

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ РАВНОВЕСНОГО ВИНТОВОГО НАНОДВОЙНИКА В ДЕФОРМИРОВАННОМ ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

¹Василевич Ю. В., ²Остриков О. М.

¹Белорусский национальный технический университет, Минск

²Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель

Введение. Теория дислокаций в механике деформируемого твердого тела используется для математического описания ряда состояний твердых тел, обусловленных, например, трещинами [1, 2]. В работе [3] теорию дислокаций предложено использовать для расчета напряженно-деформированного состояния твердых тел с остаточными механическими двойниками. На современном этапе исследования физико-механических свойств двойникующихся материалов, материалов с памятью формы представляет интерес изучение такого явления, как нанодвойникование [4–7].

Целью данной работы стало выяснение возможности существования остаточного винтового нанодвойника в деформированном твердом теле после снятия нагрузки, в условиях отсутствия сил неупругой природы, препятствующих движению двойникующих дислокаций.

Постановка задачи. Из-за громоздкости математических выкладок в данной работе ограничимся рассмотрением винтового нанодвойника. Винтовой нанодвойник состоит только из винтовых дислокаций [8], либо величина краевой составляющей вектора Бюргерса такого двойника близка к нулю. Также для уменьшения объема математических соотношений выберем минимальное число двойникующих дислокаций, образующих нанодвойник. Пусть это число будет равно пяти.

В плоскости XOY (рис. 1) положение каждой двойникующей дислокации зададим координатами (x_i, y_i) . Учитывая, что в вершине двойника находится одна двойникующая дислокация, i принимает значения от нуля до четырех. Линии двойникующих дислокаций параллельны оси OZ , вдоль которой направлен и вектор Бюргерса дислокаций винтового нанодвойника.

В данной работе рассмотрим возможность существования равновесного винтового нанодвойника при отсутствии напряжений, обусловленных концентратором напряжений и дислокаций устья двойника (рис. 1). Дислокации устья двойника имеют противоположный знак по сравнению с дислокациями двойниковых границ, так как клиновидная форма рассматриваемого двойника является производной от его линзовидной формы, образованной дислокациями противоположных знаков.

Результаты и их обсуждение. В процессе развития двойника каждая его двойникующая дислокация перемещается только в одной плоскости. Следы этих плоскостей на рис. 1 параллельны оси OX , а сами плоскости, в которых осуществляется движение двойникующих дислокаций, перпендикулярны плоскости XOY (рис. 1). Поэтому при решении поставленной задачи не будем рассматривать составляющую силы взаимодействия двойникующих дислокаций, направленную вдоль оси OY , ввиду отсутствия перемещения дислокаций в этом направлении. Тогда составляющая этой силы, направленная вдоль оси OX , согласно [9], может быть найдена из соотношения

$$F_x = b_b \sigma_{yz}, \quad (1)$$

где b_B – модуль винтовой составляющей вектора Бюргера двойнивающей дислокации; σ_{yz} – сдвиговые напряжения, создаваемые всеми двойнивающими дислокациями, за исключением дислокации, по отношению к которой рассматривается действие сил, обусловленных этими напряжениями.

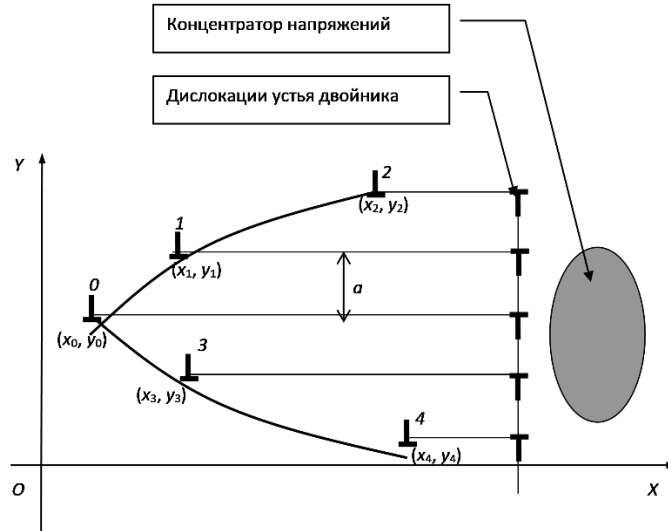


Рис. 1. Схематическое изображение системы «клиновидный нанодвойник – дислокации устья и концентратор напряжений» при произвольном расположении дислокаций на двойниковых границах

