad (3)$$

Схемы (2), (3) дают верхнюю и нижнюю оценки истинного макроскопического модуля Юнга упрочняющего слоя толщины h .

Обозначим $\sigma_x^{(i)}, \sigma_y^{(i)}, \tau_{xy}^{(i)}$ – напряжения в сечении i -ого слоя. Так как толщина каждого слоя h_i значительно меньше толщины всего покрытия, срединная плоскость покрытия является плоскостью симметрии. Средние перемещения u, v по осям x, y и средние деформации e_x, e_y, e_{xy} всех слоев одинаковы в соответствующих точках, расположенных на одной и той же нормали к срединной плоскости. Таким образом, реализуется плоское напряженное состояние, описываемое средними усилиями

$$\begin{aligned} N_x &= \sum_{i=1}^n N_x^{(i)}, N_y = \sum_{i=1}^n N_y^{(i)}, N_{xy} = \sum_{i=1}^n N_{xy}^{(i)}, \\ \sigma_x &= \frac{1}{2} N_x, \sigma_y = \frac{1}{2} N_y, \sigma_{xy} = \frac{1}{2} N_{xy}, \\ N_x^{(i)} &= h_i \sigma_x^{(i)}, N_y^{(i)} = h_i \sigma_y^{(i)}, N_{xy}^{(i)} = h_i \sigma_{xy}^{(i)}, \end{aligned} \quad (4)$$

Закон Гука в i -том слое запишем в виде [3,5]

$$\begin{aligned} N_x^{(i)} &= \frac{2E_i h_i}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right); \\ N_y^{(i)} &= \frac{2E_i h_i}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right); \\ N_{xy}^{(i)} &= \frac{E_i h_i}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения равновесия в i -том слое имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^{(i)}}{\partial y} + X^i &= 0; \\ \frac{\partial N_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial N_y^{(i)}}{\partial y} + Y^i &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Осредняя уравнения (5), (6) с учетом (1)–(4), получим

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{2Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right); \\ N_y &= \frac{2Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right); \\ N_{xy} &= \frac{2Eh}{1-\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \nu \frac{\partial v}{\partial x} \right); \\ \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + X &= 0; \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial N_y}{\partial x} + Y &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Связь между микро и макронапряжением определяется формулами

$$\sigma_x^{(i)} = \sigma_x \frac{E_i}{E}, \sigma_y^{(i)} = \sigma_y \frac{E_i}{E}, \tau_{xy}^{(i)} = \tau_{xy} \frac{E_i}{E}. \quad (9)$$

Здесь $\sigma_\alpha^{(i)}$ – микронапряжения в i -том слое, σ_α – осредненные напряжения. В случае чисто хрупкого разрушения распространение трещины поперек слоя происходит так, что на границах слоев не происходит изменения траектории трещины вследствие расслоения. Тогда макроскопические коэффициенты интенсивности напряжений для всего упрочняющего слоя и для отдельных слоев вычисляются как осредненные по толщине

слоев величины. Предельное состояние в слое определяется формулами для коэффициентов интенсивности напряжений

$$K_Q^{(i)} = \frac{E_i}{E} K_{QC}^{(i)}, K_Q^{(i)} = K_{QC}^{(i)}, Q = I, II, III, i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Здесь символ Q отмечает тип трещины (I – чистого разрыва, II – сдвига, III – изгиба). Символ C – предельное значение.

Макроскопическое значение коэффициента интенсивности напряжений вычисляется по формуле

$$K_Q = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i K_Q^{(i)}. \quad (11)$$

Предельное состояние покрытия определяется условием

$$K_Q = K_{QC}, Q = I, II, III. \quad (12)$$

Рассмотрим чисто хрупкое разрушение покрытия сквозной трещиной, распространяющейся поперек слоев от внешней границы рис. 2. Обозначим $\sigma_i, i = \overline{1, n}$ – напряжения, при которых в i -том слое достигается предельная деформация e_i к моменту его разрушения.

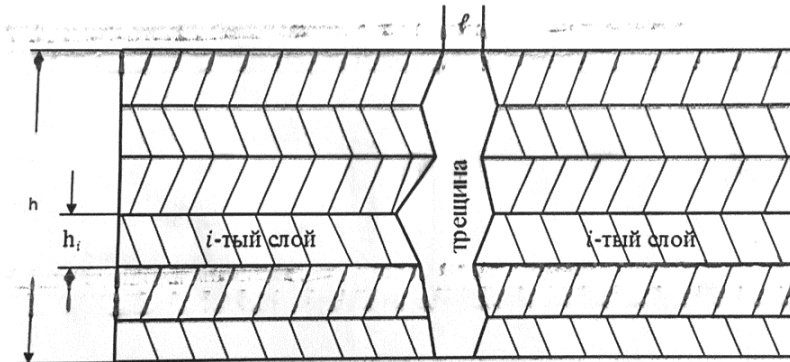


Рис. 2. Схема разрушения слоистого покрытия трещиной

Одним из принципов проектирования слоистых материалов, обладающих максимальной эффективной прочностью, является принцип равнопрочности составляющих слоев. В случае равнопрочности все слои работают равномерно, объем и вес покрытия минимальны. Положим, разрушения покрытия начинается во всех слоях одновременно, причем

$$e_1 = e_2 = \dots = e_n. \quad (13)$$

Однако на практике выполнение ряда ограничений на свойства слоев приводит к тому, что слои неравнопрочные и требуется спроектировать покрытие с максимальной удельной прочностью из неравнопрочных слоев.