Каждая из пяти рассматриваемых двойнивающих дислокаций границ нанодвойника, находящаяся в точке с координатами (x_i, y_i) , создает поле сдвиговых напряжений, которое можно задать функциями

$$\begin{aligned} \sigma_{zy}^{(0)} &= \sigma_{zy}^{(0)}(x - x_0, y - y_0); & \sigma_{zy}^{(1)} &= \sigma_{zy}^{(1)}(x - x_1, y - y_1); & \sigma_{zy}^{(2)} &= \sigma_{zy}^{(2)}(x - x_2, y - y_2); \\ \sigma_{zy}^{(3)} &= \sigma_{zy}^{(3)}(x - x_3, y - y_3); & \sigma_{zy}^{(4)} &= \sigma_{zy}^{(4)}(x - x_4, y - y_4). \end{aligned} \quad (2)$$

Действующая на i -ую двойнивающую дислокацию вдоль оси OX составляющая силы, обусловленная этими напряжениями, может быть найдена из соотношений:

$$\begin{aligned} F_0 &= b_B \left(\sigma_{zy}^{(1)}(x_0 - x_1, y_0 - y_1) + \sigma_{zy}^{(2)}(x_0 - x_2, y_0 - y_2) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{zy}^{(3)}(x_0 - x_3, y_0 - y_3) + \sigma_{zy}^{(4)}(x_0 - x_4, y_0 - y_4) \right) = 0; \\ F_1 &= b_B \left(\sigma_{zy}^{(0)}(x_1 - x_0, y_1 - y_0) + \sigma_{zy}^{(2)}(x_1 - x_2, y_1 - y_2) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{zy}^{(3)}(x_1 - x_3, y_1 - y_3) + \sigma_{zy}^{(4)}(x_1 - x_4, y_1 - y_4) \right) = 0; \\ F_2 &= b_B \left(\sigma_{zy}^{(0)}(x_2 - x_0, y_2 - y_0) + \sigma_{zy}^{(1)}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{zy}^{(3)}(x_2 - x_3, y_2 - y_3) + \sigma_{zy}^{(4)}(x_2 - x_4, y_2 - y_4) \right) = 0; \\ F_3 &= b_B \left(\sigma_{zy}^{(0)}(x_3 - x_0, y_3 - y_0) + \sigma_{zy}^{(1)}(x_3 - x_1, y_3 - y_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{zy}^{(2)}(x_3 - x_2, y_3 - y_2) + \sigma_{zy}^{(4)}(x_3 - x_4, y_3 - y_4) \right) = 0; \\ F_4 &= b_B \left(\sigma_{zy}^{(0)}(x_4 - x_0, y_4 - y_0) + \sigma_{zy}^{(1)}(x_4 - x_1, y_4 - y_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{zy}^{(2)}(x_4 - x_2, y_4 - y_2) + \sigma_{zy}^{(3)}(x_4 - x_3, y_4 - y_3) \right) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая, что (1) может быть представлена в виде [9]

$$F_x = \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad (4)$$

соотношения (3) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \frac{x_0 - x_1}{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} + \frac{x_0 - x_2}{(x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x_0 - x_3}{(x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2} + \frac{x_0 - x_4}{(x_0 - x_4)^2 + (y_0 - y_4)^2} \right\} = 0; \\ F_1 &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \frac{x_1 - x_0}{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} + \frac{x_1 - x_2}{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x_1 - x_3}{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} + \frac{x_1 - x_4}{(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2} \right\} = 0; \\ F_2 &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \frac{x_2 - x_0}{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} + \frac{x_2 - x_1}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x_2 - x_3}{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} + \frac{x_2 - x_4}{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2} \right\} = 0; \\ F_3 &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \frac{x_3 - x_0}{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2} + \frac{x_3 - x_1}{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x_3 - x_2}{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} + \frac{x_3 - x_4}{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} \right\} = 0; \\ F_4 &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \left\{ \frac{x_4 - x_0}{(x_4 - x_0)^2 + (y_4 - y_0)^2} + \frac{x_4 - x_1}{(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x_4 - x_2}{(x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2} + \frac{x_4 - x_3}{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Примем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} c_{01} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_1}{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}; & c_{02} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_2}{(x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2}; \\ c_{03} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_3}{(x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2}; & c_{04} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_4}{(x_0 - x_4)^2 + (y_0 - y_4)^2}; \\ c_{10} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_0}{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}; & c_{12} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_2}{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}; \\ c_{13} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_3}{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}; & c_{14} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_4}{(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2}; \\ c_{20} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_2 - x_0}{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2}; & c_{21} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_2 - x_1}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
c_{23} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_2 - x_3}{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}; & c_{24} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_2 - x_4}{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2}; \\
c_{30} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_3 - x_0}{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2}; & c_{31} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_3 - x_1}{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}; \\
c_{32} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_3 - x_2}{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}; & c_{34} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_3 - x_4}{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2}; \\
c_{40} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_4 - x_0}{(x_4 - x_0)^2 + (y_4 - y_0)^2}; & c_{41} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_4 - x_1}{(x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2}; \\
c_{42} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_4 - x_2}{(x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2}; & c_{43} &= \frac{\mu b_B^2}{2\pi} \frac{x_4 - x_3}{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2}.
\end{aligned}$$

Из (6) очевидно, что

$$\begin{aligned}
c_{01} = -c_{10}, \quad c_{02} = -c_{20}, \quad c_{03} = -c_{30}, \quad c_{04} = -c_{40}, \quad c_{12} = -c_{21}, \quad c_{13} = -c_{31}, \quad c_{14} = -c_{41}, \\
c_{23} = -c_{32}, \quad c_{24} = -c_{42}, \quad c_{34} = -c_{43}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Принятые обозначения (6) позволяют преобразовать (5) в систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases}
c_{01} + c_{02} + c_{03} + c_{04} = 0; \\
c_{10} + c_{12} + c_{13} + c_{14} = 0; \\
c_{20} + c_{21} + c_{23} + c_{24} = 0; \\
c_{30} + c_{31} + c_{32} + c_{34} = 0; \\
c_{40} + c_{41} + c_{42} + c_{43} = 0;
\end{cases} \tag{8}$$

которая с учетом (7) преобразуется в систему

$$\begin{cases}
c_{01} + c_{02} + c_{03} + c_{04} = 0; \\
c_{01} - c_{12} - c_{13} - c_{14} = 0; \\
c_{02} + c_{12} - c_{23} - c_{24} = 0; \\
c_{03} + c_{13} + c_{23} - c_{34} = 0; \\
c_{04} + c_{14} + c_{24} + c_{34} = 0.
\end{cases} \tag{9}$$

Как видно, в данной системе уравнений больше, чем неизвестных. Ввиду этого система (9) без дополнительных условий неразрешима. В связи с этим примем, что у каждой двойнивающей дислокации на одной границе нанодвойника имеется парная дислокация на его другой границе. Эти парные дислокации находятся в одной плоскости, перпендикулярной плоскости XOY . На рис. 2 следы этих плоскостей в плоскости XOY показаны пунктирными линиями. Таким образом, пусть в одной плоскости находятся дислокации 1 и 3, 2 и 4, соответственно (рис. 2). Тогда из (6) следует, что

$$c_{01} = c_{03}, \quad c_{02} = c_{04}, \quad c_{12} = c_{34}, \quad c_{14} = c_{23}. \tag{10}$$

Здесь учтено, что

$$\begin{aligned}
|y_0 - y_1| &= |y_1 - y_0| = |y_0 - y_3| = |y_3 - y_0| = a; \\
|y_1 - y_2| &= |y_2 - y_1| = |y_3 - y_4| = |y_4 - y_3| = a; \\
|y_0 - y_2| &= |y_2 - y_0| = |y_0 - y_4| = |y_4 - y_0| = 2a; \\
|y_1 - y_4| &= |y_4 - y_1| = |y_2 - y_3| = |y_3 - y_2| = 3a; \\
|y_1 - y_3| &= |y_3 - y_1| = 2a; \quad |y_2 - y_4| = |y_4 - y_2| = 4a.
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь a – межплоскостное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникования.