Эффективные напряжения σ_k , отвечающие e_1, \dots, e_n вычисляются по формуле

$$\sigma_k = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i \sigma^{(i)}(e_k). \quad (14)$$

Обозначим σ_C максимальное напряжение, выдерживаемое покрытием и которое достигается при разрыве i -го слоя

$$\sigma_C = \frac{1}{h} \sum_{i=m}^n h_i \sigma^{(i)}(e_k). \quad (15)$$

Тогда удельная прочность, отнесенная к единице массы покрытия, вычисляется по формуле

$$\frac{\sigma_c}{\rho}, \text{ где } \rho = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \rho_i h_i. \quad (16)$$

Здесь ρ_i – плотность материала i -го слоя, $\sigma^{(i)}(e_k)$ – линейная зависимость между σ и e_k в i -том слое (рис. 3).

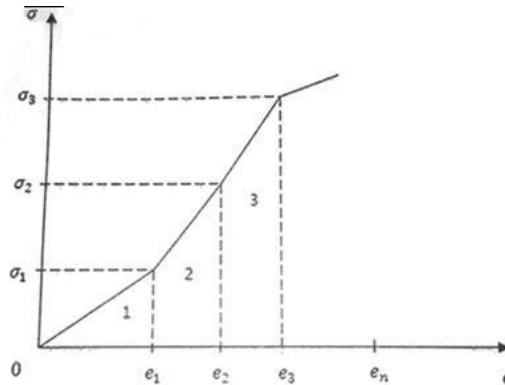


Рис. 3. Зависимость между напряжением и деформацией послойно

В случае если материалы всех слоев линейно-упругие, то

$$\frac{\sigma_c}{\rho} = e_m \frac{\sum_{i=1}^n h_i E_i}{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i}. \quad (17)$$

Проектирование слоистых покрытий, обладающих максимальной удельной прочностью (надежностью) сформулируем как задачу нахождения максимума функции Φ [4, 6]

$$\Phi_{(\delta_i, m)} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \sigma_{(e_m)}^{(i)} \delta_i}{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i \delta_i}. \quad (18)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 1) \sum_{i=1}^n h_i \sigma_{(e_m)}^{(i)} \delta_i &\geq N, \\ 2) \sum_{i=1}^n K_{QC}^{(i)} h_i \delta_i &\geq K_C, \end{aligned} \quad (19)$$

3) выполняется условие сопряжения слоев,

$$4) h_{\min} \leq h \leq h_{\max}.$$

Здесь δ_i – индикаторная функция i -того слоя определяется формулой:

$$\delta_i \begin{cases} 1, & \text{если материал } i \text{ – го слоя из базы данных применяется в покрытии;} \\ 0, & \text{если материал не применяется, но имеется в базе данных.} \end{cases} \quad (20)$$

Рассмотрим стационарный поэтапный процесс распространения трещины поперек слоев как разрыв слоев с образованием между ними пустоты рис. 2.

Такой режим (предельный стационарный) может реализовываться только для равнопрочного покрытия, когда локальное разрушение на фронте трещин во всех слоях происходит одновременно.

Напряжение, при котором может реализовываться подобный идеальный режим, вычисляется по формуле

$$\sigma = \lambda \frac{K_{QC}}{\sqrt{\pi l}}, \quad (21)$$

$$K_{QC} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i K_{QC}^{(i)}. \quad (22)$$

Здесь λ – безразмерный параметр, характеризующий покрытия и геометрию трещины, l – минимальное расхождение берегов трещины.

Как известно, нередко покрытия с трещиной продолжают выполнять функции, т. е. сохраняют живучесть при исчерпании надежности.

Можно ввести удельную прочность панели со сквозной трещиной формулой

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i K_{QC}^{(i)}}{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i}. \quad (23)$$

где σ – предел прочности; ρ – плотность покрытия.

Если из соображений безопасности требуется спроектировать покрытие, обладающее максимумом живучести, то введем функцию

$$\psi_{(\delta_i)} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i K_{QC}^{(i)} \delta_i}{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i \delta_i}. \quad (24)$$

Максимум ψ обеспечит живучесть упрочняющего слоя при ограничениях (19).

Выводы. Возможно также добавление ограничений технологического или экологического характера. Тогда задача нахождения покрытия, обладающего максимальной живучестью приводится к задаче математического программирования [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликов, И. С. Ионно-плазменная обработка материалов / И. С. Куликов, С. В. Волщенко, А. Я. Каменев. – Минск: Беларуская навука, 2010. – 232 с.
2. Бойцов, А. Г. Упрочнение поверхностей комбинированными способами / А. Г. Бойцов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1991. – 144 с.
3. Sih, G. C. Stress distribution near internal crack for longitudinal shear problems / G. C. Sih // Trans. ASME, ser. E, J. Appl. Mech, 32. – 1965. – № 1.
4. Чигарев, А. В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред / А. В. Чигарев. – Минск: Технопринт, 2000. – 425 с.
5. Черепанов, Г. П. Механика разрушения / Г. П. Черепанов, Л. В. Ершов. – М.: Машиностроение, 1977. – 224 с.
6. Партон, В. З. Механика упругопластического разрушения / В. З. Партон, Е. М. Морозов. – М.: Наука, 1974. – 416 с.
7. Schuech, M. U. Analytical Design for Optimum Filamentary Pressure Vessel / M. U. Schuech, O. R. Burggraf // ARSI. – 1964. – Vol. 34, №5.
8. Карманов, В. Г. Математическое программирование / В. Г. Карманов. – М.: Наука, 1974. – 272 с.

Поступила: 02.02.2021