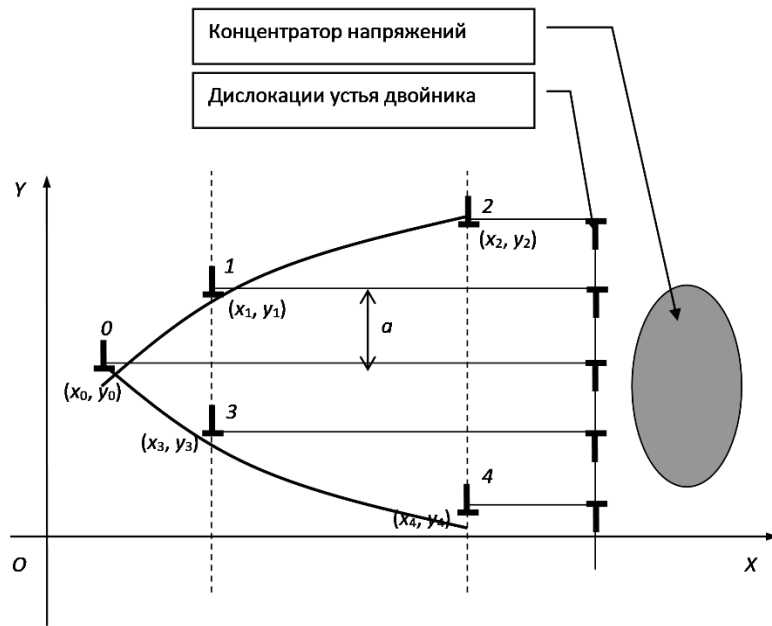


Рис. 2. Схематическое изображение системы «клиновидный нанодвойник – дислокации устья и концентратор напряжений» при расположении дислокаций на двойниковых границах парами в плоскостях, следы которых в плоскости XOY параллельны оси OY

В силу принятых допущений (9) сводится к системе

$$\begin{cases} c_{01} + c_{02} = 0; \\ c_{01} - c_{12} = 0; \\ c_{02} + c_{12} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Следует отметить, что в (12) количество уравнений равно количеству неизвестных. Принимая во внимание (11), можно записать

$$\begin{aligned} c_{01} &= \frac{\mu b^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_1}{(x_0 - x_1)^2 + a^2}; \\ c_{02} &= \frac{\mu b^2}{2\pi} \frac{x_0 - x_2}{(x_0 - x_2)^2 + a^2}; \\ c_{12} &= \frac{\mu b^2}{2\pi} \frac{x_1 - x_2}{(x_1 - x_2)^2 + a^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Пусть

$$d_{01} = x_0 - x_1, \quad d_{02} = x_0 - x_2, \quad d_{12} = x_1 - x_2. \quad (14)$$

Тогда (12) с учетом (13) и (14) примет вид

$$\begin{cases} \frac{d_{01}}{d_{01}^2 + a^2} + \frac{d_{02}}{d_{02}^2 + 4a^2} = 0; \\ \frac{d_{01}}{d_{01}^2 + a^2} - \frac{d_{12}}{d_{12}^2 + a^2} = 0; \\ \frac{d_{02}}{d_{02}^2 + 4a^2} + \frac{d_{12}}{d_{12}^2 + a^2} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Преобразования (15) дают

$$\begin{cases} d_{01}(d_{02}^2 + 4a^2) + d_{02}(d_{01}^2 + a^2) = 0; \\ d_{01}(d_{12}^2 + a^2) - d_{12}(d_{01}^2 + a^2) = 0; \\ d_{02}(d_{12}^2 + a^2) + d_{12}(d_{02}^2 + 4a^2) = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Очевидно, что

$$d_{01}^2 + a^2 \neq 0, \quad d_{02}^2 + 4a^2 \neq 0, \quad d_{12}^2 + a^2 \neq 0. \quad (17)$$

Из (15) следует, что

$$\frac{d_{01}}{d_{01}^2 + a^2} = \frac{d_{12}}{d_{12}^2 + a^2}. \quad (18)$$

Выполнение этого условия возможно, когда

$$d_{01} = d_{12}. \quad (19)$$

Из рис. 2 следует, что

$$x_0 - x_2 = (x_0 - x_1) + (x_1 - x_2). \quad (20)$$

Принимая во внимание (14), (20) можно представить в виде

$$d_{02} = d_{01} + d_{12}. \quad (21)$$

Из (19) и (21) следует, что

$$d_{02} = 2d_{01} = 2d_{12}. \quad (22)$$

Тогда первое уравнение в (16) можно преобразовать следующим образом:

$$d_{01}(d_{02}^2 + 4a^2) + d_{02}(d_{01}^2 + a^2) = d_{01}(4d_{01}^2 + 4a^2) + 2d_{01}(d_{01}^2 + a^2) = 6d_{01}(d_{01}^2 + a^2) = 0. \quad (23)$$

Учитывая (17), из (23) получаем одно имеющее физический смысл решение уравнения (23):

$$d_{01} = 0. \quad (24)$$

Из (22) и (23) следует, что и

$$d_{02} = 0, \quad d_{12} = 0. \quad (25)$$

Из построения рис. 2 очевидно следует

$$d_{03} = d_{01}, \quad d_{04} = d_{02}, \quad d_{14} = d_{23} = d_{34} = d_{12}. \quad (26)$$

Тогда для равновесия винтового нанодвойника также должно выполняться

$$d_{03} = d_{04} = d_{14} = d_{23} = d_{34} = 0. \quad (27)$$

Решения (24), (25) и (27) задачи о равновесии винтового нанодвойника говорят о том, что равновесие такого двойника возможно, когда дислокации двойниковых границ выстраиваются в стенку. Известно [9], что такое равновесие не является устойчивым. Если учесть наличие дислокаций противоположного знака, формирующих устье двойника и малую длину нанодвойника, то при малой величине или отсутствии сил неупругой природы, препятствующих движению дислокаций, при сближении разноименных дислокаций высока вероятность аннигиляции двойникоующих дислокаций у устья двойника и исчезновения последнего. При значительной величине сил неупругой природы тормозящих движение дислокаций и сил отталкивания со стороны концентратора напряжений, породившего двойник и находящегося у его устья (рис. 2), вероятность аннигиляции двойникоующих дислокаций у устья понижается.

Выводы. Таким образом, в результате силового анализа выполнен расчет равновесных параметров винтового нанодвойника. Установлено, что двойникоующие дислокации границ такого нанодвойника стремятся выстроиться в стенку. Такое равновесие нанодвойника не является устойчивым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пестриков, В. М. Механика разрушения твердых тел / В. М. Пестриков, Е. М. Морозов. – СПб.: Профессия, 2002. – С. 320.
2. Астафьев, В. И. Нелинейная механика разрушения / В. И. Астафьев, Ю. Н. Радаев, Л. В. Степанова. – Самара: Издательство «Самарский университет», 2001. – С. 562.
3. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел / О. М. Остриков // Монография. – Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2008. – С. 301.
4. Остриков, О. М. Нанодвойникование монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.
5. Рущиц, С. В. Нанодвойникование мартенситных кристаллов и теория адаптивных фаз / С. В. Рущиц, В. Л. Ильичев // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Металлургия». – 2008. – Выпуск 11, № 24(124). – С. 44–46.
6. Остриков, О. М. Дислокационная модель нанодвойника / О. М. Остриков // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2008. – № 5. – С. 124–129.
7. Ovid'ko, I. A. Effect of twin boundary migration on fracture toughness of nanotwinned metals / I. A. Ovid'ko, A. G. Sheinerman // Materials Physics and Mechanics. – 2014. – Vol. 21, № 21. – P. 248–258.
8. Финкель, В. М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В. М. Финкель, В. А. Федоров, А. П. Королев // Ростов-на-Дону, 1990. – С. 172.
9. Миркин, Л. И. Физические основы пластической деформации / Л. И. Миркин // М.: МГУ, 1968. – С. 538.

Поступила: 26.01.2021